

УДК 533.697:621.51

Ю.А. КВАША, С.В. МЕЛАШИЧ

Институт технической механики НАН Украины и НКА Украины, Днепропетровск

О СОВМЕСТНОМ РЕШЕНИИ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ГАЗОДИНАМИКИ КОМПРЕССОРНЫХ РЕШЕТОК

В данной работе кратко описаны методики решения прямой и обратной задачи газодинамики компрессорных решеток в двумерной постановке. С использованием решения задачи о течении газа в решетке профилей, полученного в результате численного интегрирования системы осредненных уравнений Навье-Стокса и модели турбулентности SALSА, построено решение обратной краевой задачи в рамках приближения Чаплыгина. Проведено сравнение геометрических параметров исходной и полученной решеток. Сделаны выводы о необходимости учета вязких эффектов течения при решении обратных задач, а также о возможности дальнейшего применения обеих методик при проектировании лопаточных венцов компрессоров авиационных газотурбинных двигателей.

решетка профилей, обратная задача, прямая задача, уравнения Навье-Стокса, проектирование, сжимаемое течение, циркуляция, потенциал скорости

Введение

Аэродинамическое проектирование лопаточных венцов компрессоров современных авиационных газотурбинных двигателей представляет собой сложный многоэтапный процесс. Одним из первых этапов аэродинамического проектирования является решение обратной задачи газодинамики компрессорных решеток. Под решением обратной задачи понимается определение геометрических параметров решетки, обеспечивающей удовлетворение заданных условий для потока на входе и выходе из решетки. Полученную в результате решения обратной задачи решетку в дальнейшем можно оптимизировать с целью улучшения ее газодинамических характеристик. Получить указанные характеристики позволяет решение прямой задачи газодинамики компрессорных решеток и, таким образом, решение прямой задачи является не менее важным этапом проектирования.

На сегодняшний день разработан ряд методик, позволяющих решать указанные выше задачи. Их обзор можно найти в работах [2, 4, 5]. С практической точки зрения важно знать, позволяют ли применяемые методики решения обратной задачи полу-

чать решетки, сходные с реально существующими в настоящее время.

Целью данной работы является подтверждение работоспособности используемых авторами методик решения прямой и обратной задач путем демонстрации возможности проектирования решеток, соответствующих реально существующим.

1. Решение прямой задачи

Для решения прямой задачи разработана методика моделирования течения газа в решетке профилей [3]. Методика основана на численном интегрировании системы осредненных уравнений Навье-Стокса совместно с моделью турбулентности SALSА [8].

Исходная система уравнений была записана в векторной консервативной форме в произвольных криволинейных координатах. Для записи дискретного аналога исходной системы уравнений использовался метод контрольного объема. Конвективные потоки на гранях контрольного объема вычислялись по схеме Роу [7].

Поскольку оригинальная схема имеет первый порядок точности по пространству, то для повыше-

ния порядка точности применялось интерполирование параметров на грань контрольного объема по квазимонотонной TVD-схеме ISNAS третьего порядка точности [9].

Для интегрирования исходной системы уравнений по времени использовалась неявная факторизованная схема типа Бима-Уорминга. В конечном итоге для стационарного решения схема имеет третий по пространству порядок точности по конвективным слагаемым и второй по диффузионным. Порядок по времени – второй.

Тестирование методики проведено на задаче о взаимодействии косога скачка уплотнения с ламинарным пограничным слоем [4], а также на моделировании течения газа в решетке профилей А.И. Бунимовича для различных режимов и углов атаки [3]. Получено хорошее согласование численных результатов с имеющимися экспериментальными данными.

2. Решение обратной задачи

Пусть искомая решетка обтекается потоком идеального газа и задана приведенная скорость на входе в решетку λ_1 , угол входа потока α_1 , а также угол выхода потока α_2 . Пусть также задано распределение приведенной скорости $\lambda(s)$ по длине дуги s профилей, составляющих искомую решетку.

Течение в решетке профилей удовлетворяет уравнению неразрывности, которое в приближении Чаплыгина имеет следующий вид

$$\frac{q_1}{\sqrt{1+q_1^2}} \cos \alpha_1 = \frac{q_2}{\sqrt{1+q_2^2}} \cos \alpha_2,$$

где $q_{1,2} = r\lambda_{1,2}$ – фиктивная скорость;

λ_2 – скорость на выходе из решетки;

$$r^2 = \frac{\lambda_2^2 \cos^2 \alpha_2 - \lambda_1^2 \cos^2 \alpha_1}{\lambda_1^2 \lambda_2^2 (\cos^2 \alpha_1 - \cos^2 \alpha_2)} - \text{постоянная для}$$

газа Чаплыгина, определяемая из точного удовлетворения уравнения неразрывности.

Из заданного распределения скорости путем интегрирования определяются распределение потенциала скорости $\varphi_c(s)$ и циркуляция по профилю Γ . Тогда период решетки d определяется следующим образом:

$$d = \frac{\Gamma}{q_1 \sin \alpha_1 - q_2 \sin \alpha_2}.$$

Суть предложенного в [6] метода состоит в отображении течения около искомой решетки профилей на течение несжимаемой жидкости около единичного круга, которое генерируется четырьмя вихреисточниками, комплексный потенциал $F(\zeta)$ которого имеет следующий вид:

$$F(\zeta) = A \ln(\zeta - a_1) + \bar{A} \ln\left(\zeta - \frac{1}{a_1}\right) + B \ln(\zeta - a_2) + \bar{B} \ln\left(\zeta - \frac{1}{a_2}\right) + D,$$

где A, B, D – комплексные величины, определяющие комплексный потенциал $F(\zeta)$;

$a_1, a_2, \frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}$ – точки положения вихреисточников.

Когда комплексный потенциал $F(\zeta)$ полностью определен, можно найти потенциал скорости на единичном круге $\varphi_i(\theta)$ в зависимости от полярного угла θ в плоскости ζ .

Отображение течения несжимаемой жидкости в плоскости ζ на течение газа Чаплыгина в решетке профилей в плоскости z согласно работе [6] имеет следующий вид.

$$dz = \frac{g(\zeta)(\zeta - a_1)^{-1}(\zeta - a_2)^{-1} d\zeta - \frac{1}{4} F'(\zeta)^2 g(\zeta)^{-1} (\zeta - a_1)(\zeta - a_2) d\zeta,}{}$$

где $g(\zeta)$ – регулярная функция в области $|\zeta| \geq 1$; черта над выражением означает комплексно сопряженную величину.

В процессе решения определяются условия раз-

решимости задачи, обеспечивающие замкнутость получаемого профиля и соответствие получаемого течения течению на бесконечности. Удовлетворение условиям разрешимости заключается в корректировке задаваемого распределения скорости по соответствующему алгоритму.

3. Результаты

В процессе решения прямой задачи проведено численное моделирование течения в решетке №1 А.И. Бунимовича [1] при дозвуковом режиме обтекания. Данный режим характеризуется углом входа потока равным $\alpha_1 = 38,9^\circ$ и приведенной скоростью на входе $\lambda_1 = 0,39$. Угол выхода потока равен $\alpha_2 = 26,38^\circ$. Получено распределение давления на профиле. Считая полное давления постоянным и равным полному давлению на входе, можно получить распределение скорости, которое, по сути, близко к распределению скорости по внешней границе пограничного слоя (рис. 1).

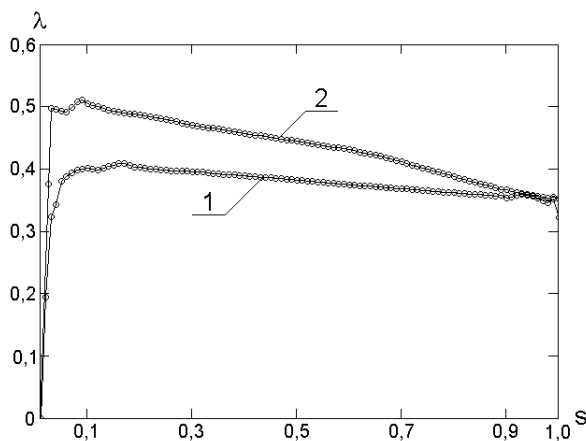


Рис. 1. Распределение приведенной скорости по обводу профиля в направлении от передней кромки к задней:
1 – сторона давления;
2 – сторона разрежения

Используя данное распределение скорости можно получить решение обратной краевой задачи и сравнить исходный профиль с полученным. При этом наличие вязкости в реальном потоке оказывает влияние на его угол выхода, что затрудняет постановку граничных условий обратной задачи, а форма

искомого профиля может отличаться от исходного из-за наличия пограничного слоя в реальном потоке.

В связи с этим поставленная задача решалась в двух вариантах. В первом случае были заданы углы входа, выхода и скорость набегающего потока, соответствующие полученным при решении прямой задачи. Согласование полученного профиля с исходным представлено на рис. 2, а. Угол установки составил $\approx 63^\circ$ (исходный $62,6^\circ$), густота решетки $\approx 1,5$ (исходная 1,3).

Во втором случае угол выхода подбирался таким образом, чтобы обеспечить согласование густоты исходной и искомой решеток. Угол выхода при этом составил $\approx 29,4^\circ$ (исходный $26,4^\circ$). Угол установки профиля составил $\approx 61,3^\circ$ (исходный $62,6^\circ$). Согласование профилей представлено на рис. 2, б (исходный профиль повернут, чтобы лучше показать согласование форм).

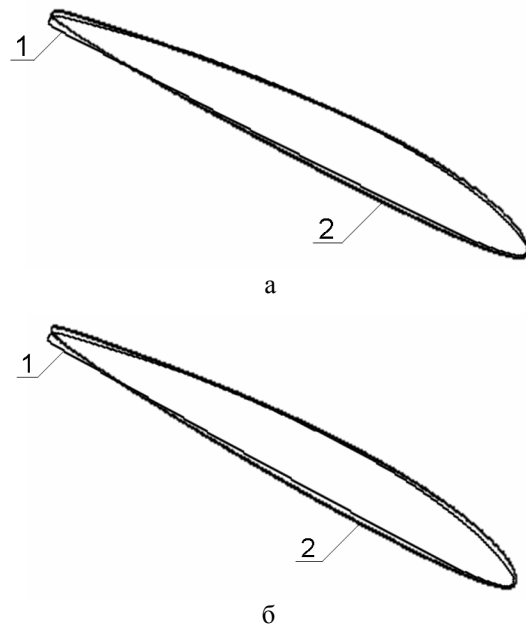


Рис. 2. Сравнение исходного профиля решетки А.И. Бунимовича с полученным:
1 – профиль решетки №1 А.И. Бунимовича;
2 – профиль полученный в результате решения обратной задачи

Из представленных результатов видно, что профиль представленный на рис. 2, а лучше согласуется с исходным по форме, а различие по густоте объясняется воздействием вязкости на угол выхода пото-

ка. Различие форм профилей в хвостовой части и большую толщину полученных профилей можно объяснить отсутствием учета пограничного слоя при решении обратной задачи.

Заключение

Для выбранной, реально существующей компрессорной решетки профилей, получено решение прямой задачи на основе численного интегрирования осредненных уравнений Навье-Стокса совместно с моделью турбулентности SALSА. Путем решения обратной задачи построена новая решетка, при этом в качестве краевых условий использованы результаты решения прямой задачи. Построенная решетка профилей имеет геометрические параметры, близкие к параметрам исходной решетки.

Это позволяет сделать вывод о работоспособности используемых авторами методик. Методика решения обратных краевых задач газодинамики компрессорных решеток позволяет строить решетки, аналогичные реально существующим. Однако, для повышения эффективности и точности методики решения обратной задачи необходимо учитывать вязкие свойства потока, а именно влияние пограничного слоя.

В дальнейшем предполагается использование обеих методик при проектировании компрессорных венцов авиационных двигателей.

Литература

1. Бунимович А.И., Святогоров А.А. Аэродинамические характеристики плоских компрессорных решеток при большой дозвуковой скорости // Лопаточ. машины и струйн. аппараты. – М.: Машиностроение, 1967. – Вып. 2. – 97 с.
2. Елизаров А.М., Ильинский Н.Б., Потапов А.В. Обратные краевые задачи аэродинамики. Теория и методы проектирования и оптимизации

формы крыловых профилей. – Магадан, 2006. – 436 с.

3. Кваша Ю.А., Мелашич С.В. Численное моделирование плоского турбулентного течения газа в компрессорных решётках // Техническая механика. – 2007. – № 2. – С. 67-73.

4. Мелашич С.В. Особенности построения эффективной разностной схемы для численного моделирования трансзвуковых течений вязкого газа в компрессорных решетках // Вісник Дніпропетровського університету. Серія ракетно-космічна техніка. – 2007. – Вип.. 11. – Т. 2, № 9/2. – С. 78-86.

5. Николаев М.А. Численное моделирование трансзвуковых пространственных течений вязкого газа в проточных частях турбомашин на основе CUSP схемы: Дис. ... канд. физ.мат.наук: 01.02.05. – Санкт-Петербург. – 2006. – 176 с.

6. Costello G.R. Method of designing cascade blades with prescribed velocity distributions in compressible potential flows // NACA Report N978. – 1949. – 11p.

7. Roe P.L. Characteristic-based schemes for the Euler equations // Annual review of fluid mechanics. – 1986. – V. 18. – P. 337-365.

8. Rung T., Bunge U., Schatz M., Thiele F. Re-statement of the Spalart-Allmaras eddy-viscosity model in strain-adaptive formulation // AIAA Journal. – 2003. – Vol. 41, No7. – P. 1396-1399.

9. Zijlema M., Wesseling P. Higher order flux-limiting methods for steady-state, multidimensional, convection-dominated flow // Delft University of Technology: Technical Report DUT-TWI-95-131. – 1995. – 28 p.

Поступила в редакцию 16.05.2008

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. О.Г. Гоман, Днепропетровский национальный университет, Днепропетровск.