

УДК 629.12

Ф.А. СЛОБОДКИНА, В.В. МАЛИНИН, Д.Ю. ШИГАПОВА

Российский государственный университет нефти и газа
им. И.М. Губкина, Москва, Россия

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ФЛЮИДА В СТУПЕНИ НАСОСА МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Работа посвящена математическому и численному моделированию течения среды в ступени центробежного насоса. Поставленная задача представляет собой сложную физико-математическую проблему, т.к. изучается течение в трехмерном канале, где имеются повороты потока на большие углы и вращающиеся элементы. В работе сформулирована начально-краевая задача для уравнений в частных производных (уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу), описывающих 3-х мерное нестационарное вязкое турбулентное течение среды в ступени насоса. В качестве модели турбулентности использовалась $k-\epsilon$ модель. В качестве численного метода использован конечно-разностный метод второго порядка точности. Проведенные расчеты позволили получить детальное распределение параметров в ступени и оценить возможные критические ситуации в работе устройства. Результаты численного моделирования проанализированы, получены их интегральные характеристики и сопоставлены с имеющимися экспериментальными данными и упрощенными аналитическими моделями. Сравнение с экспериментом показало хорошее качественное и количественное соответствие результатов математического моделирования и эксперимента.

моделирование, течение флюида, насос, уравнения Навье-Стокса, турбулентность, вихреобразование

1. Математическое описание течения в ступени центробежного насоса

Общий вид ступени центробежного насоса в разрезе (вид со стороны входа и со стороны выхода) представлен на рис. 1. Стрелками показано направление течения жидкости.

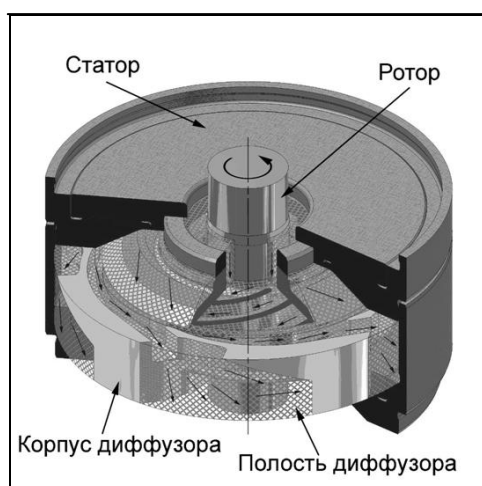


Рис. 1. Ступень центробежного насоса

Флюид, подлежащий перекачке, поступает в ротор, затем – в неподвижную часть, находящуюся в плоскости ротора, далее перетекает в полость диффузора и затем снова в ротор следующей ступени.

Течение в ступени представляет собой сложный газодинамический процесс, поскольку канал, по которому движется среда, состоит из межлопаточного пространства, вращающегося с угловой скоростью Ω , затем следует межлопаточный неподвижный канал статора, и затем поток поворачивает на большой угол (180°), перетекая в межлопаточное пространство канала диффузора. В каждом из перечисленных каналов существенно трение о стенки, а диффузорность их формы способствует отрыву потока и его турбулизации [1, 2].

Необходимым условием решения задачи является задание полной 3D геометрии всей проточной части.

Указанные особенности требуют использования для расчета такого течения моделей высшего уров-

ня, то есть таких, которые включают вязкость среды, турбулентность течения, развивающегося в канале сложной трехмерной геометрии.

Переход от вращающейся части к неподвижной необходимо осуществлять через осреднение параметров потока, поступающего из ротора, с учетом периодичности в соответствии с числом лопаток ротора [3, 4].

В соответствии со сказанным при расчетах течения в неподвижных областях проточной части насоса (в элементах статоров, направляющих устройств и др.) удобно использовать абсолютную цилиндрическую систему координат, а для вращающихся областей проточной части (в элементах ротора) – относительную систему координат, вращающуюся с соответствующей угловой скоростью ротора Ω .

Исходные уравнения, представляющие собой усредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса, записываются в дивергентной форме для цилиндрической системы координат (x, r, φ) , вращающейся с угловой скоростью Ω [5, 6]. Среда предполагается однофазной сжимаемой вязкой, подчиняющейся двухпараметрическому уравнению состояния. Течение – турбулентное. Эти общие предположения при написании уравнений удобны в дальнейшем при развитии темы. Все ограничения, используемые в расчетах данной работы, будут оговариваться особо.

Итак, запишем усредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса в цилиндрической системе координат (x, r, φ) , вращающейся с угловой скоростью Ω ,

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial r} + \frac{\partial E}{\partial \varphi} = K; \quad (1)$$

$$F = F_i - F_v; \quad G = G_i - G_v; \quad E = E_i - E_v;$$

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho v_x \\ \rho v_r \\ \rho v_\varphi \\ e \end{bmatrix};$$

$$F_i = \begin{bmatrix} \rho v_x \\ \rho v_x^2 + p \\ \rho v_x v_r \\ \rho v_x v_\varphi \\ (e+p)v_x \end{bmatrix}; \quad F_v = \frac{1}{\text{Re}} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xr} \\ \tau_{x\varphi} \\ A_x \end{bmatrix}; \quad G_i = \begin{bmatrix} \rho v_r \\ \rho v_x v_r \\ \rho v_r^2 + p \\ \rho v_r v_\varphi \\ (e+p)v_r \end{bmatrix};$$

$$G_v = \frac{1}{\text{Re}} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xr} \\ \tau_{rr} \\ \tau_{r\varphi} \\ A_r \end{bmatrix}; \quad E_i = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \rho v_\varphi \\ \rho v_x v_\varphi \\ \rho v_r v_\varphi \\ \rho v_\varphi^2 + p \\ (e+p)v_\varphi \end{bmatrix}; \quad E_v = \frac{1}{\text{Re} r} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{x\varphi} \\ \tau_{r\varphi} \\ \tau_{\varphi\varphi} \\ A_\varphi \end{bmatrix};$$

$$K = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} -\rho v_r \\ -\rho v_x v_r + \text{Re}^{-1} \tau_{xr} \\ \rho \left((v_\varphi + \Omega r)^2 - v_r^2 \right) + \text{Re}^{-1} (\tau_{rr} - \tau_{\varphi\varphi}) \\ -2\rho v_r (v_\varphi + \Omega r) + 2\text{Re}^{-1} \tau_{r\varphi} \\ -v_r (e+p) + \text{Re}^{-1} A_r \end{bmatrix};$$

$$\tau_{xx} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_x}{\partial x} + \lambda \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{v_r}{r} \right);$$

$$\tau_{xr} = \mu \left(\frac{\partial v_r}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial r} \right); \quad \tau_{x\varphi} = \mu \left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_x}{\partial \varphi} \right);$$

$$\tau_{rr} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_r}{\partial r} + \lambda \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{v_r}{r} \right);$$

$$\tau_{r\varphi} = \mu \left(r \frac{\partial}{\partial r} \frac{v_\varphi}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} \right);$$

$$\tau_{\varphi\varphi} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_\varphi}{r \partial \varphi} + \lambda \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} \right) + 2\mu \frac{v_r}{r};$$

$$A_x = \tau_{xx} v_x + \tau_{xr} v_r + \tau_{x\varphi} v_\varphi + \frac{\mu}{\text{Pr}} \frac{\partial T}{\partial x};$$

$$A_r = \tau_{xr} v_x + \tau_{rr} v_r + \tau_{r\varphi} v_\varphi + \frac{\mu}{\text{Pr}} \frac{\partial T}{\partial r};$$

$$A_\varphi = \tau_{x\varphi} v_x + \tau_{r\varphi} v_r + \tau_{\varphi\varphi} v_\varphi + \frac{\mu}{\text{Pr} r} \frac{\partial T}{\partial \varphi};$$

$$P = P(\rho, S); \quad e = \rho \left[e^* + \frac{v_x^2 + v_r^2 + v_\varphi^2 - (\Omega r)^2}{2} \right];$$

$$\mu = \mu_1 + \mu_t; \quad \frac{\mu}{\text{Pr}} = \frac{\mu_1}{\text{Pr}_1} + \frac{\mu_t}{\text{Pr}_t},$$

где t – время;

ρ – плотность;

p – давление;

T – температура;

S – энтропия;

e^* – внутренняя энергия;

v_x, v_r, v_φ – физические компоненты относительной скорости вдоль осей x, r и φ ;

μ_1 и μ_t – коэффициенты молекулярной и турбулентной вязкости;

$\lambda = -(2/3)\mu$;

$Pr_1 = 0,72$ и $Pr_t = 0,9$ – числа Прандтля;

Re – число Рейнольдса.

Начальными условиями задачи являются заданные в момент времени $t = 0$ приближенные распределения гидродинамических параметров по всему рабочему пространству насоса. Эти распределения могут либо вычисляться из решения одномерной задачи для моделируемого режима работы насоса, либо задаваться простейшим образом (например, полное отсутствие движения флюида в ступени в момент запуска насоса).

Граничные условия задачи:

- на неподвижных стенках все компоненты скорости задаются равными нулю – условие прилипания,
- на подвижных стенках скорость $v_\varphi = \Omega$, остальные компоненты скорости равны нулю;
- на входе в насос задаются полные параметры набегающего потока, а также направление скорости;
- на выходе – статическое давление.

Задаваемые на входе и выходе насоса величины могут в общем случае быть функциями времени.

Другой вариант задания граничного условия на входе состоит в задании расхода флюида вместо полного давления. Такой подход дает более устойчивое решение, поэтому при проведении расчетов для надежности получаемых результатов моделировались параллельно два решения (на разных ПК) и проводилось их сравнение.

Для замыкания системы уравнений (1) необхо-

димо задать уравнения для вычисления турбулентной вязкости μ_t . В настоящей работе используется двухпараметрическая модель турбулентности $(q - \omega)$, которая дает лучшее приближение в роторных элементах [7]. Значения q и ω связаны с кинетической энергией турбулентности k и относительной диссипацией ε следующим образом: $q = k^{\frac{1}{2}}$, $\omega = \frac{\varepsilon}{k}$. Чтобы не выписывать уравнения для q и ω , сошлемся на работу [7, 8], где эти уравнения детально представлены.

Дифференциальные уравнения (1), дополненные дифференциальными уравнениями для определения μ_t , моделируют течение флюида во вращающейся системе координат. Численное решение такого рода систем уравнений представляет значительные сложности, связанные с требованием больших машинных ресурсов. При переходе в неподвижную систему координат - для описания течения в стационарных элементах - необходимо переписать эти уравнения с использованием якобиана перехода из одной системы в другую. Кроме того, при переходе в неподвижную систему координат все параметры потока, полученные на выходе из ротора, усредняются.

2. Построение расчетной сетки и алгоритма. Тестирование численной модели

Трехмерная модель рабочей ступени насоса была построена в пакете для трехмерного проектирования. Расчетная сетка, используемая в ходе проведения трехмерного гидродинамического расчета, построена с использованием сеточного генератора Ansys.

В качестве численного метода был выбран конечно-разностный метод второго порядка точности [9].

Прототипом ступени послужила ступень центробежного высокооборотного насоса ЭЦН.

При проведении расчетов из конструкции ротора вырезалась 1/7 часть в соответствии с количеством лопаток ротора, и рассматривалось течение в межлопаточном канале. Из конструкции статора вырезалась 1/5 часть в соответствии с количеством лопаток в статоре, и также рассматривалось течение в межлопаточном канале статора.

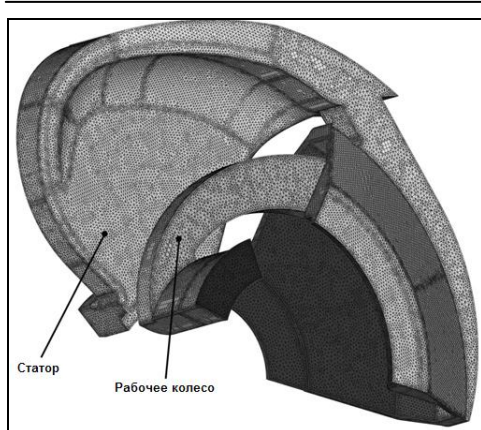


Рис. 2. Расчетная сетка

На выходе каждого из указанных устройств задавалось условие периодичности решения. Переход от ротора к статору осуществлялся путем осреднения параметров на выходе. Такой подход позволяет значительно экономить память и время счета на ПК. На входе в ротор распределение параметров считалось равномерным или с закруткой, соответствующей закрутке на выходе из предыдущей ступени, для того, чтобы исследуемую ступень можно было считать расположенной внутри насоса.

Для тестирования модели расчет проводился на грубой сетке – 6000000 ячеек и на двух вариантах мелких сеток: первый вариант – 1100000 и второй – 1600000 ячеек. Тестовые расчеты показали, что на грубой сетке результаты отличаются на ~10% от первой мелкой сетки. Различие результатов расчетов между первой и второй мелкими сетками не превышало ~ 0,3%. Такое незначительное отличие дало возможность выбирать, в каких случаях использовать то или иное разбиение. Рабочая сетка состояла из 1300000 ячеек при 6000 ячеек для разрешения пограничного слоя.

Численное решение базировалось на методе coupled solver – segregated solver – полная матрица Гаусса-Зейделя и поэтапное решение уравнений Навье-Стокса.

Тестирование показало, что вариант граничных условий с заданием Q – расхода на входе в ступень и P – давления на выходе сходится за 2 тыс. итераций, а вариант, где задается перепад давлений – за 6 тыс. итераций. В связи с этим основные численные исследования относятся к первому типу задания граничных условий.

Из предоставленных экспериментов известно, что наилучший режим достигается на 10000 оборотов в минуту и при расходах ~ 100 м³/сут.

Устойчивый счет достигался с использованием метода «малого параметра», то есть в данном случае путем постепенного перехода от малых оборотов к большему. Причем не все варианты с малыми оборотами досчитывались до конца, а только те, которые предполагалось демонстрировать для сравнительного анализа результатов.

3. Анализ полученных результатов

Численное моделирование проводилось для значений расходов от 10 до 160 м³/сут в широком диапазоне изменения значений оборотов. Для наглядности будем сравнивать результаты, полученные при объемном расходе $Q = 30$ и 160 м³/сут и $\Omega = 10000$ об/мин.

Проведем плоскость, перпендикулярную оси вращения и проходящую через среднюю линию высоты лопаток. Обозначим данное сечение как сечение А.

На рис. 3, 4 приведены распределения давлений и векторов скорости в сечении А в роторе и в статоре при расходах $Q = 30$ и 160 м³/сут.

Область ротора отделена от области статора линией, область статора сверху.

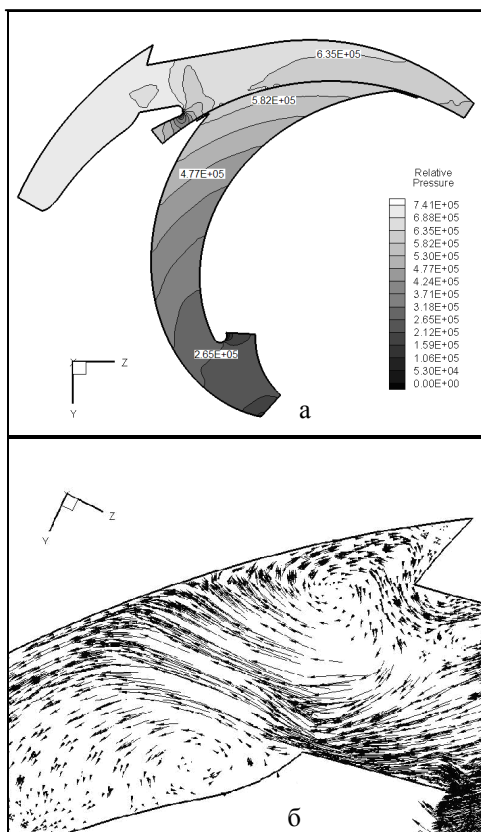


Рис. 3. Распределение:
 а – относительного статического давления
 в сечении А; б – поля скоростей в сечении А;
 объемный расход $30 \text{ м}^3/\text{сут}$,
 частота вращения ротора 10000 об/мин

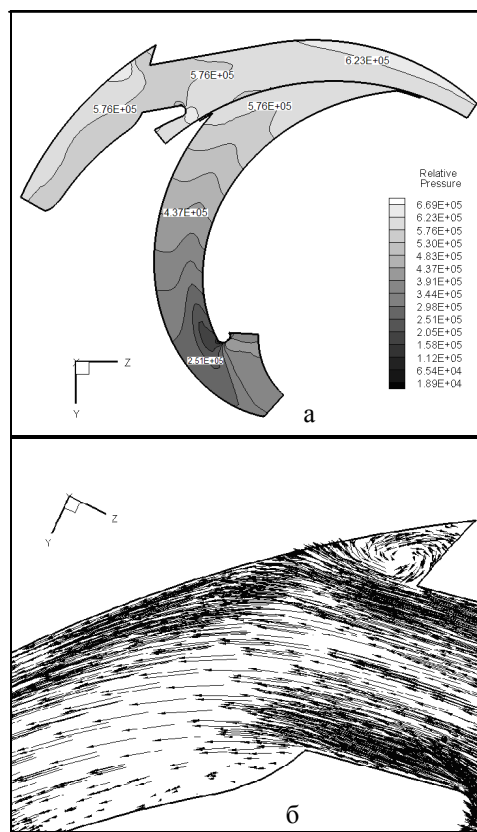


Рис. 4. Распределение:
 а – относительного статического давления
 в сечении А; б – поля скоростей в сечении А;
 объемный расход $160 \text{ м}^3/\text{сут}$,
 частота вращения ротора 10000 об/мин

Как следует из представленных результатов, перепад статического давления падает с ростом величины объемного расхода.

Результаты по перепаду давления для $Q = 100 \text{ м}^3/\text{сут}$ отличаются от $Q = 30 \text{ м}^3/\text{сут}$ на 6,43% (при изменении расхода на 70%), а результаты по перепаду давления для $Q = 160 \text{ м}^3/\text{сут}$ отличаются от $Q = 100 \text{ м}^3/\text{сут}$ на 6,57% (при изменении расхода на 60%). В поперечном сечении роторного канала параметры меняются мало. На всех картинках давление отсчитывается от базового давления насоса.

Как видно из приведенных результатов, наибольшее изменение давления в поперечном сечении роторного канала наблюдается при больших расходах. При малых расходах давление поперек канала отличается большей равномерностью.

Рассмотрим теперь распределение давления в статоре, примыкающем к роторному каналу. Как видно из рис. 3, а; 4, а, статическое давление в диффузоре статора меняется по величине сравнительно слабо (8,85%), однако в то же время обладает существенной неравномерностью. При больших расходах распределение давления в статоре – в центральной его части – близко к равномерному. При малых расходах (рис. 3, а) наибольшее давление наблюдается в той части статора, где поток вытекает, поворачивая на 90° , и перетекает на обратную сторону ступени. Выходная часть статора имеет резкое расширение, что тормозит поток с образованием вихревых структур и может приводить к запираанию канала.

Это явление обнаруживается также и при демонстрации поля скоростей, представленных на рис. 3, б; 4, б в том же сечении А. При малых расходах

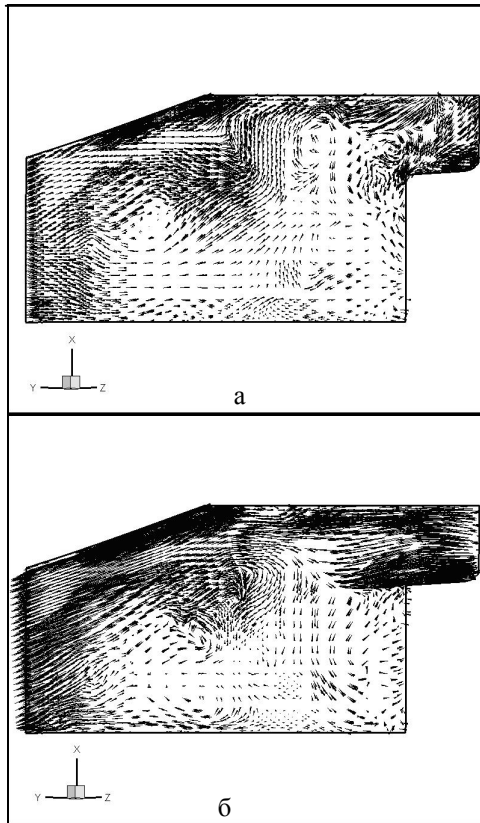


Рис. 5. Поле векторов скоростей в сечении Б: а – объемный расход $30 \text{ м}^3/\text{сут}$, частота вращения ротора 10000 об/мин; б – объемный расход $100 \text{ м}^3/\text{сут}$, частота вращения ротора 10000 об/мин

(рис. 3, б) видно образование вихревых пятен, загромаждающих проходное сечение канала вблизи выхода. Торможение потока на выходе из статора приводит к отрыву пограничного слоя, росту степени турбулентности потока и соответственно к большим потерям. Такие явления крайне нежелательны при работе насоса и могут быть компенсированы только перепрофилированием выходного участка статора. При возрастании расхода это явление становится все менее выраженным (рис. 3 и 4).

Для лучшего представления о пространственной картине течения рассмотрим вектора скоростей в плоскости Б.

Данные, приведенные на рис. 5, показывают, что вихревая структура течения характерна как для малых, так и для больших расходов. Турбулентный вихревой поток распространяется в полость на обратной стороне ступени, поворачивая дважды на

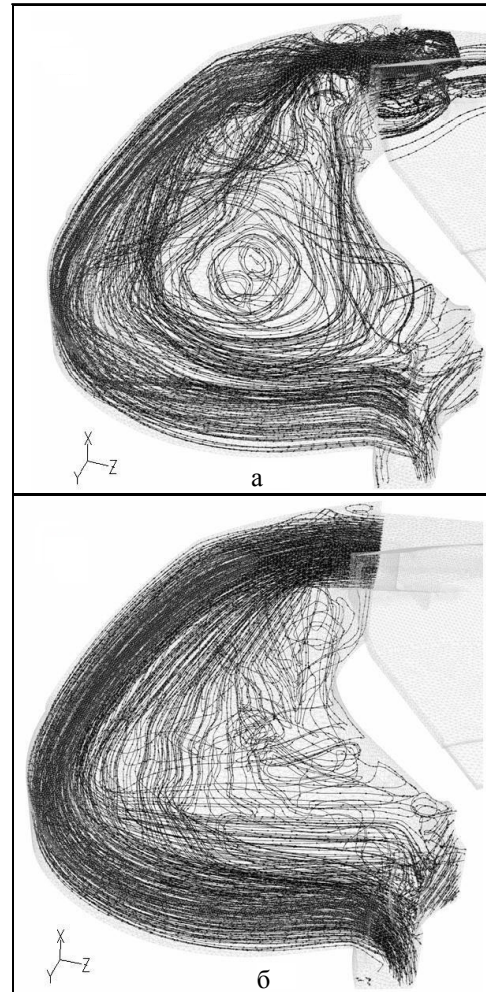


Рис. 6. Линии тока в полости выходного диффузора статора: а – объемный расход $30 \text{ м}^3/\text{сут}$, частота вращения ротора 10000 об/мин; б – объемный расход $160 \text{ м}^3/\text{сут}$, частота вращения ротора 10000 об/мин

90° . С возрастанием расхода вихри становятся крупнее и жидкость протекает в значительно суженном сечении. Таким образом, в полость на оборотной стороне ступени попадает поток с высокой степенью турбулентности, и течение в ней содержит развитые вихревые структуры.

На рис. 6 представлены пространственные линии тока в полости перед входом в следующую ступень. На рис. 6, а хорошо виден центральный вихрь, а также группа меньших вихрей, локализованных вблизи кромки выходного сечения канала статора. На рис. 6, б также видны упомянутые выше вихри, но в силу того, что средние значения скоростей при больших расходах выше, то и абсолютные значения интенсивности вихрей растут с увеличением объемного расхода.

С ростом объемного расхода жидкости через ступень количество вихрей в полости статора растет. Так, единственный вихрь в центре полости (рис. 6, а) сначала дробится на несколько меньших по размеру вихрей, а затем вовсе трансформируется в систему хаотически распределенных малых вихрей с нечеткими границами (рис. 6, б).

Как видно из рис. 6, помимо вихрей, возникающих во входном канале полости статора (что вызвано недостаточно качественным профилированием этого канала), поток испытывает существенное перерасширение при выходе из канала статора непосредственно в полость. При этом скорость потока резко падает и образуется большой присоединенный вихрь, начинающийся сразу за прямой кромкой входного канала диффузора статора. Основной поток, потеряв свою скорость, продолжает по инерции двигаться к внешней стенке полости диффузора.

Геометрия этой стенки выбрана таким образом, чтобы погасить закрутку потока и перевести его в чисто радиальный на выходе из полости. Однако геометрия полости диффузора приводит к тому, что наряду с течением вдоль внешней стенки возникает вихревое течение жидкости в самой полости. При этом образующийся вихрь занимает практически весь объем. В результате мы получаем картину, при которой объем полости занят вихрями, не участвующими в расходном течении.

Основной поток движется, обтекая вихри и занимая только часть проточного объема, что приводит к большим потерям и неэффективному использованию оборудования. Для повышения экономичности ЦН его конструкция должна быть изменена.

Приведем в заключение интегральные характеристики ступени, полученные на основе численного эксперимента, выполненного в настоящей работе, и сравним их с данными физического эксперимента, предоставленными нам, и с результатами, полученными на основе простой алгебраической модели [10], (рис. 7).

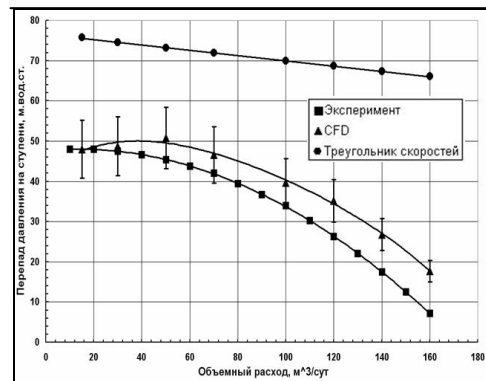


Рис. 7. Расходно-напорная характеристика ступени ЦН, полученная расчетом по модели высокого уровня, в эксперименте и с использованием алгебраической одномерной модели

Как следует из рис.7, численные результаты по расходно-напорной характеристике качественно хорошо согласуются с экспериментом. Некоторое количественное отличие объясняется многими причинами:

- неизвестна точность измерений при проведении эксперимента (обычно измерения расхода содержат большую ошибку);
- неизвестна количественная оценка турбулентных параметров в эксперименте (эти параметры могут существенно отличаться от тех, которые приняты в расчете);
- готовое изделие, участвующее в эксперименте, может на 5 – 10% отличаться от чертежей, на основе которых построена математическая модель.

Напорная характеристика, посчитанная по простейшей модели, основанной на треугольнике скоростей, существенно отличается от характеристики CFD и от экспериментальной. Это объясняется тем, что алгебраическая модель не учитывает трения и тем более вихреобразования, при возникновении которого потери значительно возрастают. Построенная модель также позволяет оценить эффективность работы насоса при различных режимах эксплуатации. Для оценки эффективности был рассчитан коэффициент полезного действия (КПД) ступени, представляющий собой отношение полезной мощности к мощности, передаваемой потоку жид-

кости. Согласно результатам анализа расчетной кривой КПД наиболее эффективный режим соответствует $\sim 75 - 100 \text{ м}^3/\text{сут}$, что также согласуется с экспериментальными данными.

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы:

1. В случае больших величин объемных расходов основные потери идут на вихреобразование, вызванное инжекцией высокоскоростной струи в полость статора, а в случае малых объемных расходов потери связаны с возникновением большого количества малых вихрей во входном канале полости диффузора.

2. Особенности геометрии входного канала полости статора неминуемо приводят к его запырению при малых значениях объемного расхода.

3. Особенности геометрии полости диффузора приводят к возникновению системы присоединенных вихрей, занимающих большую часть объема полости и существенно уменьшающих площадь проходного сечения.

4. Применяв комплекс мер по перепрофилированию статорной части ступени центробежного насоса, можно существенно улучшить его гидродинамические характеристики и увеличить эффективность работы насоса в целом.

5. Сравнение интегральных характеристик ступени, полученных численными методами, с экспериментальными результатами продемонстрировало их хорошее согласование.

2. Spalding D.B. A Single Formula for the Law of the wall // Journal of Applied Mechanics. – 1961. – V. 83. – P. 455-458.

3. Kays W.M., Crawford M.E. Convective Heat and Mass Transfer. – New York. McGraw-Hill. Third edition, 1980. – 250 p.

4. Computational Technique for Complex Transport Phenomena / W. Shyy, S.S. Thakur, H. Ouyang, J. Liu, E. Blosch. – Cambridge: Cambridge University Press, 1997. – 320 p.

5. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. – М.: Физматлит, 1963. – 727 с.

6. Shyy W. Computational Modeling for Fluid Flow and Interfacial Transport. – Amsterdam: Elsevier, 1994. – 280 p.

7. Coakley T.G. Turbulence modeling methods for the compressible Navier-Stokes equations // AIAA Paper. – 1983. – № 83-1693. – 13 p.

8. Krupa V.G., Ivanov M.Ja. Solution of Navier-Stokes equations using high accuracy monotone schemes // AGARD-LS-198. – 1994.

9. Launder B.E., Spalding D.B. The Numerical Computation of Turbulent Flows // Comp. Meth. Appl. Mech. Eng. – 1974. – V. 3. – P. 269-289.

10. Степанов Г.Ю. Гидродинамика решеток турбомашин. – М.: Физматгиз, 1962. – 512 с.

Литература

1. Пфлейдерер Карл. Лопаточные машины для жидкостей и газов. – М.: Гос.Тех.изд., 1960. – 683 с.

Поступила в редакцию 28.05.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.Н. Дроздов, Российский государственный университет нефти и газа им. И.М. Губкина, Москва, Россия.