УДК 539.4:621.165

Ю.С. ВОРОБЬЕВ[1], Р. ЖОНДКОВСКИ[2], М.А. ЧУГАЙ[1]

[1]*Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, Харьков*
[2]*Институт проточных машин Польской академии наук, Гданьск, Польша*

ОСОБЕННОСТИ КОЛЕБАНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ ЛОПАТОЧНОГО АППАРАТА С ПОВРЕЖДЕНИЯМИ

В работе проведен анализ колебаний элементов лопаточного аппарата турбомашин с повреждениями. Моделирование объектов проводилось на основании трехмерного подхода метода конечных элементов с использованием специальных конечных элементов вокруг вершины повреждения. Эти элементы отражают особенности напряженно-деформированного состояния в окрестности вершины трещины. Проанализировано влияние различной глубины и места расположения повреждения на собственные частоты, формы колебаний и распределение вибрационных напряжений системы.

лопаточный аппарат, повреждения, специальные конечные элементы, вибрационные характеристики, формы колебаний, локализация напряжений, метод конечных элементов

Введение

Наиболее нагруженным и ответственным элементом турбоагрегатов является лопаточный аппарат, для которого основную опасность представляют вибрационные нагрузки. Колебания лопаточного аппарата с повреждениями и распределение напряжений в них мало исследованы, поэтому данная проблема является актуальной

Для лопаток сложной геометрической формы, наиболее полной моделью является трехмерная модель, в которой также могут быть учтены неоднородность свойств материала, наличие повреждений и другие факторы [1]. Трехмерный подход в сочетании с методом конечных элементов (МКЭ) позволяет получить полную картину распределения напряжений и выявить зоны локализации опасных напряжений.

1. Постановка задачи

Для исследования количественных и качественных характеристик полей вибрационных напряжений в лопатках, пакетах и робочих колесах турбомашин разработаны расчетные модели элементов лопаточного аппарата на основе трехмерного подхода в сочетании с МКЭ.

Виды повреждений в лопатках газотурбинного двигателя включают в себя: забоины, коррозионные и эрозионные повреждения, повреждения типа химических неоднородностей и разного происхождения трещины [2]. Большая часть повреждений моделируются клинообразными вырезами без учета контакта берегов. Это предположение является явным упрощением, но согласно исследованиям в этом направлении, оно вызывает повышение уровня концентрации напряжений в вершине трещины, что дает запас прочности. Поэтому такое предположение часто используется при анализе напряженно-деформированного состояния (НДС) в зоне повреждения.

Для построения конечноэлементных моделей конструкции с повреждениями, включая трещину, существуют такие подходы.

1. Существенное сгущение сетки элементов в вершине трещины, что очень усложняет моделирование сингулярного характера напряжений.

2. Специальные элементы, содержащие трещину [3]. Они требуют предварительного знания коэффициентов интенсивности напряжений (КИН), которые обычно заранее неизвестны. Кроме того, характер

изменения напряжений является заданным и не существует теоретического обоснования сходимости результатов.

3. Специальные элементы, которые моделируют сингулярность напряжений и деформаций в вершине трещины (сингулярные элементы). Эти элементы должны отображать особенности НДС в окрестности вершины трещины.

На основе современных представлений о НДС при наличии трещин, напряжения и деформации в малой окрестности вершины подчиняются таким общим соотношениям:

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta)\,;\ \varepsilon_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} q_{ij}(\theta)\,,$$

где σ_{ij} , ε_{ij} – компоненты тензора деформаций;

K – КИН, который может определяться как $K_{\mathrm{I}}, K_{\mathrm{II}}, K_{\mathrm{III}}$ для моделей разрушения $\mathrm{I}, \mathrm{II}, \mathrm{III}$ соответственно;

r, θ – полярные координаты с началом в вершине трещины, расположенной вдоль отрицательной части оси x;

$f_{ij}(\theta), q_{ij}(\theta),$ – универсальные нормализованные функции.

Перемещения должны соответственно иметь вид:

$$u_i = \frac{K}{G}\sqrt{\frac{r}{2\pi}} F_i(\theta)\,, \quad (1)$$

где G – модуль сдвига;

$F_i(\theta)$ – универсальная нормализованная функция.

Геометрическая форма элемента, при использовании изопараметрической концепции МКЭ, описывается с помощью заданных узловых точек:

$$x = \sum_i N_i(\xi,\eta,\zeta) x_i\,;\ y = \sum_i N_i(\xi,\eta,\zeta) y_i\,; \quad (2)$$

$$z = \sum_i N_i(\xi,\eta,\zeta) z_i\,, \quad (3)$$

где x_i, y_i, z_i – координаты узловых точек в глобальной системе координат;

N_i – функции формы, выраженные через локальные координаты элемента $\xi\eta\zeta$.

Для изопараметрических элементов искомая функция представляется теми же функциями формы, что и геометрическая форма элемента. Таким образом, функции формы должны отражать особенности типа $O(r^{1/2})$ для перемещений и $O(r^{-1/2})$ для напряжений.

Для построения конечноэлементных моделей в работе использовался изопараметрический 20-узловой квадратичный конечный элемент, который может вырождаться в 15- узловой конечный элемент путем совмещения трех узлов одной стороны.

Для обеспечения особенностей распределения перемещений типа $O(r^{1/2})$ необходимо сдвинуть промежуточные узлы изопараметрического 15-узлового элемента на четверть длины стороны по направлению к вершине трещины (рис. 1). Полученные таким образом элементы могут обладать особенностью вида $O(r^{-1/2})$ для напряжений σ_{ij} , они достаточно хорошо описывают изменения напряжений и перемещений в вершине трещины, полностью совместимы с обычными квадратичными элементами и отображают деформацию тела как целого.

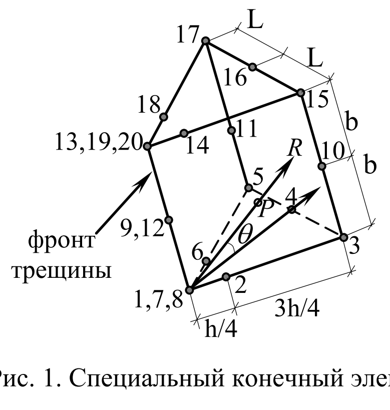

Рис. 1. Специальный конечный элемент

Подставив координаты узловых точек в (2), (3) и выполнив соответствующие преобразования, получим:

$$x = \frac{h}{4}(1+\xi)^2\,;\ y = \frac{L}{4}\eta(1+\xi)^2\,;\ z = b(1+\zeta)\,. \quad (4)$$

Расстояние r от вершины трещины до любой точки P равняется $r=\sqrt{(x^2+y^2)}$. Подставляя значения для x и y из (4) в выражение для r, получим:

$$r=\frac{L}{4}(1+\xi)^2\sqrt{\left(\frac{h}{L}\right)^2+\eta^2}\ ,$$

откуда

$$(1+\xi)=\frac{r^{1/2}}{\left[\frac{L}{4}\left(\left(\frac{h}{L}\right)^2+\eta^2\right)^{1/2}\right]^{1/2}}\ . \qquad (5)$$

Из формулы (5) видно, что функции формы в этом случае обеспечивают особенности вида $O(r^{1/2})$ для перемещений и $O(r^{-1/2})$ для напряжений и деформаций.

Перемещения внутри элемента интерполируются функциями форм $N_i(\xi,\eta,\zeta)$ для узловых перемещений u_i, v_i, w_i:

$$u=\sum_i N_i(\xi,\eta,\zeta)u_i\ ;\ v=\sum_i N_i(\xi,\eta,\zeta)v_i\ ;$$

$$w=\sum_i N_i(\xi,\eta,\zeta)w_i\ .$$

Потенциальная энергия при колебаниях лопатки имеет вид

$$\Pi=\frac{1}{2}\iiint\limits_{(V)}\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}dV\ ,$$

где

$$DV=\det\left|J\right|d\xi d\eta d\zeta=\frac{hLb}{8}(1+\xi)^3\,d\xi d\eta d\zeta\,.$$

Потенциальная энергия отображает необходимые особенности для напряжений в вершине повреждения, но остается ограниченной для всех значений r.

2. Численный анализ

Проведены исследования для образца, единичной лопатки, пакетов и рабочего колеса с повреждениями различной глубины и местоположения. Из этих исследований можно сделать следующие общие выводы. Поскольку собственная частота является интегральной характеристикой, то по ней сложно судить о наличии повреждений. Однако, если проанализировать весь частотный спектр, то можно выявить определенные закономерности: при появлении повреждений частоты всегда понижаются; на низшие частоты наибольшее влияние оказывают повреждения находящиеся вблизи корня лопатки, а на высшие – по середине и на периферии пера лопатки; чем сложнее рассматриваемая система лопаточного аппарата, тем меньше наблюдается влияние повреждений на собственные частоты колебаний.

Для всех объектов при появлении повреждения происходит существенное изменение полей напряжений и появление существенной локализации напряжений в зоне повреждения. Увеличение напряжений в вершине трещины для всех моделей достаточно велико, в среднем в зависимости от глубины повреждения напряжения увеличиваются в 1,4 – 1,6 раза. Наибольшее влияние наблюдается на преимущественно крутильные формы колебаний.

На рис. 2 приведена зависимость влияния повреждений на собственные частоты колебаний в зависимости от рассматриваемого реального объекта *k*.

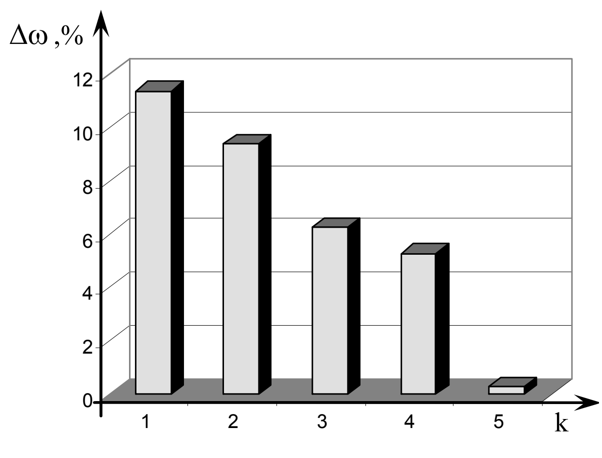

Рис. 2. Закономерность влияния повреждений на собственные частоты колебаний

На рис. 2 используются следующие обозначения: $k=1$ – упрощенная лопатка; $k=2$ – единичная лопатка; $k=3$ – пакет лопаток ГТД; $k=4$ – пакет парных лопаток газовой турбины; $k=5$ – рабочее колесо вентиляторной ступени двухконтурного ГТД; Δω – относительное изменение собственных частот колебаний при расчете указанных выше объектов.

Вычисление КИН для трещин в рабочих лопатках является весьма сложной задачей. Перо лопатки имеет переменную толщину поперечного сечения и сложную форму. Кроме того, перо лопатки располагается под наклоном к направлению действия центробежных сил, вследствие чего в вершине трещины (особенно с увеличением ее размера) будут реализовываться КИН как первого, так и других типов. Тем не менее, основной вклад в развитие трещины вносит КИН первого типа.

Был посчитан статический КИН K_I при растяжении. Рассматривалась модель в виде образца камертонного типа, для которого были известны напряжения, рассчитанные экспериментальным путем [5]. На рис. 3 приведена зависимость КИН первого типа от глубины трещины. При глубине трещины $a \approx 7{,}3$ мм он достигает критического значения $K_{IC} = 41{,}6$ МПа $\sqrt{\text{м}}$, что соответствует фактическим условиям разрушения.

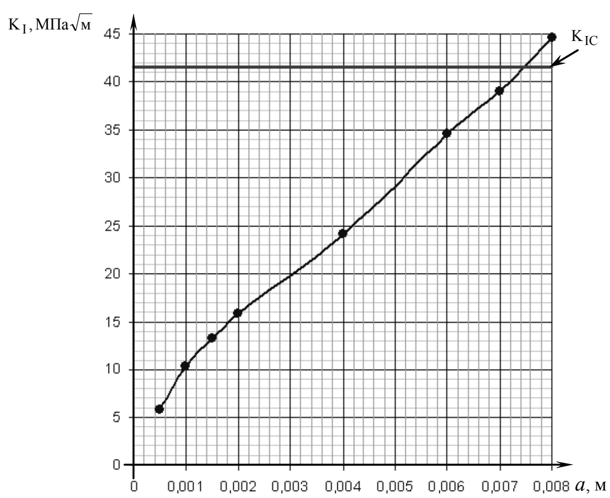

Рис. 3. Зависимость КИН K_I от глубины трещины a

Заключение

Создана трехмерная модель с конечными элементами, отражающими сингулярность НДС в вершине трещины типа $O(r^{-1/2})$ для напряжений и $O(r^{1/2})$ для перемещений.

Разработана методика оценки влияния повреждений в системе лопаток на собственные частоты, формы перемещений и локализацию вибрационных напряжений.

Литература

1. Воробьев Ю.С., Романенко В.Н., Тишковец Е.В., Стороженко М.А. Колебания турбинных лопаток с повреждениями // Вибрации в технике и технологиях. – 2004. – № 5 (37). – С. 47-51.

2. Сопротивление материалов деформированию и разрушению: Справочное пособие. Ч. 1 / Под ред. В.Т. Трощенко. – К.: Наук, думка, 1993. – 288 с.

3. Сиратори М, Миесси Т., Мацусита Х. Вычислительная механика разрушения: Пер. с японск. – М.: Мир, 1986. – 334 с.

4. Морозов Е.М., Никишков Г.П. Метод конечных элементов в механике разрушения. – М.: Наука, 1980. – 354 с.

5. Токарь И.Г., Зиньковский А.П. Исследование влияния повреждений однотипных элементов на колебания регулярных систем // Проблемы прочности. – 2006. – № 2. – С. 39-46.

Поступила в редакцию 30.05.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Д.Ф. Симбирский, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.