УДК 629.7.054

В.В. КАРАЧУН, В.Н. МЕЛЬНИК

Национальный технический университет Украины «КПИ», Киев, Украина

НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЦИКЛИЧЕСКИ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ОБОЛОЧЕЧНЫХ ФРАГМЕНТОВ В АКУСТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

Строится аналитическая модель упруго-податливых оболочечных фрагментов двигателей, нагруженных акустическим воздействием высокой интенсивности. Оболочки приняты произвольной геометрии очертания образующей, что позволяет решать задачи упругости в самом общем виде с последующими научно обоснованными рекомендациями прогнозирования вопросов надежности и долговечности конструкции. Создается теоретический фундамент обоснованности структуры высокочастотных циклических испытаний материала в акустической среде, а также очерчивается степень соответствия стендовых испытаний и натурного функционирования.

координатные функции, оболочка, циклическое нагружение, акустическая среда, проникающее акустическое излучение, плоскость шпангоута, параллель, протяженность

Введение

Постановка проблемы и ее связь с научно-техническими задачами. Несмотря на определенную специфику высокочастотных нагрузок на механические конструкции, усталостные явления, проявляющиеся в деформируемом материале при достаточно большой величине и длительности внешних возмущающих воздействий, строго говоря, такие же, как и при низкочастотном деформировании. Однако в количественном отношении характеристики усталостной прочности, определяемые при разных частотах нагружения, могут в той или иной мере отличаться. Поэтому, для получения достоверных данных о сопротивлении конструкционных материалов высокочастотным нагрузкам поверочные стендовые испытания должны также проводиться на высоких частотах, близких к натурным значениям. Таким образом, существует практическая необходимость совершенствования методики высокочастотных усталостных испытаний.

С другой стороны, использование высокочастотного циклического нагружения как средства ускоренных усталостных испытаний механических конструкций является актуальным и экономически обоснованным. Так, проведение испытаний на частотах 10 – 20 кГц в несколько раз сокращает время наработки заданного количества циклов нагрузки. На основе высокочастотного циклического нагружения могут быть созданы в достаточной степени обоснованные достоверные методы усталостных испытаний. При изучении частотной зависимости усталости можно принять традиционное разбиение всего частотного диапазона механических колебаний на инфразвуковой, звуковой и ультразвуковой.

В сформулированном аспекте прикладного значения изучаемой проблемы, трудно переоценить решение вопросов усталости механических конструкций авиационных двигателей, работающих в акустических полях высокой интенсивности и широкого частотного диапазона.

Обзор публикаций и выделение нерешенных задач. Упруго-податливое состояние оболочек вращения, в частности, тонких оболочек изучалось целым рядом известных ученных – А.Н. Гузем, А.Л. Гольденвейзером, К.Ф. Черных, В.В. Новожиловым, Е.Л. Шендеровым, В.З. Власовым и другими. Строились математические модели, затем упрощались применительно к решаемым задачам.

Во избежание неправомерных упрощений расчетных моделей дифференциальные уравнения оболочечных фрагментов двигателей целесообразно составлять для произвольного очертания линии меридиана с последующей корректировкой для частных случаев [1]. В той же степени это относится к акустическому нагружению: отдельно рассматриваются осесимметричное, антисимметричное и циклическое нагружение. Последнему, в рамках линейной теории, посвящен данный материал.

Постановка задачи данного исследования. В акустических средах оболочечные фрагменты двигателей совершают нелинейные колебания, анализ и определение структуры которых крайне важны для объективной оценки надежности и долговечности конструкции в целом. Поэтому аналитическое описание состояния поверхности при акустическом нагружении представляет не только чисто теоретический интерес, но может служить на будущее теоретическим базисом прогнозирования возможных отклонений от паспортных значений.

С другой стороны, математическое описание природы явления поможет выбрать эффективные методы и средства звукоизоляции.

Изложение основного материала с обоснованием полученных научных результатов

Уравнения оболочки вращения в перемещениях представим в виде [2, 3]:

$$\frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} - a_1(2z-1)\frac{\partial U_z}{\partial z} - a_2 U_z + a_3\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial z \partial \varphi} - a_4\frac{\partial W}{\partial z} = -\left[1+\alpha_1(2z-1)^2\right]q_1^* + \left[1+\alpha_1(2z-1)^2\right]\overset{*}{\alpha}{}_1^2\frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial \varphi^2} + b_1\left[1-\beta_1(2z-1)^2\right]\frac{\partial^2 U_z}{\partial z\partial\varphi} - b_2 \times \left[1-2\beta_1(2z-1)^2\right]\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial z^2} - b_3(2z-1)\frac{\partial U_\varphi}{\partial z} - b_4(2z-1)\frac{\partial U_z}{\partial\varphi} + b_5 U_\varphi - b_6\frac{\partial W}{\partial\varphi} = -[1- \beta_3(2z-1)^2\Big]q_2^* + \overset{*}{\beta}\left[1-\beta_3(2z-1)^2\right]\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial t^2}; \quad (2)$$

$$\left[-1+\beta_4(2z-1)^2\right]\frac{\partial^4 W}{\partial z^4} - c_1\frac{\partial^4 W}{\partial z^2\partial\varphi^2} - c_2\frac{\partial^4 W}{\partial\varphi^4} + c_3(2z-1)\frac{\partial^3 W}{\partial z^3} - c_4\frac{\partial^3 W}{\partial z\partial\varphi^2} + c_5\frac{\partial^2 W}{\partial z^2} - c_6\frac{\partial^2 W}{\partial\varphi^2} - c_7(2z-1)\frac{\partial W}{\partial z} - c_8\frac{\partial^3 U_\varphi}{\partial\varphi^3} - c_9\frac{\partial^3 U_\varphi}{\partial z^2\partial\varphi} - c_{10}\frac{\partial^3 U_z}{\partial z\partial\varphi^2} + c_{11}(2z-1)\frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} + c_{12}(2z-1)\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial z\partial\varphi} + c_{13}\frac{\partial U_z}{\partial z} + c_{14}\frac{\partial U_\varphi}{\partial\varphi} - c_{15}(2z-1)U_z = \left[1-\beta_5(2z-1)\right]q_3^* + \gamma^{*2}\left[1-\beta_5(2z-1)\right]\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}, \quad (3)$$

где U_z, U_φ, W – упругие перемещения поверхности вдоль протяженности оболочки (по координате z), вдоль параллели (по координате φ), в плоскости шпангоута соответственно;

q^* – внешнее возмущающее воздействие.

Если внешние воздействия представить в форме

$$q_i^* = q_i^*(t,z,\varphi) = \sum_{k=0}^{\infty}\Big[q_{i,k}^{(1)}(t,z)\cos k\varphi + q_{i,k}^{(2)}(t,z)\sin k\varphi, \quad i=\overline{1,3}, \quad (4)$$

тогда координатные функции оболочки будут отыскиваться в виде

$$U_z = \sum_{k=0}^{\infty}\left[U_{z,k}^{(1)}(t,z)\cos k\varphi + U_{z,k}^{(2)}(t,z)\sin k\varphi\right]; \quad (5)$$

$$U_\varphi = \sum_{k=0}^{\infty}\left[U_{\varphi,k}^{(1)}(t,z)\sin k\varphi + U_{\varphi,k}^{(2)}(t,z)\cos k\varphi\right]; \quad (6)$$

$$W = \sum_{k=0}^{\infty}\left[W_k^{(1)}(t,z)\cos k\varphi + W_k^{(2)}(t,z)\sin k\varphi\right]. \quad (7)$$

Здесь параметр “k” очерчивает природу явления для случаев осесимметричного ($k=0$) нагружения, антисимметричного ($k=1$) и циклического ($k \ge 2$).

Группируя слагаемые с $\cos k\varphi$ и $\sin k\varphi$, дифференциальные уравнения оболочки преобразуем для $k=2$:

$$\frac{\partial^2 U_{z,2}^{(1)}}{\partial z^2} - a_1(2z-1)\frac{\partial U_{z,2}^{(1)}}{\partial z} - a_2 U_{z,2}^{(1)} + 2a_3\frac{\partial U_{\varphi,2}^{(1)}}{\partial z} - a_4\frac{\partial W_2^{(1)}}{\partial z} = -\left[1+\alpha_1(2z-1)^2\right]\times q_{1,2}^{(1)}(t,z) + \overset{*}{\alpha}{}^2\left[1+\alpha_1(2z-1)^2\right]\frac{\partial^2 U_{z,2}^{(1)}}{\partial t^2}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 U_{z,2}^{(2)}}{\partial z^2} - a_1(2z-1)\frac{\partial U_{z,2}^{(2)}}{\partial z} - a_2 U_{z,2}^{(2)} - 2a_3\frac{\partial U_{\varphi,2}^{(2)}}{\partial z} - a_4\frac{\partial W_2^{(2)}}{\partial z} = -\left[1+\alpha_1(2z-1)^2\right]\times q_{1,2}^{(2)}(t,z) + \overset{*}{\alpha}{}^2\left[1+\alpha_1(2z-1)^2\right]\frac{\partial^2 U_{z,2}^{(2)}}{\partial t^2}; \quad (9)$$

$$-b_2\left[1-2\beta_1(2z-1)^2\right]\frac{\partial^2 U_{\varphi,2}^{(1)}}{\partial z^2} - b_3(2z-1)\times\frac{\partial U_{\varphi,2}^{(1)}}{\partial z} - (2^2-b_5)U_{\varphi,2}^{(1)} - 2b_1\left[1-\beta_1(2z-1)^2\right]\frac{\partial U_{z,2}^{(1)}}{\partial z} + 2b_4(2z-1)U_{z,2}^{(1)} + 2b_6 W_2^{(1)} = -\left[1-\beta_3(2z-1)^2\right]q_{2,2}^{(2)}(z,t) + \beta^{*2}\times\left[1-\beta_3(2z-1)^2\right]\frac{\partial^2 U_{\varphi,2}^{(1)}}{\partial t^2}; \quad (10)$$

$$-b_2\left[1-2\beta_1(2z-1)^2\right]\frac{\partial^2 U_{\varphi,2}^{(2)}}{\partial z^2} - b_3(2z-1)\times\frac{\partial U_{\varphi,2}^{(2)}}{\partial z} - (2^2-b_5)U_{\varphi,2}^{(2)} + 2b_1\left[1-\beta_1(2z-1)^2\right]\times\frac{\partial U_{z,2}^{(2)}}{\partial z} - 2b_4(2z-1)U_{z,2}^{(2)} - 2b_6 W_2^{(2)} = -\left[1-\beta_3(2z-1)^2\right]q_{2,2}^{(1)}(z,t) + \beta^{*2}\times\left[1-\beta_3(2z-1)^2\right]\frac{\partial^2 U_{\varphi,2}^{(2)}}{\partial t^2}; \quad (11)$$

$$\left[-1+\beta_4(2z-1)^2\right]\frac{\partial^4 W_2^{(1)}}{\partial z^4} + 2^2 c_1\frac{\partial^2 W_2^{(1)}}{\partial z^2} - 2^4 c_2 W_2^{(1)} + c_3(2z-1)\frac{\partial^3 W_2^{(1)}}{\partial z^3} + c_4 2^2\frac{\partial W_2^{(1)}}{\partial z} + c_5\frac{\partial^2 W_2^{(1)}}{\partial z^2} + 2^2 c_6 W_2^{(1)} - c_7(2z-1)\frac{\partial W_2^{(1)}}{\partial z} + 2^3 c_8 U_{\varphi,2}^{(1)} - 2c_9\frac{\partial^2 U_{\varphi,2}^{(1)}}{\partial z^2} + 2^2 c_{10}\frac{\partial U_{z,2}^{(1)}}{\partial z} + c_{11}(2z-1)\frac{\partial^2 U_{z,2}^{(1)}}{\partial z^2} + 2c_{12}(2z-1)\frac{\partial^2 U_{\varphi,2}^{(1)}}{\partial z} + c_{13}\frac{\partial U_{z,2}^{(1)}}{\partial z} + 2c_{14}U_{\varphi,2}^{(1)} - c_{15}(2z-1)U_{z,2}^{(1)} = \left[1-\beta_5(2z-1)\right]q_{3,2}^{(1)}(z,t) + \gamma^{*2}\times\left[1-\beta_5(2z-1)\right]\frac{\partial^2 W_2^{(1)}}{\partial t^2}; \quad (12)$$

$$\left[-1+\beta_4(2z-1)^2\right]\frac{\partial^4 W_2^{(2)}}{\partial z^4} + 2^2 c_1\frac{\partial^2 W_2^{(2)}}{\partial z^2} - 2^4 c_2 W_2^{(2)} + c_3(2z-1)\frac{\partial^3 W_2^{(2)}}{\partial z^3} + 2^2 c_4\frac{\partial W_2^{(2)}}{\partial z} + c_5\frac{\partial^2 W_2^{(2)}}{\partial z^2} + 2^2 c_6 W_2^{(2)} - c_7(2z-1)\frac{\partial W_2^{(2)}}{\partial z} - 2^3 c_8 U_{\varphi,2}^{(2)} + 2c_9\frac{\partial^2 U_{\varphi,2}^{(2)}}{\partial z^2} + 2^2 c_{10}\frac{\partial U_{z,2}^{(2)}}{\partial z} + c_{11}(2z-1)\frac{\partial^2 U_{z,2}^{(2)}}{\partial z^2} - 2(2z-1)c_{12}\frac{\partial U_{\varphi,2}^{(2)}}{\partial z} + c_{13}\frac{\partial U_{z,2}^{(2)}}{\partial z} - 2c_{14}U_{\varphi,2}^{(2)} - c_{15}(2z-1)U_{z,2}^{(2)} = \left[1-\beta_5(2z-1)\right]q_{3,2}^{(2)} + \gamma^{*2}\left[1-\beta_5(2z-1)\right]\times\frac{\partial^2 W_2^{(2)}}{\partial t^2}. \quad (13)$$

С учетом сказанного, соотношения (5) – (7) окончательно примут вид:

$$U_z = \sum_{k=0}^{\infty}\left[U_{z,2}^{(1)}(t,z)\cos 2\varphi + U_{z,2}^{(2)}(t,z)\sin 2\varphi\right]; \quad (14)$$

$$U_\varphi = \\ = \sum_{k=0}^{\infty}\left[U_{\varphi,2}^{(1)}(t,z)\sin 2\varphi + U_{\varphi,2}^{(2)}(t,z)\cos 2\varphi\right]; \quad (15)$$

$$W = \\ = \sum_{k=0}^{\infty}\left[W_{2}^{(1)}(t,z)\cos 2\varphi + W_{2}^{(2)}(t,z)\sin 2\varphi\right]. \quad (16)$$

Введя для этих выражений аппроксимации:

$$U_{z,2}^{(s)} = \sum_{j=0}^{\infty} A_{z,j}^{(s2)}(t) U_{z,j}^{*(s2)}(z); \quad (17)$$

$$U_{\varphi,2}^{(s)} = \sum_{j=0}^{\infty} B_{\varphi,j}^{(s2)}(t) U_{\varphi,j}^{*(s2)}(z); \quad (18)$$

$$W_{2}^{(s)} = \sum_{j=0}^{\infty} C_{j}^{(s2)}(t) W_{j}^{*(s2)}(z), \quad (19)$$

а также корректирующие функции Кравчука для обеспечения выполнения граничных условий:

$$\left.\begin{aligned} U_{z,j}^{*(s2)}(z) &= z^{m_1}(1-z)^{n_1} U_{z,j}^{(s2)}(z); \\ U_{\varphi,j}^{*(s2)}(z) &= z^{m_2}(1-z)^{n_2} U_{\varphi,2}^{(s2)}(z); \\ W_{j}^{*(s2)}(z) &= z^{m_3}(1-z)^{n_3} W_{j}^{(s2)}(z), \end{aligned}\right\} \quad (20)$$

окончательно определяем координатные функции оболочки.

Выводы и перспективы дальнейших исследований в данном направлении

Полученные аналитические структуры координатных функций оболочечных фрагментов конструкции (либо других конфигураций, расчетные модели которых могут быть построены в виде оболочек вращения) дают возможность оценить степень влияния внешних возмущающих воздействий различной физической природы на упругие перемещения элементов поверхности не только качественно, но и количественно. Общая постановка рассматриваемых задач предоставляет широкие возможности анализа, в частности, изучения особенностей характера интенсивности воздействия и граничных условий.

Перспективными исследованиями данной проблемы следует признать выяснение степени соответствия аналитических выводов и стендовых испытаний, а также механизма усталостных явлений материала оболочек при высокочастотных циклических нагружениях конструкции. Это позволит четче очертить круг экспериментальных и поверочных мероприятий.

Литература

1. Черных К.Ф. Линейная теория оболочек.: В. 2-х ч. – Л.: Ленинградский ун-т, 1962. – Ч. 1. – 273 с.; Ч. 2. – 395 с.

2. Мельник В.М., Карачун В.В. Шуми і вібрація. Збурюючі чинники та їх характеристики: Навч. посібник. – К.: Техніка, 2008. – 352 с.

3. Лейбензон Л.С. Курс теории упругости. – М.: Гостехиздат, 1947. – 439 с.

Поступила в редакцию 6.05.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Л.М. Рыжков, Национальный технический университет Украины «КПИ», Киев.