

УДК 629.7.03.036.3.001.42

А.В. ОЛЕЙНИК, Н.А. ШИМАНОВСКАЯ

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

**ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДИНАМИКИ
ТЕМПЕРАТУРНОГО СОСТОЯНИЯ ДЕТАЛЕЙ
ДЛЯ СИСТЕМ МОНИТОРИНГА ВЫРАБОТКИ РЕСУРСА ГТД**

Показано, что переходные характеристики температурного состояния деталей двигателей могут быть представлены в виде экспоненциальных рядов. Для описания переходной характеристики с точностью порядка 3 °С относительно конечно-элементных моделей достаточно трех-четырёх членов экспоненциального ряда. Предложен метод идентификации температурного состояния деталей двигателя по конечно-элементным моделям, заключающийся в последовательном оценивании коэффициентов экспоненциальных рядов, описывающих переходные характеристики, начиная с ее заключительного участка.

температура детали, переходная характеристика, пространство состояний, идентификация

Современные концепции эксплуатации авиационных ГТД требуют увеличения ресурса до 20...30 тыс. часов и более, вплоть до ресурса планера. С целью обеспечения предельно полного использования ресурсных возможностей и обеспечения надежности двигателя должны оснащаться автоматизированными системами мониторинга выработки ресурса.

Точность мониторинга выработки ресурса авиационных ГТД во многом зависит от точности математических моделей, по которым рассчитывается динамика температуры деталей, контролируемых системой мониторинга. В работе [1] получены оценки допустимой погрешности мониторинговых моделей температурного состояния (ТС) деталей «горячей части» двигателя, ~3°С, приводящей к относительной погрешности мониторинга выработки ресурса ~10%.

Существующие модели ТС на установившихся режимах имеют, как правило, достаточную точность. Нерешенной является задача разработки мониторинговых моделей достаточной точности для расчетов динамики температуры на переходных режимах работы двигателя. Повышение точности мониторинга температуры на нестационарных режимах является актуальной задачей диагностики двигателей.

На неустановившихся режимах ТС деталей, образующих конструктивный узел двигателя, принято описывать уравнением теплопроводности:

$$c\rho \frac{dt}{d\tau} = \frac{\partial \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right)}{\partial z} \quad (1)$$

с краевыми условиями 3-го рода:

$$\alpha (t - T_{n=0}) = \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n=0}, \quad (2)$$

где $t = t(x, y, z, \tau)$ – температура в точке с координатами x, y, z в момент времени τ ;

$c = c(x, y, z, \tau), \lambda = \lambda(x, y, z, \tau)$ – коэффициенты теплоемкости и теплопроводности;

$\rho = \rho(x, y, z)$ – плотность материала;

$\alpha = \alpha(x_s, y_s, z_s, \tau)$ – локальный коэффициент теплоотдачи от окружающей среды (потоков газа или воздуха) к детали;

$T_{n=0} = T(x_s, y_s, z_s, \tau)$ – локальная температура среды (газа или воздуха);

x_s, y_s, z_s – координаты поверхности;

n – нормаль к поверхности.

На конечно-элементной сетке уравнение (1) может быть аппроксимировано векторно-матричным дифференциальным уравнением:

$$C \cdot \dot{t} = -(L + A) \cdot t + A \cdot T, \quad (3)$$

где \mathbf{t} – глобальный вектор температурного состояния (температур в узлах сетки);

\mathbf{T} – глобальный вектор температурных условий (температур среды);

\mathbf{C} , \mathbf{A} , \mathbf{A} – матрицы теплоемкости, теплопроводности и теплоотдачи, вычисляемые на основании геометрии конечно-элементной сетки, свойств используемых материалов и условий теплоотдачи.

Дополним уравнение (3) уравнением входа, связывающим внешние, по отношению к детали, температурные условия, с вектором контролируемых параметров двигателя \mathbf{U} :

$$\mathbf{T} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{U}, \quad (4)$$

в котором матрица \mathbf{G} характеризует распределение температуры среды по поверхности детали.

В задачах мониторинга ТС в системах мониторинга выработки ресурса интерес представляет не глобальный вектор ТС, а лишь температура критической точки детали t_{kp} . Поэтому уравнение (3) необходимо дополнить выражением температуры этой точки:

$$t_{kp}(\tau) = \mathbf{h} \mathbf{t}(\tau), \quad (5)$$

где \mathbf{h} – вектор-строка, выделяющий из глобального вектора состояния температуру критической точки.

Алгоритм мониторинга ТС может быть представлен системой уравнений, включающей (4), (3) и (5)[2]:

$$\begin{cases} \mathbf{T}(\tau) = \mathbf{G} \cdot \mathbf{U}(\tau); \\ \mathbf{C} \dot{\mathbf{t}}(\tau) = -(\mathbf{L} + \mathbf{A}) \mathbf{t}(\tau) + \mathbf{A} \cdot \mathbf{T}(\tau); \\ \mathbf{t}_{kp}(\tau) = \mathbf{h} \cdot \mathbf{t}(\tau). \end{cases} \quad (6)$$

Решение системы (6) относительно $\mathbf{t}(\tau)$ можно представить интегралом Стильеса [2]:

$$\mathbf{t}(\tau) = \mathbf{t}(\tau_0) + \int_{\tau_0}^{\tau} \mathbf{\Pi}(\tau, \eta) \cdot d\mathbf{U}(\eta), \quad (7)$$

где $\mathbf{\Pi}(\tau, \eta)$ – матричная переходная характеристика системы (\mathbf{C} , \mathbf{L} , \mathbf{A} , \mathbf{G}), составленная из изменений узловых температур $t_i(\tau)$ при единичном ступенчатом изменении входного воздействия u_j в момент времени η .

Для условного стационарного режима (при «мгновенном» значении $\mathbf{A}(\eta)$) из (6) следует выражение:

$$[\mathbf{L} + \mathbf{A}(\eta)] \mathbf{t}_{st}(\eta) = \mathbf{A}(\eta) \mathbf{G} \mathbf{U}(\eta),$$

связывающее ТС на условном стационарном режиме $\mathbf{t}_{st}(\eta)$ с входным воздействием $\mathbf{U}(\eta)$.

Это позволяет представить решение (4) в виде:

$$\mathbf{t}(\tau) = \mathbf{t}(\tau_0) + \int_{\tau_0}^{\tau} \mathbf{\Pi}(\tau, \eta) \cdot \frac{\partial \mathbf{U}(\eta)}{\partial \mathbf{t}_{st}(\eta)} d\mathbf{t}_{st}(\eta).$$

Множитель $\partial \mathbf{U} / \partial \mathbf{t}_{st}$ в подынтегральном выражении означает перенормировку переходной характеристики $\mathbf{\Pi}(\tau, \eta)$ с единичных значений входных воздействий на стационарное при таких воздействиях ТС в условиях $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\eta)$.

Тогда решению системы (6) для температуры в критической точке можно придать следующий вид:

$$\mathbf{t}_{kp}(\tau) = \mathbf{t}_{kp}(\tau_0) + \int_{\tau_0}^{\tau} \mathbf{\Pi}_{kp}(\tau, \eta) \cdot \frac{\partial \mathbf{U}(\eta)}{\partial \mathbf{t}_{st_{kp}}(\eta)} d\mathbf{t}_{st}(\eta)$$

Это позволяет разделить процесс идентификации (создания модели) динамики ТС на две части:

- получение статической характеристики системы $\mathbf{t}_{st_{kp}} = f(\mathbf{U}, \mathbf{A})$;
- получение ее динамической, ступенчатой переходной характеристики $\mathbf{\Pi}_{kp}(\tau, \eta) = \varphi(\tau, \mathbf{A}(\eta))$.

Получение статической характеристики системы рассмотрено в работах [3, 4], и ее нахождение не представляет серьезной проблемы. Более сложным представляется получение и компактное представление переходной характеристики, задача, относящаяся к классу задач *непараметрической идентификации*.

В работе [5] решение уравнения теплопроводности (1), (2) для отдельной точки тела произвольной формы при ступенчатом изменении стационарного распределения температуры среды в момент $\tau = \tau_0$ и свойствах материала независимых от температуры, получено в следующем виде:

$$\mathbf{t} = \mathbf{t}_0 + \left[1 - \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{A}_i \cdot \exp\left(-\frac{\tau - \tau_0}{v_i}\right) \right] (\mathbf{t}_{st} - \mathbf{t}_0), \quad (8)$$

где \mathbf{A}_i, v_i – собственные функции и собственные значения задачи:

$$\frac{\partial \left(\lambda \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(\lambda \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y} \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left(\lambda \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z} \right)}{\partial z} + \frac{c\rho}{v} \mathbf{A} = 0,$$

$$\lambda \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial n} \Big|_{n=0} + \alpha \mathbf{A} = 0.$$

В условиях нулевого начального распределения ($\mathbf{t}_0 = 0$) выражение (8) приобретает вид:

$$\Pi_{кр}(\tau) = \frac{\mathbf{t}}{\mathbf{t}_{st}} = 1 - \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{A}_i \cdot \exp\left(-\frac{\tau - \tau_0}{v_i}\right). \quad (9)$$

Представление ступенчатой переходной характеристики экспоненциальным рядом переводит задачу непараметрической идентификации динамики температуры, из задачи о нахождении такой характеристики в виде непрерывной функции времени, в задачу *параметрической идентификации*, оценивания параметров \mathbf{A}_i, v_i .

Из теории регулярного режима известно, что первый член экспоненциального ряда переходной характеристики описывает ее регулярную, заключительную часть.

Начальная часть характеристики описывается всеми (бесконечным количеством) членов экспоненциального ряда [6]. Проведенный анализ показал, что ступенчатые переходные характеристики теплоинерционных деталей (дисков турбин и компрессоров) двигателей с достаточной точностью описываются тремя экспонентами, за исключением небольшого по продолжительности, 3 – 10 с, начального участка.

Нами предложен метод идентификации, заключающийся в разделении переходного процесса на участки, описываемые разным количеством экспонент, и последовательном оценивании коэффициентов экспоненциального ряда (9), начиная с заключительного участка переходного процесса.

1. Разделение переходного процесса на участки.

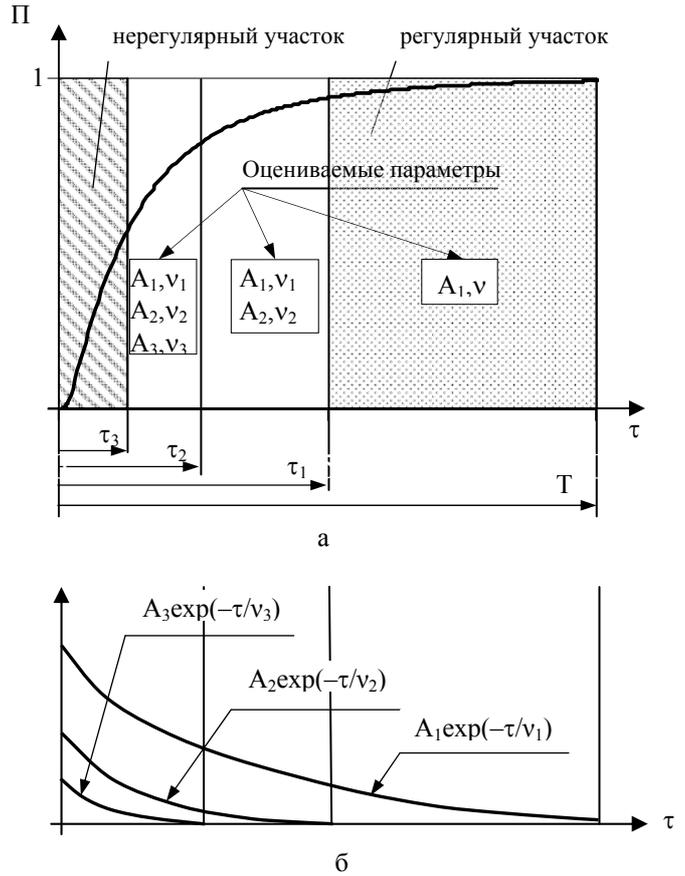


Рис. 1. Разделение переходной характеристики на участке оценивания

Известно, что отношение интервалов времени, на которых проявляется действие экспонент, равняется отношению их параметров v_i . Для i -й и $(i+1)$ -й экспонент (рис.1, б):

$$\frac{\tau_i}{\tau_{i+1}} = \frac{v_i}{v_{i+1}} = k.$$

При общей продолжительности процесса T начало i -го участка можно рассчитать по формуле:

$$\tau_i = \frac{T}{k^i},$$

где $k = 2 \dots 3$.

Переходная характеристика разделяется на 4 участка оценивания (рис. 1, а). Четвертый, нерегулярный, участок при идентификации не рассматривается.

2. Оценивание коэффициентов экспоненциального ряда $\mathbf{A}_1 \dots \mathbf{A}_n$ и $v_1 \dots v_n$ на участках $\tau_1 \dots \tau_n$.

На первом, заключительном участке переходной характеристики, начиная с τ_1 и до времени T , по методу наименьших квадратов определяют параметры

A_1 и v_1 . Для нахождения параметров последующих членов ряда рассматриваемый участок увеличивают до времени τ_i , а параметры предыдущих членов ряда фиксируют.

3. Одновременное уточнение параметров $A_1 \dots A_n$ и $v_1 \dots v_n$.

После последовательного определения параметров экспоненциального ряда методом наименьших квадратов проводится одновременное уточнение всех параметров ряда.

Для оценки точности модели ТС деталей ГТД на основе экспоненциального представления переходных характеристик проведено сравнение расчета динамики температуры в цикле:

запуск – малый газ – взлетный – малый газ
с расчетом по конечно-элементным моделям. Длительность работы на каждом режиме составила 120 с, что характерно для циклов авиационных двигателей.

Как видно из рис. 2, погрешность описания переходных процессов для критической точки диска ТВД двигателя составляет порядка 3°C . По другим основным деталям двигателя уровень погрешности не превысил указанного значения. Такой уровень погрешности соответствует допустимой погрешности, полученной в требованиях к точности мониторинговых моделей ТС для систем учета выработки ресурса в работе [1].

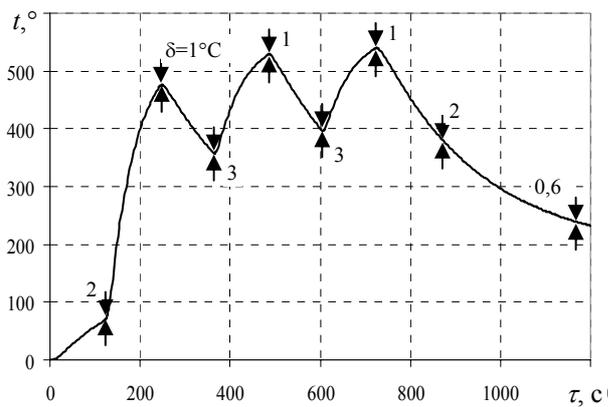


Рис. 2. Результаты верификации для критической точки диска ТВД по моделям высокого уровня

При недостаточной точности описания переходных характеристик ТС возможно увеличение коли-

чества членов экспоненциального ряда до четырех.

При определении большого количества (более трех) параметров экспоненциального ряда возможно «спутывание» значений или нахождение «лишних» экспонент, поэтому необходимо отслеживать в процессе идентификации значения и соотношения параметров v_i и v_{i+1} .

Литература

1. Олейник А.В. Шимановская Н.А. Требования к точности мониторинга температурного и напряженного состояний основных деталей ГТД при эксплуатации с допустимым уровнем повреждения // Вестник двигателестроения. – 2007. – № 3. – С. 152-155.
2. Олейник А.В. Эксплуатационный мониторинг температурного состояния детали газотурбинного двигателя как задача динамики конечно-элементной модели в пространстве состояний // Авиационно-космическая техника и технология. – 2004. – № 4 (12). – С. 38-42.
3. Алгоритмы мониторинга температурного и напряженного состояний деталей авиационных ГТД в системах учета выработки их ресурсов / А.В. Олейник, Д.Ф. Симбирский, В.А. Филяев и др. // Авиационно-космична техніка і технологія. – Х.: НАКУ «ХАИ», 2002. – Вип. 30. – С. 75-79.
4. Олейник А.В., Шимановская Н.А. Выбор алгоритмов мониторинга температуры деталей на установившихся режимах для учета выработки ресурса газотурбинного двигателя // Авиационно-космична техніка і технологія. – 2003. – № 40/5. – С. 105-108.
5. Основы идентификации и проектирования тепловых процессов и систем: Учебное пособие / О.М. Алифанов, П.Н. Вабищевич, В.В. Михайлов и др. – М.: Логос, 2001. – 400 с.
6. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высш. шк., 1967. – 599 с.

Поступила в редакцию 15.05.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.Н. Доценко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.