

УДК 629.78.054

И.Н. БАНДУРА, И.Ю. ДЫБСКАЯ, В.В. ЖАЛНИНА

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО АЛГОРИТМА РАЗВОРОТА КОСМИЧЕСКОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Работоспособность активных систем с реактивными двигателями возможна только в том случае, если на борту космического летательного аппарата (КЛА) имеются запасы рабочего тела. Поэтому расход рабочего тела на управление КЛА должен быть минимальным. Таким образом, синтез оптимальных по расходу рабочего тела алгоритмов управления угловым положением космического объекта является актуальным. В статье проведен синтез оптимального алгоритма в режиме разворота КЛА. При оптимальном по быстрдействию развороте расход рабочего тела значительный в силу постоянного включения сопел, поэтому поставлена задача получения оптимального по расходу рабочего тела алгоритма разворота КЛА.

Ключевые слова: режим разворота, оптимальный алгоритм, оптимальная траектория движения, расход рабочего тела, оптимальное быстрдействие.

Введение

Современный космический летательный аппарат оснащен системой управления, включающей целый комплекс отдельных подсистем. Проведение научных исследований и техническое применение летательного аппарата предполагает вполне определенную ориентацию углового положения аппарата в пространстве [1, 2]. Непрерывное повышение требований к эффективности систем управления вызывает необходимость использования предельных возможностей САУ, создания оптимальных систем. Для решения задачи синтеза оптимальной системы широко используются методы вариационного исчисления, принцип максимума Л.С. Понтрягина, метод динамического программирования Беллмана, градиентный метод и другие [3 – 5].

1. Постановка задачи исследования

Рассмотрим задачу оптимального по расходу рабочего тела разворота космического объекта за ограниченное время при ограничениях на управляющий момент. Примем, что разворот осуществляется только в канале тангажа, а в других каналах углы и скорости пренебрежимо малы. Будем решать задачу для космического аппарата, движение которого при плоском развороте описывается следующей системой дифференциальных уравнений первого порядка [1]:

$$\begin{cases} \frac{d\vartheta}{dt} = \omega_Z; \\ \frac{d\omega_Z}{dt} = m_Z, \end{cases} \quad (1)$$

где ϑ – угол тангажа;

ω_Z – проекция угловой скорости;

m_Z – приведенный момент;

$$m_Z = \frac{M_Z}{J},$$

где M_Z – прикладываемый к космическому аппарату момент;

J – момент инерции объекта относительно оси Z .

Синтезируем алгоритм разворота, минимизирующий расход рабочего тела при заданном времени разворота. Используем для этой цели принцип максимума Понтрягина [4].

2. Синтез алгоритма разворота космического аппарата

Введем переменные состояния (фазовые координаты) как

$$\vartheta = X_1; \quad \omega_Z = X_2.$$

Тогда уравнения движения объекта для рассматриваемого случая можно записать как

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = X_2; \\ \dot{X}_2 = m_Z. \end{cases} \quad (2)$$

Минимизируемый функционал имеет вид

$$I = \int_{t_0}^{t_K} |m| dt, \quad (3)$$

где $(t_K - t_0)$ – время разворота.

Управляемые координаты удовлетворяют следующим условиям:

$$\begin{aligned} X_1(t_0) = X_{10}, \quad X_1(t_K) = 0; \\ X_2(t_0) = X_{20}, \quad X_2(t_K) = 0; \end{aligned} \quad (X_{10}, X_{20}) \in R,$$

где X_{10}, X_{20} – начальные значения по углу и угловой скорости объекта соответственно;

R – область фазовой плоскости переменных X_1, X_2 , содержащая начало координат.

Полученная функция Гамильтона будет иметь вид

$$H = \psi_1 X_2 + \psi_2 u - |u|. \quad (4)$$

Уравнения для сопряженных параметров имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_1(t) = 0; \\ \dot{\psi}_2(t) = -\psi_1(t). \end{aligned} \quad (5)$$

Из уравнений (5) находим

$$\begin{aligned} \psi_1(t) = \psi_{10}; \\ \psi_2(t) = -\psi_{10} \cdot t + \psi_{20}. \end{aligned} \quad (6)$$

Применительно к функциям (4) принцип максимума дает равенство

$$\psi_2 u^* - |u^*| = \max[\psi_2 u - |u|]. \quad (7)$$

Из этого равенства находим оптимальное уравнение u^* в виде функции параметра ψ_2 :

$$u^* = \begin{cases} 0 & \text{при } |\psi_2| < 1; \\ +1 & \text{при } \psi_2 \geq 1; \\ -1 & \text{при } \psi_2 \leq -1. \end{cases} \quad (8)$$

Построим оптимальную траекторию в случае, когда $\bar{X}(t_0) = (X_{10}, X_{20})$. Допустим, что оптимальное управление изменяется во времени как последовательность значений $(-1, 0, +1), (-1, +1)$, что легко устанавливается при заданном начальном состоянии системы из физических соображений. Тогда, начиная от момента $t = t_0$, оптимальное управление будет

$$u^*(t) = \begin{cases} -1 & \text{при } t_0 \leq t \leq t_1; \\ 0 & \text{при } t_1 < t < t_1 + t_2; \\ +1 & \text{при } (t_1 + t_2) \leq t \leq (t_1 + t_2 + t_3), \end{cases} \quad (9)$$

где t_1, t_2, t_3 – продолжительность временных интервалов, в течение которых $u^*(t)$ остается постоянным.

Обозначая:

$$\begin{aligned} \bar{X}(t_1) &= (X_{11}, X_{21}); \\ \bar{X}(t_1 + t_2) &= (X_{12}, X_{22}); \\ \bar{X}(t_1 + t_2 + t_3) &= (0, 0) \end{aligned} \quad (10)$$

и требуя, чтобы

$$t_p = t_K - t_0 = t_1 + t_2 + t_3,$$

где t_p – время разворота,

из кусочно-непрерывного решения системы уравнений (2) находим

$$t_1 = X_{20} - X_{21}; \quad t_2 = \frac{X_{12} - X_{11}}{X_{21}}; \quad t_3 = -X_{21};$$

$$X_{12} = \frac{1}{2} X_{21}^2.$$

В соответствии с равенством (10) получаем следующее алгебраическое уравнение линии переключения в четвертом квадранте

$$\frac{3}{2} X_{21}^2 + (t_p - X_{20}) X_{21} + X_{11} = 0. \quad (11)$$

Кривая представляет собой параболу, вершина которой имеет координаты

$$X_{1\Pi} = \frac{(t_p - X_{20})^2}{6}; \quad X_{2\Pi} = -\frac{t_p - X_{20}}{3}.$$

Пересечение этой кривой (кривая 2 на рис. 1) с параболой (кривая 1), проходящей через начало координат, дает точки с координатами

$$X_{1*} = \frac{(t_p - X_{20})^2}{8}; \quad X_{2*} = -\frac{t_p - X_{20}}{2}.$$

Отметим, что координаты вершины параболы и первой точки пересечения однозначно определяются величиной t_p , а также начальной угловой скоростью X_{20} и не зависят от начального отклонения.

Первоначальное движение ($u = -1$) происходит по параболе (кривая 3), уравнение которой имеет вид

$$X_1 = X_{10} + \frac{X_{20}^2}{2} - \frac{X_2^2}{2}.$$

Решая это уравнение при $X_1 = X_{11}$ и $X_2 = X_{21}$ совместно с (11), находим координаты точек пересечения параболы 3 с параболой 2:

$$X_{21} = -\frac{t_p - X_{20}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(t_p - X_{20})^2 - 4X_{10}}. \quad (12)$$

Фазовая траектория оптимального разворота показана на рис. 1.

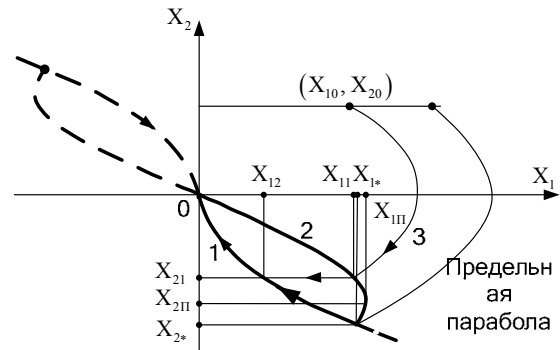


Рис. 1. Оптимальные фазовые траектории разворота

Очевидно, что точка переключения соответствует знаку «+». Решение имеет смысл при

$$t_p^2 - 2t_p X_{20} - X_{20}^2 - 4X_{10} \geq 0. \quad (13)$$

Это соотношение приводится к виду

$$(t_p - t_{p1})(t_p - t_{p2}) \geq 0,$$

где $t_{p1,2} = X_{20} \pm \sqrt{2X_{20}^2 + 4X_{10}}$.

Учитывая, что $t_{p1} > 0$, а $t_{p2} < 0$ условие (13) выполняется лишь при

$$t_p \geq t_{p1} = X_{20} + \sqrt{2X_{20}^2 + 4X_{10}}.$$

Сравнивая выражение (12) при $t_p = t_{p1}$ с соответствующим выражением (11), замечаем, что существует предельный случай, когда все три параболы имеют одну общую точку, причем параболы 2 и 3 в этой точке касаются. Следовательно, при

$$t_p \leq t_{p*} = X_{20} + \sqrt{2X_{20}^2 + 4X_{10}} \quad (14)$$

условие минимизации расхода топлива не выполняется, и оптимизация осуществляется по критерию максимального быстродействия (время t_{p*} является минимально возможным при заданных начальных условиях X_{10} и X_{20}), так как движение происходит лишь по параболам 3 и 1.

Минимизация расхода топлива возможна, если требуемое время разворота больше времени разворота, соответствующего максимальному быстродействию, за счет включения промежуточного участка движения по инерции (естественный разворот с отключенными двигателями) [5]. При заданном значении t_{p*} для каждого X_{20} имеется вполне определенная парабола 2, и условие (13) выполняется при определенных начальных отклонениях

$$X_{10} \leq \frac{t_{p*}^2}{2} - \left(\frac{t_{p*} - X_{20}}{2} \right)^2.$$

Это выражение определяет область начальных условий, допускающих минимизацию расхода при данном t_p . На рис. 1 показана предельная парабола, которая делит правую полуплоскость на две части. Слева располагаются точки X_{10} , X_{20} , допускающие минимизацию расхода при $t_p > t_{p*}$, а справа – точки, для которых задача минимизации расхода не имеет смысла, так как система может быть переведена в состояние $X(t_p) = (0, 0)$ по параболам 3 и 1 с постоянно включенными двигателями за время $t_p > t_{p \min}$. Определим время t_p программного разворота космического аппарата, уравнения движения которого имеют вид

$$\begin{aligned} \ddot{X}_1 &= m_Z; \\ \dot{X}_1 &= \dot{X}_1(t_0) + m_Z \cdot t; \end{aligned} \quad (15)$$

$$X_1 = X_1(t_0) + \dot{X}_1(t_0) \cdot t + 0,5 \cdot m_Z \cdot t^2.$$

Подставив в (15) значения переменных для ко-

нечной точки траектории, получим

$$\begin{aligned} \vartheta_p &= 0,5 \cdot m_Z \cdot t_p^2; \\ t_p &= \sqrt{\frac{2\vartheta_p}{m_Z}}. \end{aligned} \quad (16)$$

Расход рабочего тела для одного разворота

$$G = G_{\text{сек}} \cdot t_p, \quad (17)$$

где $G_{\text{сек}}$ – секундный расход рабочего тела.

3. Моделирование динамики системы управления в режиме разворота

Промоделируем алгоритм разворотов для КЛА [1] с помощью прикладного пакета программы Mat-Lab Simulink.

Для начала промоделируем систему с оптимальным по быстродействию управлением, приводящим КЛА из начального в конечное состояние. Начальные условия: $X1(0) = 180^\circ$, $X2(0) = 1^\circ/\text{с}$. Необходимо перевести объект в точку с координатами (0; 0). В результате моделирования получаем фазовую траекторию (рис. 2, а). Для наглядности на рис. 2, б, в, г приведены графики изменения управления, угла и угловой скорости. Как видно из полученных графиков, управление переводит объект управления из начального состояния с координатами (180;1) в конечное с координатами (0;0). Однако совершение программного разворота за минимальное время нерационально для космического летательного аппарата, находящегося длительное время на орбите, так как требует больших затрат рабочего тела. В таком случае более эффективным является алгоритм с оптимальным управлением (9). Схема моделирования углового движения космического аппарата в режиме разворота с законом управления (9) без учета наличия у ДУС зоны нечувствительности приведена на рис. 3. На схеме блок DEE (Differential Equation Editor – блок решения дифференциальных уравнений) реализует систему уравнений (1) и задание ненулевых начальных значений, приведенных выше. Блоки констант задают следующие значения: M_Z – значение прикладываемого к космическому аппарату момента; pitch – требуемое значение угла разворота КЛА по тангажу; I_Z – значение момента инерции КЛА. Блоки Dead Zone и Transport Delay имитируют зону нечувствительности и запаздывание исполнительных органов КЛА соответственно. XY Graph 1 – блок получения фазового портрета. Блоки Scope служат для отображения переходного процесса по углу тангажа. R2D – блоки преобразования величин из радиан в градусы.

Результаты моделирования представлены на рис. 4.

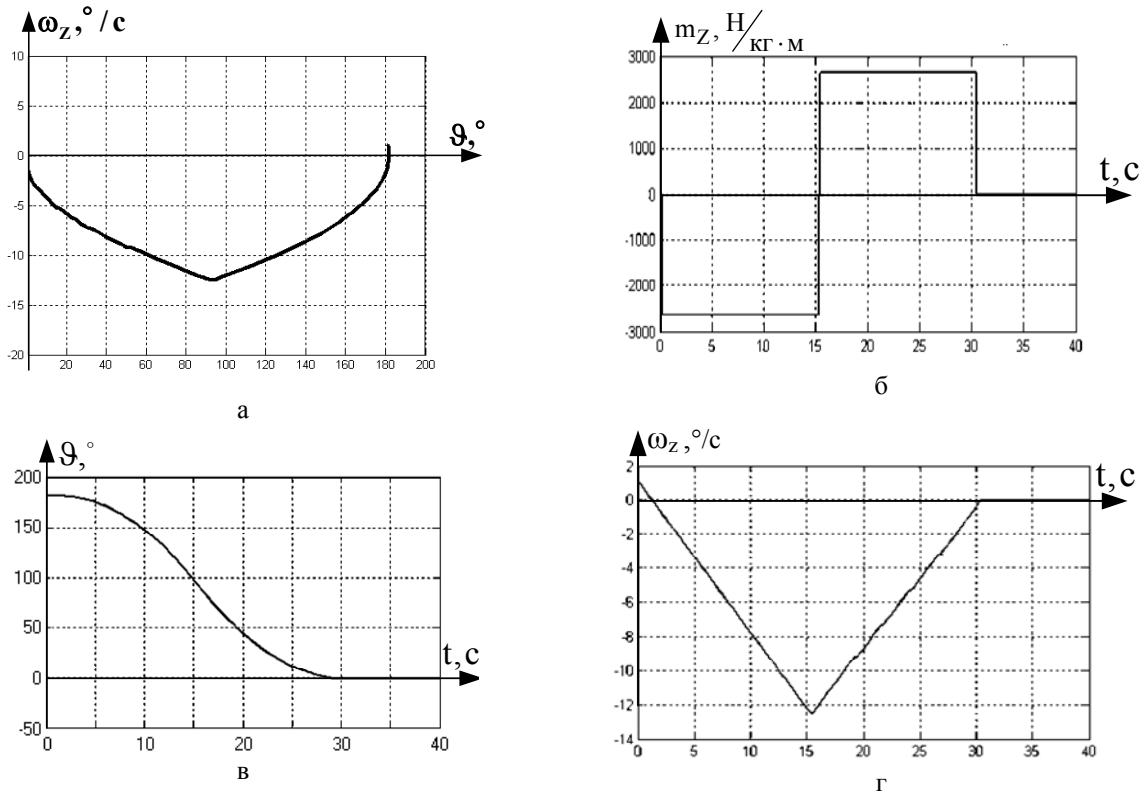


Рис. 2. Результаты моделирования схемы разворота КЛА:
 а – фазовая траектория разворота, оптимального по расходу топлива; б – график изменения управляющего воздействия; в – график изменения угла; г – график изменения угловой скорости

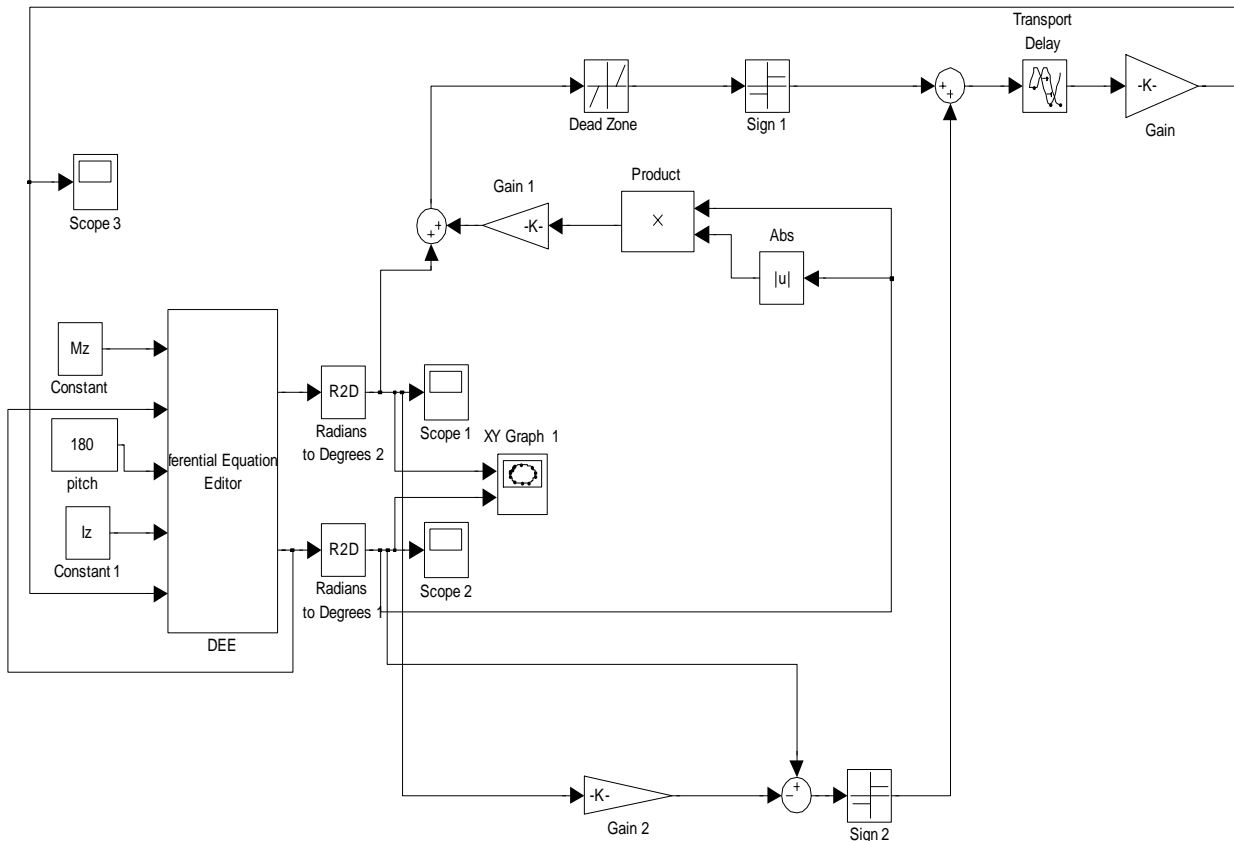


Рис. 3. Машинная модель системы

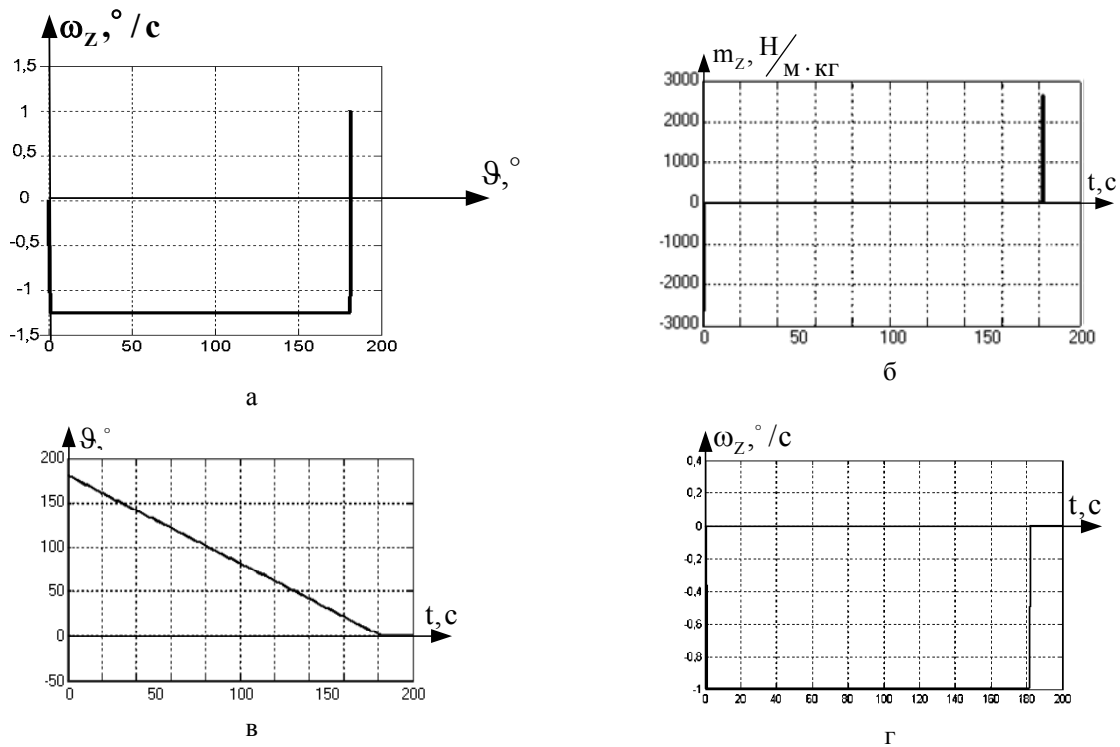


Рис. 4. Результаты моделирования схемы разворота КЛА:

а – фазовая траектория разворота, оптимального по расходу топлива; б – график изменения управляющего воздействия; в – график изменения угла; г – график изменения угловой скорости

Как видно из полученных графиков, для осуществления разворота, оптимального по расходу рабочего тела, сначала подается на объект сигнал управления $u(t) = -1$.

Эта информация на выходе БЦВМ является командой на включение сопла, создающего отрицательный управляющий момент. Когда состояние $(X_1(t), X_2(t))$ оказывается на линии переключения, заданной уравнением (11), БЦВМ выдает информацию $u(t) = 0$ и происходит отключение двигателей.

При достижении следующей линии переключения БЦВМ выдает сигнал $u(t) = +1$ и происходит включение сопла, создающего положительный момент.

Экономия расхода рабочего тела обеспечивается вследствие естественного разворота КЛА по инерции с отключенными двигателями. При этом траектория движения определяется уравнениями

$$X_2(t) = X_2(t_0) = \text{const};$$

$$X_1(t) = X_1(t_0) + X_2(t_0) \cdot t.$$

Рассчитаем расход рабочего тела для двух случаев: разворота оптимального по быстродействию и разворота оптимального по расходу рабочего тела.

Из уравнения (17) можем записать

$$G = G_{\text{сек}} \cdot 2t_{\text{вкл}},$$

где $t_{\text{вкл}}$ – время, в течение которого включены двигатели:

$$t_{\text{вкл}} = \frac{X_{21}}{m_Z}.$$

С учетом того, что $G_{\text{сек}}$ – секундный расход рабочего тела, с помощью полученных графиков определяем

$$G = G_{\text{сек}} \cdot 29,2;$$

$$G_{\text{опт}} = G_{\text{сек}} (1,35 + 1,2) [\text{кг}],$$

где G – расход рабочего тела при развороте оптимальном по быстродействию,

$G_{\text{опт}}$ – расход рабочего тела при развороте оптимальном по расходу рабочего тела.

Вычисляем отношение

$$G / G_{\text{опт}} = 29,5 / 2,25 = 11,45.$$

Полученные данные подтверждают, что расход рабочего тела для второго алгоритма значительно меньше (18,8 раз).

Заключение

Получен оптимальный по расходу рабочего тела алгоритм разворота КЛА.

Проведено моделирование системы управления с синтезированным алгоритмом, получены графики, отражающие разворот, а также оптимальная траектория движения на фазовой плоскости. Проведен расчет расхода рабочего тела, из полученных данных можно сделать вывод, что при оптимальном

управлении происходит экономия рабочего тела.

Направление дальнейших исследований предполагает синтез алгоритмов пространственного разворота КЛА на основе предложенного подхода, минимизирующего расход рабочего тела.

Литература

1. Разыграев А.П. Основы управления полетом космических аппаратов и кораблей / А.П. Разыграев. – М.: Машиностроение, 1977. – 472 с.

2. Рюмин М.Н. Переориентация существенно несимметричного космического летательного аппарата с двигателями-маховиками / М.Н.Рюмин // XIII Міжнародна конференція з автоматичного

3. управління (Автоматика-2006), Вінниця, 25-28 вересня 2006 р. – Вінниця, 2006. – С. 263.

4. Соколов Ю.Н. Компьютерный анализ и проектирование систем управления. Ч.3. Оптимальные системы: учеб. пособие для вузов / Ю.Н. Соколов. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2006. – 272 с.

5. Пупков К.А. Методы классической и современной теории автоматического управления: В 5-ти т.; 2-е изд., перераб. и доп. – Т. 4: Теория оптимизации систем автоматического управления / К.А. Пупков, Н.Д. Егунов. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 744 с.

6. Оптимальное управление движением / В.В. Александров, В.Г. Болтянский, С.С. Лемак, Н.А. Парусников, В.М. Тихомирова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 376 с.

Поступила в редакцию 15.01.2009

Рецензент: д-р техн. наук, проф., проф. кафедры автоматизации и управления в технических системах А.И. Рогачев, Национальный технический университет „ХПИ”, Харьков.

ДОСЛІДЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНОГО АЛГОРИТМУ РОЗВОРОТУ КОСМІЧНОГО ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ

І.М. Бандура, І.Ю. Дибська, В.В. Жалніна

Працездатність активних систем з реактивними двигунами можлива лише тоді, коли на борту космічного літального апарату (КЛА) є запаси робочого тіла. Тому витрати робочого тіла на управління КЛА повинні бути мінімальними. Таким чином, синтез оптимальних за витратою робочого тіла алгоритмів управління кутовим положенням космічного об'єкту є актуальним. У статті було проведено синтез оптимального алгоритму в режимі розвороту КЛА. У випадку оптимального з швидкодії розвороту витрати робочого тіла значні в силу постійного включення сопел, тому поставлена задача отримання оптимального з витрат робочого тіла алгоритму розвороту КЛА.

Ключові слова: режим розвороту, оптимальний алгоритм, оптимальна траєкторія руху, витрати робочого тіла, оптимальна швидкодія.

RESEARCH OF OPTIMAL ALGORITHM OF TURN SPACESHIP

I.N. Bandura, I.Yu. Dibskaya, V.V. Zhalnina

Operation time of active systems with jet engines is defined by quantity of fuel, located onboard spaceship (SS). Therefore the fuel consumption for control of SV angular motion should be minimal. Thus, synthesis of optimal fuel consumption algorithms of angular position control of space object is very important. Synthesis of optimal algorithm in SS turn mode is presented. In case of optimal turn with minimal time the fuel consumption is rather significant, therefore the control algorithm for SV turn mode minimizing fuel consumption is presented.

Keywords: turn mode, optimal algorithm, optimal trajectory of motion, fuel consumption, optimal performance.

Бандура Иван Николаевич – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры систем управления летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

Дыбская Ирина Юрьевна – канд. техн. наук, доцент кафедры систем управления летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: irinadyb@gmail.com.

Жалнина Виктория Васильевна – магистрант кафедры систем управления летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.