

УДК 681.5:629.733.5

С.Н. ФИРСОВ, ДО КУОК ТУАН

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ДИАГНОСТИРУЕМОСТЬ БЛОКА АКСЕЛЕРОМЕТРОВ ПРИ ПРОСТРАНСТВЕННОМ ДВИЖЕНИИ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Отражена проблематика диагностического обеспечения блока акселерометров, позволяющего диагностировать его техническое состояние с глубиной до вида отказа с последующем восстановлением работоспособности отказавшего измерителя в режиме реального времени. В результате исследования различных вариантов компоновки измерителей для задачи пространственного движения летательного аппарата были получены критерии, выполнение которых обеспечивает глубокое диагностирование блока акселерометров без применения дополнительной информации от других измерительных блоков системы управления и при наличии минимальной аппаратной избыточности.

Ключевые слова: отказостойкость, диагностирование, акселерометр, отказ, матрица связи, ускорение, угловая скорость.

Введение

С момента становления аэрокосмической отрасли и по сегодняшний день большое внимание уделяется решению задач минимизации бортового оборудования летательных аппаратов (ЛА) без снижения показателей надежности и ресурса соответствующих систем и подсистем. Самый распространенный и проверенный практикой подход обеспечения заданного уровня надежности – резервирование. Этот подход заключается в применении однотипных избыточных устройств, в том числе и измерителей параметров движения – линейного ускорения и угловой скорости объекта, что, с одной стороны, уменьшает вероятность возникновения отказа, а с другой – пропорционально кратности резервирования увеличиваются массогабаритные и энергетические показатели, приводящие к уменьшению полезной нагрузки на борту ЛА и повышению стоимостных показателей аэрокосмических комплексов [1]. Устраняет отмеченные недостатки системный подход к обеспечению отказостойкости, заключающийся в глубоком диагностировании технического состояния системы управления ЛА и гибком ее восстановлении в режиме реального времени имеющимися в наличии избыточностями, которые заложены в систему в процессе ее проектирования или вводятся искусственно.

Обеспечение отказостойкостью систем управления ЛА достигается путем обеспечения этим свойством элементов систем управления ЛА, к числу которых относятся и измерители параметров движения – акселерометры.

Мажоритарная, наиболее распространенная, схема размещения измерителей состоит из трех ак-

селерометров, оси чувствительности которых ортогональны друг другу и совпадают (или параллельны) с осями связанной с ЛА системой координат. Подобное расположение довольно простое и при незначительном усовершенствовании алгоритмов обработки измеряемой информации позволяет решать задачи глубокого диагностирования технического состояния измерительного блока и гибкого его восстановления в режиме реального времени. Однако подобная компоновка в три раза увеличивает энергопотребление, массогабаритные размеры и экономические показатели изделия, поэтому актуальна задача компоновки измерительных блоков ЛА с минимальной аппаратной избыточностью, позволяющих обеспечить уровень надежности соответствующей классической мажоритарной схемы.

Постановка задачи

Акселерометры относятся к объектам диагностирования с неизвестным входом, поэтому единственный способ обеспечения таких элементов структурной диагностируемостью, а соответственно выполнения необходимого условия диагностируемости в рамках применяемого сигнально-параметрического подхода для решения задач глубокого диагностирования – введение структурной избыточности [2]. Для обеспечения глубокого диагностирования блока акселерометров необходимо определить минимально необходимое количество измерителей в измерительном блоке, их компоновку и сформировать соответствующие алгоритмы диагностического обеспечения, позволяющие решать задачи глубокого диагностирования блока акселерометров и в даль-

нейшем гибко восстанавливать измерения в режиме реального времени. Эта задача для плоскостного движения ЛА была решена [3], открытым остался вопрос для пространственного движения ЛА.

1. Частный случай размещения датчиков в измерительном блоке

У

Для обеспечения полной диагностируемости блока акселерометров необходимо выполнение двух условий:

1. Количество измерителей в блоке должно равняться $N = n + 2$, где n – количество степеней свободы по измеряемому параметру; N – минимально необходимое количество измерителей, обеспечивающих глубокое диагностирование при n степенях свободы.

2. Акселерометры в измерительном блоке необходимо компоновать относительно осей измерительной системы координат таким образом, чтобы выполнялось равенство: $L = N$ и $\Delta_i \neq 0, \forall i = \overline{1, N}$,

где L – количество линейно независимых строк матрицы K ; K – матрица коэффициентов, характеризующих несовпадение осей чувствительности акселерометров с измерительным базисом;

$$C_N^n = \frac{N!}{2!n!}.$$

С учетом введенных условий исследуем размещение акселерометров, представленное на рис. 1 без учета вращения.

Несложно показать, что первое условие выполняется ($N = 3 + 2 = 5$). Для определения выполнения второго условия получим математическую модель измерительного блока.

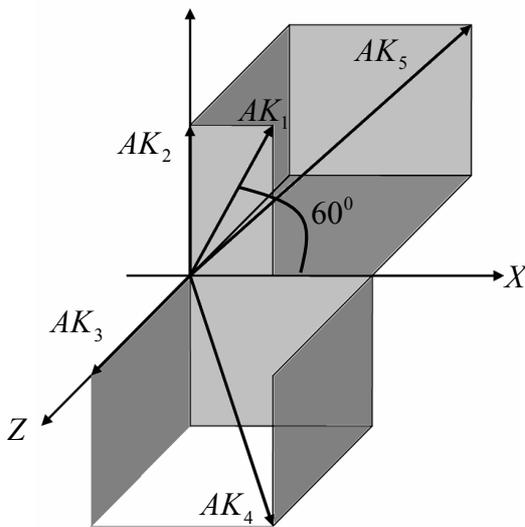


Рис. 1. Компоновка акселерометров в измерительном блоке

Учитывая, что используются однотипные акселерометры, с учетом предложенной компоновки и без учета влияния вращения, математические модели номинального поведения акселерометров примут вид:

$$\begin{aligned} \tilde{U}_1(t) &= \frac{1}{2}a_x(t) + \frac{\sqrt{3}}{2}a_y(t) + 0a_z(t); \\ \tilde{U}_2(t) &= 0a_x(t) + 1a_y(t) + 0a_z(t); \\ \tilde{U}_3(t) &= 0a_x(t) + 0a_y(t) + 1a_z(t); \\ \tilde{U}_4(t) &= \frac{1}{\sqrt{3}}a_x(t) - \frac{1}{\sqrt{3}}a_y(t) + \frac{1}{\sqrt{3}}a_z(t); \\ \tilde{U}_5(t) &= \frac{1}{\sqrt{3}}a_x(t) + \frac{1}{\sqrt{3}}a_y(t) - \frac{1}{\sqrt{3}}a_z(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\tilde{U}_i(t)$ – выходное напряжение i -го акселерометра ($i = \overline{1, 5}$); $a_x(t), a_y(t), a_z(t)$ – проекции абсолютного ускорения на оси измерительного трехгранника.

Запишем полученные уравнения в векторно-матричном виде:

$$\tilde{\bar{U}}(t) = K\bar{A}(t), \quad (2)$$

$$\text{где } \tilde{\bar{U}}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{U}_1(t) \\ \tilde{U}_2(t) \\ \tilde{U}_3(t) \\ \tilde{U}_4(t) \\ \tilde{U}_5(t) \end{bmatrix}; \quad K = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix};$$

$$\bar{A}(t) = [a_x(t) \ a_y(t) \ a_z(t)]^T.$$

Анализ матрицы K показывает, что все ее строки линейно независимы, а все $\Delta_i \neq 0$ размерностью

$$(n \times n) \quad \forall i = \overline{1, \left(C_N^n = C_5^3 = \frac{5!}{3!2!} = 10 \right)},$$

что соответствует выполнению необходимого условия полной диагностируемости, а следовательно данный блок, состоящий из пяти датчиков полностью диагностируем с глубиной до вида отказа.

Сформируем алгоритм диагностирования предложенного блока измерителей с глубиной до места отказа. Для этой цели рассмотрим первые четыре уравнения:

$$\begin{cases} \tilde{U}_1(t) = \frac{1}{2}a_x(t) + \frac{\sqrt{3}}{2}a_y(t) + 0a_z(t); \\ \tilde{U}_2(t) = 0a_x(t) + 1a_y(t) + 0a_z(t); \\ \tilde{U}_3(t) = 0a_x(t) + 0a_y(t) + 1a_z(t); \\ \tilde{U}_4(t) = \frac{1}{\sqrt{3}}a_x(t) - \frac{1}{\sqrt{3}}a_y(t) + \frac{1}{\sqrt{3}}a_z(t). \end{cases} \quad (3)$$

Из усеченной системы уравнений (3) выражаем проекции ускорений на соответствующие оси базовой системы координат:

$$\begin{cases} a_x(t) = 2\tilde{U}_1(t) - \sqrt{3}\tilde{U}_2(t); \\ a_y(t) = \tilde{U}_2(t); \\ a_z(t) = \tilde{U}_3(t). \end{cases} \quad (4)$$

Из полученной системы следует, что:

$$\begin{aligned} \tilde{U}_4(t) &= \frac{1}{\sqrt{3}}a_x(t) - \frac{1}{\sqrt{3}}a_y(t) + \frac{1}{\sqrt{3}}a_z(t) \Rightarrow \\ \hat{U}_4(t) &= \left\{ \left[2\tilde{U}_1(t) - \sqrt{3}\tilde{U}_2(t) \right] - \tilde{U}_2(t) + \tilde{U}_3(t) \right\} / \sqrt{3}; \\ \hat{U}_1(t) &= \frac{1}{2} \left[\sqrt{3}\tilde{U}_4(t) + (\sqrt{3} + 1)\tilde{U}_2(t) - \tilde{U}_3(t) \right]. \end{aligned}$$

Используя полученные аналитические зависимости, формируем следующее предикатное уравнение:

$$\begin{aligned} z_1 &= S_2 \left\{ \left[\Delta_1 = \tilde{U}_1(t) - \hat{U}_1(t) \right] \leq \delta_0 \right\} = \\ &= \left\{ \tilde{U}_1(t) - \frac{1}{2} \left[\sqrt{3}\tilde{U}_4(t) + (\sqrt{3} + 1)\tilde{U}_2(t) - \tilde{U}_3(t) \right] \approx 0 \right\} = \\ &= \begin{cases} 1 \text{ отказ } A_5, \\ 0 \text{ отказ } A_1, A_2, A_3, A_4. \end{cases} \end{aligned}$$

Аналогичным образом формируем предикатные уравнения для обнаружения отказа в остальных акселерометрах:

$$\begin{aligned} z_2 &= \left\{ \left[\Delta_2 = \tilde{U}_2(t) - \hat{U}_2(t) \right] \approx 0 \right\} = \\ &= S_2 \left\{ \tilde{U}_2(t) - \frac{1}{1-\sqrt{3}} \left[\sqrt{3}\tilde{U}_5(t) - 2\tilde{U}_1(t) + \tilde{U}_3(t) \right] \right\} = \\ &= \begin{cases} 1 \text{ отказ } A_4, \\ 0 \text{ отказ } A_1, A_2, A_3; \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_3 &= S_2 \left\{ \left[\Delta_3 = \tilde{U}_3(t) - \hat{U}_3(t) \right] \approx 0 \right\} = \\ &= S_2 \left\{ \tilde{U}_3(t) - \frac{\sqrt{3}}{2}\tilde{U}_4(t) + \frac{\sqrt{3}}{2}\tilde{U}_5(t) - \tilde{U}_2(t) \right\} = \\ &= \begin{cases} 1 \text{ отказ } A_1, \\ 0 \text{ отказ } A_2, A_3; \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_4 &= S_2 \left\{ \left[\Delta_4 = \tilde{U}_4(t) - \hat{U}_4(t) \right] \approx 0 \right\} = \\ &= S_2 \left\{ \tilde{U}_4(t) - \frac{1}{\sqrt{3}-1} \left[4\tilde{U}_1(t) - 2\sqrt{3}\tilde{U}_3(t) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. -(3+\sqrt{3})\tilde{U}_5(t) \right] \approx 0 \right\} = \begin{cases} 1 \text{ отказ } A_1, \\ 0 \text{ отказ } A_2, A_3; \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_5 &= S_2 \left\{ \left[\Delta_5 = \tilde{U}_5(t) - \hat{U}_5(t) \right] \approx 0 \right\} = \\ &= S_2 \left\{ \tilde{U}_5(t) - \frac{1}{\sqrt{3}} \left[4\tilde{U}_1(t) - 2\sqrt{3}\tilde{U}_2(t) - \sqrt{3}\tilde{U}_4(t) \right] \approx 0 \right\} = \\ &= \begin{cases} 1 \text{ отказ } A_2, \\ 0 \text{ отказ } A_3; \end{cases} \\ z_0 &= S \left\{ (|\Delta_1| \leq \delta_0) \& (|\Delta_2| \leq \delta_0) \right\} = \begin{cases} 1 - \text{нет отказа}; \\ 0 - \text{отказ}. \end{cases} \end{aligned}$$

На основе полученных зависимостей сформирован алгоритм диагностирования с глубиной до места отказа, представленный в виде дихотомического дерева на рис. 2.

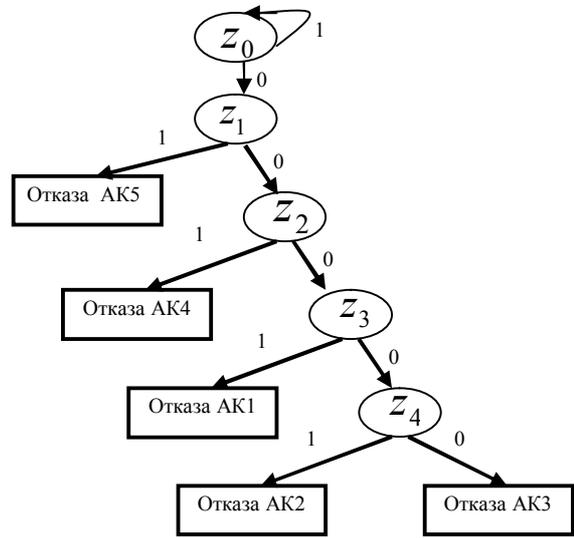


Рис. 2. Фрагмент дихотомического дерева определения момента времени возникновения отказа и его места

2. Произвольное размещение датчиков в измерительном блоке

Рассмотрим произвольное размещение акселерометров и учтем влияние вращения измерительного базиса на показания датчиков. На рис. 3 представлены вектор $\overline{OB}(t)$ с координатами $\overline{OB}(t) = [L(t)\cos\alpha \quad L(t)\cos\beta \quad L(t)\cos\gamma]^T$ и вектор $\overline{OA}(t)$ с координатами $\overline{OA}(t) = [\omega_x(t) \quad \omega_y(t) \quad \omega_z(t)]^T$. Модули векторов $\overline{OB}(t)$ и $\overline{OA}(t)$ обозначим, как $L(t)$ и $\omega(t)$ соответственно. С учетом введенных обозначений запишем:

$$\begin{aligned}
 OB^2(t) &= [L(t) \cos \alpha]^2 + [L(t) \cos \beta]^2 + \\
 &+ [L(t) \cos \gamma]^2 + [L(t) \cos \gamma]^2 = L^2(t); \\
 \overline{AB}(t) &= [L(t) \cos \alpha - \omega_x(t) \quad L(t) \cos \beta - \omega_y(t) \\
 &L(t) \cos \gamma - \omega_z(t)]^T; \\
 AB^2(t) &= \omega^2(t) + L^2(t) - 2L(t) \times \\
 &\times [\omega_x(t) \cos \alpha + \omega_y(t) \cos \beta + \omega_z(t) \cos \gamma]; \\
 \cos \varphi(t) &= \frac{OA^2(t) + OB^2(t) - AB^2(t)}{2\omega(t)L(t)} = \\
 &= \frac{\omega_x(t) \cos \alpha + \omega_y(t) \cos \beta + \omega_z(t) \cos \gamma}{\omega(t)}; \\
 \sin^2 \varphi(t) &= 1 - \cos^2 \varphi(t) = \\
 &= 1 - \left(\frac{\omega_x(t) \cos \alpha + \omega_y(t) \cos \beta + \omega_z(t) \cos \gamma}{\omega(t)} \right)^2.
 \end{aligned}$$

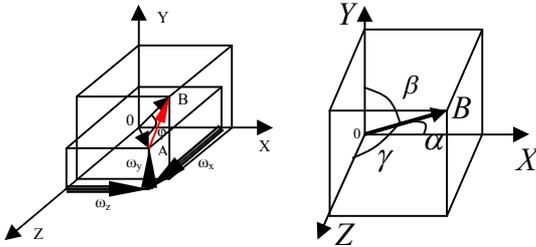


Рис. 3. Расположение оси чувствительности датчика

С учетом введенных обозначений и полученных соотношений, составляющая ускорения, вызванная вращением базиса $OXYZ$, примет вид:

$$\begin{aligned}
 a_0(t) &= a(t) \sin \varphi(t) = \omega^2(t) R_0 \sin^2 \varphi(t) = R_0 \times \\
 &\times \left\{ \omega^2(t) - [\omega_x(t) \cos \alpha + \omega_y(t) \cos \beta + \omega_z(t) \cos \gamma]^2 \right\}.
 \end{aligned}$$

Составляющую ускорения, вызванную влияниями проекций ускорения на оси базиса $OXYZ$, представим следующим образом:

$$a_0^*(t) = a_x(t) \cos \alpha + a_y(t) \cos \beta + a_z(t) \cos \gamma.$$

На основании полученных уравнений, результирующее значение проекции ускорения на ось чувствительности акселерометра примет вид:

$$\begin{aligned}
 a(t) &= a_0^*(t) + a_0(t) = a_x(t) \cos \alpha + a_y(t) \cos \beta + \\
 &+ a_z(t) \cos \gamma - R_0 \left[\omega^2(t) - (\omega_x(t) \cos \alpha + \right. \\
 &\left. + \omega_y(t) \cos \beta + \omega_z(t) \cos \gamma)^2 \right].
 \end{aligned}$$

Так как на выходе акселерометра формируется напряжение, пропорциональное проекции ускорения на его ось чувствительности, то математическая модель акселерометра при условии единичного коэффициента передачи будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
 U(t) &= a_x(t) \cos \alpha + a_y(t) \cos \beta + a_z(t) \cos \gamma - \\
 &- R_0 \left\{ \omega^2(t) - [\omega_x(t) \cos \alpha + \omega_y(t) \cos \beta + \omega_z(t) \cos \gamma]^2 \right\}.
 \end{aligned}$$

Для случая пяти датчиков линейных ускорений получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}
 U_1(t) &= a_x(t) \cos \alpha_1 + a_y(t) \cos \beta_1 + a_z(t) \cos \gamma_1 - R_1 \times \\
 &\times \left\{ \omega^2(t) - [\omega_x(t) \cos \alpha_1 + \omega_y(t) \cos \beta_1 + \omega_z(t) \cos \gamma_1]^2 \right\}; \\
 U_2(t) &= a_x(t) \cos \alpha_2 + a_y(t) \cos \beta_2 + a_z(t) \cos \gamma_2 - R_2 \times \\
 &\times \left\{ \omega^2(t) - [\omega_x(t) \cos \alpha_2 + \omega_y(t) \cos \beta_2 + \omega_z(t) \cos \gamma_2]^2 \right\}; \\
 U_3(t) &= a_x(t) \cos \alpha_3 + a_y(t) \cos \beta_3 + a_z(t) \cos \gamma_3 - R_3 \times \\
 &\times \left\{ \omega^2(t) - [\omega_x(t) \cos \alpha_3 + \omega_y(t) \cos \beta_3 + \omega_z(t) \cos \gamma_3]^2 \right\}; \\
 U_4(t) &= a_x(t) \cos \alpha_4 + a_y(t) \cos \beta_4 + a_z(t) \cos \gamma_4 - R_4 \times \\
 &\times \left\{ \omega^2(t) - [\omega_x(t) \cos \alpha_4 + \omega_y(t) \cos \beta_4 + \omega_z(t) \cos \gamma_4]^2 \right\}; \\
 U_5(t) &= a_x(t) \cos \alpha_5 + a_y(t) \cos \beta_5 + a_z(t) \cos \gamma_5 - R_5 \times \\
 &\times \left\{ \omega^2(t) - [\omega_x(t) \cos \alpha_5 + \omega_y(t) \cos \beta_5 + \omega_z(t) \cos \gamma_5]^2 \right\}.
 \end{aligned}$$

После преобразования, с учетом введенных обозначений, получим:

$$\begin{aligned}
 U_1(t) &= a_x(t) \cos \alpha_1 + a_y(t) \cos \beta_1 + a_z(t) \cos \gamma_1 - \\
 &- R_1 \left\{ \omega_x^2(t) \sin^2 \alpha_1 + \omega_y^2(t) \sin^2 \beta_1 + \omega_z^2(t) \sin^2 \gamma_1 - \right. \\
 &- 2 \left[\omega_x(t) \omega_y(t) \cos \alpha_1 \cos \beta_1 + \omega_y(t) \omega_z(t) \cos \beta_1 \cos \gamma_1 + \right. \\
 &\left. + \omega_z(t) \omega_x(t) \cos \gamma_1 \cos \alpha_1 \right] \left. \right\}; \\
 U_2(t) &= a_x(t) \cos \alpha_2 + a_y(t) \cos \beta_2 + a_z(t) \cos \gamma_2 - \\
 &- R_2 \left\{ \omega_x^2(t) \sin^2 \alpha_2 + \omega_y^2(t) \sin^2 \beta_2 + \omega_z^2(t) \sin^2 \gamma_2 - \right. \\
 &- 2 \left[\omega_x(t) \omega_y(t) \cos \alpha_2 \cos \beta_2 + \omega_y(t) \omega_z(t) \cos \beta_2 \cos \gamma_2 + \right. \\
 &\left. + \omega_z(t) \omega_x(t) \cos \gamma_2 \cos \alpha_2 \right] \left. \right\}; \\
 U_3(t) &= a_x(t) \cos \alpha_3 + a_y(t) \cos \beta_3 + a_z(t) \cos \gamma_3 - \\
 &- R_3 \left\{ \omega_x^2(t) \sin^2 \alpha_3 + \omega_y^2(t) \sin^2 \beta_3 + \omega_z^2(t) \sin^2 \gamma_3 - \right. \\
 &- 2 \left[\omega_x(t) \omega_y(t) \cos \alpha_3 \cos \beta_3 + \omega_y(t) \omega_z(t) \cos \beta_3 \cos \gamma_3 + \right. \\
 &\left. + \omega_z(t) \omega_x(t) \cos \gamma_3 \cos \alpha_3 \right] \left. \right\}; \\
 U_4(t) &= a_x(t) \cos \alpha_4 + a_y(t) \cos \beta_4 + a_z(t) \cos \gamma_4 - \\
 &- R_4 \left\{ \omega_x^2(t) \sin^2 \alpha_4 + \omega_y^2(t) \sin^2 \beta_4 + \omega_z^2(t) \sin^2 \gamma_4 - \right. \\
 &- 2 \left[\omega_x(t) \omega_y(t) \cos \alpha_4 \cos \beta_4 + \omega_y(t) \omega_z(t) \cos \beta_4 \cos \gamma_4 + \right. \\
 &\left. + \omega_z(t) \omega_x(t) \cos \gamma_4 \cos \alpha_4 \right] \left. \right\};
 \end{aligned}$$

$$U_5(t) = a_x(t) \cos \alpha_5 + a_y(t) \cos \beta_5 + a_z(t) \cos \gamma_5 - \\ - R_5 \left\{ \omega_x^2(t) \sin^2 \alpha_5 + \omega_y^2(t) \sin^2 \beta_5 + \omega_z^2(t) \sin^2 \gamma_5 - \right. \\ \left. - 2[\omega_x(t)\omega_y(t) \cos \alpha_5 \cos \beta_5 + \omega_y(t)\omega_z(t) \cos \beta_5 \cos \gamma_5 + \right. \\ \left. + \omega_z(t)\omega_x(t) \cos \gamma_5 \cos \alpha_5] \right\}.$$

Пренебрегая произведениями $\omega_x \omega_y$, $\omega_x \omega_z$, $\omega_y \omega_z$, запишем

$$U_1(t) = a_x(t) \cos \alpha_1 + a_y(t) \cos \beta_1 + a_z(t) \cos \gamma_1 - \\ - R_1 \left[\omega_x^2(t) \sin^2 \alpha_1 + \omega_y^2(t) \sin^2 \beta_1 + \omega_z^2(t) \sin^2 \gamma_1 \right]; \\ U_2(t) = a_x(t) \cos \alpha_2 + a_y(t) \cos \beta_2 + a_z(t) \cos \gamma_2 - \\ - R_2 \left[\omega_x^2(t) \sin^2 \alpha_2 + \omega_y^2(t) \sin^2 \beta_2 + \omega_z^2(t) \sin^2 \gamma_2 \right]; \\ U_3(t) = a_x(t) \cos \alpha_3 + a_y(t) \cos \beta_3 + a_z(t) \cos \gamma_3 - \\ - R_3 \left[\omega_x^2(t) \sin^2 \alpha_3 + \omega_y^2(t) \sin^2 \beta_3 + \omega_z^2(t) \sin^2 \gamma_3 \right]; \\ U_4(t) = a_x(t) \cos \alpha_4 + a_y(t) \cos \beta_4 + a_z(t) \cos \gamma_4 - \\ - R_4 \left[\omega_x^2(t) \sin^2 \alpha_4 + \omega_y^2(t) \sin^2 \beta_4 + \omega_z^2(t) \sin^2 \gamma_4 \right]; \\ U_5(t) = a_x(t) \cos \alpha_5 + a_y(t) \cos \beta_5 + a_z(t) \cos \gamma_5 - \\ - R_5 \left[\omega_x^2(t) \sin^2 \alpha_5 + \omega_y^2(t) \sin^2 \beta_5 + \omega_z^2(t) \sin^2 \gamma_5 \right].$$

В векторно-матричном виде полученная система примет вид:

$$U(t) = CA(t) - R\Omega^2(t),$$

где $U(t) = [U_1(t) \ U_2(t) \ U_3(t) \ U_4(t) \ U_5(t)]^T$ – вектор напряжений на выходах акселерометров;

$$C = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & \cos \beta_1 & \cos \gamma_1 \\ \cos \alpha_2 & \cos \beta_2 & \cos \gamma_2 \\ \cos \alpha_3 & \cos \beta_3 & \cos \gamma_3 \\ \cos \alpha_4 & \cos \beta_4 & \cos \gamma_4 \\ \cos \alpha_5 & \cos \beta_5 & \cos \gamma_5 \end{bmatrix} \quad - \text{ матрица направ-}$$

ляющих косинусов, определяющих положения осей чувствительности соответствующих акселерометров; $A(t) = [a_x(t) \ a_y(t) \ a_z(t)]^T$ – вектор измеряемого ускорения;

$$R = \begin{bmatrix} R_1 \sin^2 \alpha_1 & R_1 \sin^2 \beta_1 & R_1 \sin^2 \gamma_1 \\ R_2 \sin^2 \alpha_2 & R_2 \sin^2 \beta_2 & R_2 \sin^2 \gamma_2 \\ R_3 \sin^2 \alpha_3 & R_3 \sin^2 \beta_3 & R_3 \sin^2 \gamma_3 \\ R_4 \sin^2 \alpha_4 & R_4 \sin^2 \beta_4 & R_4 \sin^2 \gamma_4 \\ R_5 \sin^2 \alpha_5 & R_5 \sin^2 \beta_5 & R_5 \sin^2 \gamma_5 \end{bmatrix} \quad - \text{ матри-}$$

ца, характеризующая расположение акселерометра относительно начала координат базовой системы

координат; $\Omega(t) = [\omega_x^2(t) \ \omega_y^2(t) \ \omega_z^2(t)]^T$.

Выполним декомпозицию полученной системы на две подсистемы:

$$U'(t) = C'A(t) - R'\Omega(t); \quad U'(t) = \begin{bmatrix} U_1(t) \\ U_2(t) \\ U_3(t) \end{bmatrix}; \quad (3)$$

$$U''(t) = C''A(t) - R''\Omega(t); \quad U''(t) = \begin{bmatrix} U_4(t) \\ U_5(t) \end{bmatrix}; \quad (4)$$

$$C' = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & \cos \beta_1 & \cos \gamma_1 \\ \cos \alpha_2 & \cos \beta_2 & \cos \gamma_2 \\ \cos \alpha_3 & \cos \beta_3 & \cos \gamma_3 \end{bmatrix};$$

$$C'' = \begin{bmatrix} \cos \alpha_4 & \cos \beta_4 & \cos \gamma_4 \\ \cos \alpha_5 & \cos \beta_5 & \cos \gamma_5 \end{bmatrix};$$

$$R' = \begin{bmatrix} R_1 \sin^2 \alpha_1 & R_1 \sin^2 \beta_1 & R_1 \sin^2 \gamma_1 \\ R_2 \sin^2 \alpha_2 & R_2 \sin^2 \beta_2 & R_2 \sin^2 \gamma_2 \\ R_3 \sin^2 \alpha_3 & R_3 \sin^2 \beta_3 & R_3 \sin^2 \gamma_3 \end{bmatrix};$$

$$R'' = \begin{bmatrix} R_4 \sin^2 \alpha_4 & R_4 \sin^2 \beta_4 & R_4 \sin^2 \gamma_4 \\ R_5 \sin^2 \alpha_5 & R_5 \sin^2 \beta_5 & R_5 \sin^2 \gamma_5 \end{bmatrix}.$$

Выполнив ряд преобразований с (3), получим:

$$A_i(t) = U_i(t) + R_i \times \\ \times \left[\omega_x^2(t) \sin^2 \alpha_i + \omega_y^2(t) \sin^2 \beta_i + \omega_z^2(t) \sin^2 \gamma_i \right],$$

где $A_i(t) = a_x(t) \cos \alpha_i + a_y(t) \cos \beta_i + a_z(t) \cos \gamma_i$; $i = \overline{1,3}$.

Решим (3) методом Крамера, для чего найдем значения соответствующих определителей:

$$D = \begin{vmatrix} \cos \alpha_1 & \cos \beta_1 & \cos \gamma_1 \\ \cos \alpha_2 & \cos \beta_2 & \cos \gamma_2 \\ \cos \alpha_3 & \cos \beta_3 & \cos \gamma_3 \end{vmatrix} =$$

$$= \cos \alpha_1 \cos \beta_2 \cos \gamma_3 + \cos \beta_1 \cos \gamma_2 \cos \alpha_3 + \\ + \cos \alpha_2 \cos \beta_3 \cos \gamma_1 - \cos \gamma_1 \cos \beta_2 \cos \alpha_3 - \\ - \cos \beta_1 \cos \alpha_2 \cos \gamma_3 - \cos \gamma_2 \cos \beta_3 \cos \alpha_1;$$

$$D_x(t) = \begin{vmatrix} A_1(t) & \cos \beta_1 & \cos \gamma_1 \\ A_2(t) & \cos \beta_2 & \cos \gamma_2 \\ A_3(t) & \cos \beta_3 & \cos \gamma_3 \end{vmatrix} =$$

$$= A_1(t)(\cos \beta_2 \cos \gamma_3 - \cos \beta_3 \cos \gamma_2) - \\ - A_2(t)(\cos \beta_1 \cos \gamma_3 - \cos \gamma_1 \cos \beta_3) + \\ + A_3(t)(\cos \beta_1 \cos \gamma_2 - \cos \beta_2 \cos \gamma_1);$$

$$D_y = \begin{vmatrix} \cos \alpha_1 & A_1(t) & \cos \gamma_1 \\ \cos \alpha_2 & A_2(t) & \cos \gamma_2 \\ \cos \alpha_3 & A_3(t) & \cos \gamma_3 \end{vmatrix} =$$

$$= -A_1(t)(\cos \alpha_2 \cos \gamma_3 - \cos \alpha_3 \cos \gamma_2) +$$

$$\begin{aligned}
 &+A_2(\cos \alpha_1 \cos \gamma_3 - \cos \gamma_1 \cos \alpha_3) - \\
 &-A_3(\cos \alpha_1 \cos \gamma_2 - \cos \alpha_2 \cos \gamma_1); \\
 D_z &= \begin{vmatrix} \cos \alpha_1 & \cos \beta_1 & A_1(t) \\ \cos \alpha_2 & \cos \beta_2 & A_2(t) \\ \cos \alpha_3 & \cos \beta_3 & A_3(t) \end{vmatrix} = \\
 &= A_1(t)(\cos \alpha_2 \cos \beta_3 - \cos \beta_2 \cos \alpha_3) - \\
 &-A_2(t)(\cos \alpha_1 \cos \beta_3 - \cos \beta_1 \cos \alpha_3) + \\
 &+A_3(t)(\cos \alpha_1 \cos \beta_2 - \cos \beta_1 \cos \alpha_2).
 \end{aligned}$$

Применяя полученные определители, запишем следующие тождества:

$$a_x(t) = D_x(t)/D; \quad a_y(t) = D_y(t)/D; \quad a_z(t) = D_z(t)/D.$$

Полученные аналитические зависимости для проекций ускорений подставим в (4) и получим:

$$\begin{aligned}
 U_4(t) &= \frac{1}{D} (D_x(t) \cos \alpha_4 + D_y(t) \cos \beta_4 + D_z(t) \cos \gamma_4) - \\
 &-R_4 \left[\omega_x^2(t) \sin^2 \alpha_4 + \omega_y^2(t) \sin^2 \beta_4 + \omega_z^2(t) \sin^2 \gamma_4 \right]. \quad (5)
 \end{aligned}$$

Первое слагаемое уравнения (5) запишем следующим образом:

$$\begin{aligned}
 D_x(t) \cos \alpha_4 + D_y(t) \cos \beta_4 + D_z(t) \cos \gamma_4 &= \\
 &= A_1(t)B_1 + A_2(t)B_2 + A_3(t)B_3,
 \end{aligned}$$

где $B_1 = \cos \alpha_4 (\cos \beta_2 \cos \gamma_3 - \cos \beta_3 \cos \gamma_2) + \cos \beta_4 \times$
 $\times (\cos \alpha_3 \cos \gamma_2 - \cos \alpha_2 \cos \gamma_3) + \cos \gamma_4 (\cos \alpha_2 \cos \beta_3 -$
 $-\cos \beta_2 \cos \alpha_3); \quad B_2 = \cos \alpha_4 (\cos \gamma_1 \cos \beta_3 -$
 $-\cos \beta_1 \cos \gamma_3) + \cos \beta_4 (\cos \alpha_1 \cos \gamma_3 - \cos \gamma_1 \cos \alpha_3) +$
 $+\cos \gamma_4 (\cos \beta_1 \cos \alpha_3 - \cos \alpha_1 \cos \beta_3) + \cos \beta_4 (\cos \alpha_1 \times$
 $\times \cos \gamma_3 - \cos \gamma_1 \cos \alpha_3) + \cos \gamma_4 (\cos \beta_1 \cos \alpha_3 - \cos \alpha_1 \times$
 $\times \cos \beta_3); \quad B_3 = \cos \alpha_4 (\cos \beta_1 \cos \gamma_2 - \cos \beta_2 \cos \gamma_1) +$
 $\times (\cos \alpha_2 \cos \gamma_1 - \cos \alpha_1 \cos \gamma_2) + \cos \gamma_4 (\cos \alpha_1 \cos \beta_2 -$
 $-\cos \beta_1 \cos \alpha_2).$

Используя полученные преобразования, равенство (5) примет вид:

$$\begin{aligned}
 U_4(t) &= \frac{1}{D} \left\{ U_1(t)B_1 + U_2(t)B_2 + U_3(t)B_3 + \omega_x^2(t) \times \right. \\
 &\left[R_1 B_1 \sin^2 \alpha_1 + B_2 R_2 \sin^2 \alpha_2 + B_3 R_3 \sin^2 \alpha_3 \right] + \\
 &+ \omega_y^2(t) \left[B_1 R_1 \sin^2 \beta_1 + B_2 R_2 \sin^2 \beta_2 + B_3 R_3 \sin^2 \beta_3 \right] + \\
 &+ \omega_z^2(t) \left[B_1 R_1 \sin^2 \gamma_1 + B_2 R_2 \sin^2 \gamma_2 + B_3 R_3 \sin^2 \gamma_3 \right] \left. \right\} - \\
 &R_4 \left[\omega_x^2(t) \sin^2 \alpha_4 - \omega_y^2(t) \sin^2 \beta_4 - \omega_z^2(t) \sin^2 \gamma_4 \right].
 \end{aligned}$$

Преобразовав полученное выражение, запишем:

$$U_4(t) = \frac{B_1}{D} U_1(t) + \frac{B_2}{D} U_2(t) + \frac{B_3}{D} U_3(t) + \frac{\omega_x^2(t)}{D} \times$$

$$\begin{aligned}
 &\times \left[R_1 B_1 \sin^2 \alpha_1 + R_2 B_2 \sin^2 \alpha_2 + B_3 R_3 \sin^2 \alpha_3 - \right. \\
 &\left. -DR_4 \sin^2 \alpha_4 \right] + B_3 R_3 \sin^2 \alpha_3 - DR_4 \sin^2 \alpha_4 \left. \right] + \\
 &+ \frac{\omega_y^2(t)}{D} \left[B_1 R_1 \sin^2 \beta_1 + B_2 R_2 \sin^2 \beta_2 + B_3 R_3 \sin^2 \beta_3 - \right. \\
 &\left. -DR_4 \sin^2 \beta_4 \right] + \frac{\omega_z^2(t)}{D} \left[B_1 R_1 \sin^2 \gamma_1 + B_2 R_2 \sin^2 \gamma_2 + \right. \\
 &\left. +B_3 R_3 \sin^2 \gamma_3 - DR_4 \sin^2 \gamma_4 \right].
 \end{aligned}$$

Аналогичным образом, используя второе уравнение системы (4) формируем аналитическую зависимость для выходного напряжения пятого акселерометра:

$$\begin{aligned}
 U_5(t) &= \frac{C_1}{D} U_1(t) + \frac{C_2}{D} U_2(t) + \frac{C_3}{D} U_3(t) + \frac{\omega_x^2(t)}{D} \left[R_1 C_1 \times \right. \\
 &\times \sin^2 \alpha_1 + R_2 C_2 \sin^2 \alpha_2 + C_3 R_3 \sin^2 \alpha_3 - DR_5 \sin^2 \alpha_5 \left. \right] + \\
 &+ \frac{\omega_y^2(t)}{D} \left[C_1 R_1 \sin^2 \beta_1 + C_2 R_2 \sin^2 \beta_2 + C_3 R_3 \sin^2 \beta_3 - \right. \\
 &\left. -DR_5 \sin^2 \beta_5 \right] + \frac{\omega_z^2(t)}{D} \left[C_1 R_1 \sin^2 \gamma_1 + C_2 R_2 \sin^2 \gamma_2 + \right. \\
 &\left. +C_3 R_3 \sin^2 \gamma_3 - DR_5 \sin^2 \gamma_5 \right],
 \end{aligned}$$

где $C_1 = \cos \alpha_5 (\cos \beta_2 \cos \gamma_3 - \cos \beta_3 \cos \gamma_2) +$
 $+\cos \beta_5 (\cos \alpha_3 \cos \gamma_2 - \cos \alpha_2 \cos \gamma_3) + \cos \gamma_5 (\cos \alpha_2 \times$
 $\times \cos \beta_3 - \cos \beta_2 \cos \alpha_3); \quad C_2 = \cos \alpha_5 (\cos \gamma_1 \cos \beta_3 -$
 $\times \cos \gamma_3) + \cos \beta_5 (\cos \alpha_1 \cos \gamma_3 - \cos \gamma_1 \cos \alpha_3) +$
 $+\cos \gamma_5 (\cos \beta_1 \cos \alpha_3 - \cos \alpha_1 \cos \beta_3); \quad C_3 = \cos \alpha_5 \times$
 $\times (\cos \beta_1 \cos \gamma_2 - \cos \beta_2 \cos \gamma_1) + \cos \beta_5 (\cos \alpha_2 \cos \gamma_1 -$
 $-\cos \alpha_1 \cos \gamma_2) + \cos \gamma_5 (\cos \alpha_1 \cos \beta_2 - \cos \beta_1 \cos \alpha_2).$

Полученные аналитические зависимости позволяют сформировать условия полной структурной диагностируемости блока акселерометров, без привлечения дополнительных внешних датчиков:

$$\begin{aligned}
 B_1 R_1 \sin^2 \alpha_1 + B_2 R_2 \sin^2 \alpha_2 + B_3 R_3 \sin^2 \alpha_3 &= \\
 &= DR_4 \sin^2 \alpha_4;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_1 R_1 \sin^2 \alpha_1 + B_2 R_2 \sin^2 \alpha_2 + B_3 R_3 \sin^2 \alpha_3 &= \\
 &= DR_4 \sin^2 \alpha_4;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_1 R_1 \sin^2 \gamma_1 + B_2 R_2 \sin^2 \gamma_2 + B_3 R_3 \sin^2 \gamma_3 &= \\
 &= DR_4 \sin^2 \gamma_4;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_1 R_1 \sin^2 \alpha_1 + C_2 R_2 \sin^2 \alpha_2 + C_3 R_3 \sin^2 \alpha_3 &= \\
 &= DR_5 \sin^2 \alpha_5;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_1 R_1 \sin^2 \beta_1 + C_2 R_2 \sin^2 \beta_2 + C_3 R_3 \sin^2 \beta_3 &= \\
 &= DR_5 \sin^2 \beta_5;
 \end{aligned}$$

$$C_1 R_1 \sin^2 \gamma_1 + C_2 R_2 \sin^2 \gamma_2 + C_3 R_3 \sin^2 \gamma_3 = \\ = DR_5 \sin^2 \gamma_5 .$$

Заключение

Результаты проведенных исследований позволяют сформулировать требования к формированию измерительного блока, позволяющего обеспечить диагностирование блока и измерителей с глубиной до вида отказа при пространственном движении ЛА:

1. Минимально необходимое количество измерителей должно определяться следующим тождеством: $N = n + 2$, где n – количество степеней свободы по измеряемому параметру; N – минимально необходимое количество измерителей, обеспечивающих глубокое диагностирование при n степенях свободы.

2. Измерители необходимо компоновать относительно осей измерительной системы координат таким образом, чтобы выполнялось равенство:

$$L = N \text{ и } \Delta_i \neq 0, \forall i = 1, C_N^n, \text{ где } L - \text{ количество ли-}$$

нейно независимых строк матрицы (матрица направляющих косинусов).

3. Располагать i -е дополнительные датчики необходимо таким образом, чтобы выполнялись условия (5).

Литература

1. Фирсов С.М. Система управління літальним апаратом нетрадиційної аеродинамічної схеми для задач точного землеробства / С.М. Фирсов, Куок Туан До, О.В. Данченко, Р.М. Гуш // *Матеріали четвертої міжнародної науково-практичної конференції «Розвиток наукових досліджень 2008»* – Т.6. – С. 80-82.
2. Кулик А.С. Восстановление измерений навигационной системы в режиме реального времени / А.С. Кулик, С.Н. Фирсов, Куок Туан До, О.Ю. Златкин // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2008. – Вып. 5 (52). – С. 28-33.
3. Кулик А.С. Отказоустойчивое управление: состояние и перспективы / А.С. Кулик // *Авиационно-космическая техника и технология*. – Х.: ХАИ, 2000. – Вып. 15. – С. 18-31.

Поступила в редакцию 21.04.2009

Рецензент: д-р техн. наук, проф., заведующий кафедрой «Информатики» А.Ю. Соколов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

ДІАГНОСТУЄМІСТЬ АКСЕЛЕРОМЕТРІВ ПРИ ПРОСТОРОВОМУ РУСІ ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ

С.М. Фирсов, Куок Туан До

У статті відбита проблематика діагностичного забезпечення блоку акселерометрів, здатного діагностувати його технічний стан з глибиною до виду відмови з подальшим відновленням працездатності вимірювача, що відмовив, в режимі реального часу. За результатами досліджень різноманітних варіантів компоновки вимірювачів для задачі просторового руху літального апарату отримано критерії, виконання яких дозволяє забезпечити глибоке діагностування блоку акселерометрів без використання додаткової інформації від інших вимірювальних блоків системи управління за умов мінімальної апаратної надлишковості.

Ключові слова: відмовостійкість, діагностування, акселерометр, відмова, матриця зв'язку, прискорення, кутова швидкість.

DIAGNOSABILITY OF ACCELEROMETER UNIT AT AIRCRAFT SPATIAL MOTION

S.M. Firsov, Tuan Kuok Do

Problems of the accelerometer unit diagnostic assurance for real-time diagnosing its technical state with a depth to the failure mode and following restoration of faulty measuring device are presented in the article. Different variants of measuring devices arrangement are investigated for the task of aircraft spatial motion and criteria are obtained providing deep accelerometer unit diagnosing at presence of minimum hardware redundancy and without use of additional information from other measuring units of control system

Key words: fault tolerance, diagnosing, navigation, accelerometer, matrix of interconnection, acceleration, angular speed.

Фирсов Сергей Николаевич – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры «Системы управления летательными аппаратами» Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: firsov@d3.khai.edu, sn.firsof@gmail.com.

До Куок Туан – аспирант кафедры «Системы управления летательными аппаратами» Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.