

УДК 621.671:532.528

Ю.А. ЖУЛАЙ¹, С.И. ДОЛГОПОЛОВ², Т.А. ГРАБОВСКАЯ²¹*Институт транспортных систем и технологий НАНУ, Украина*²*Институт технической механики НАНУ и НКАУ, Украина*

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОВМЕСТНЫХ ПРОДОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ КОНСТРУКЦИИ ТРУБОПРОВОДА И ЖИДКОСТИ ПРИ КАВИТАЦИОННЫХ КОЛЕБАНИЯХ В ЛИНИЯХ ПИТАНИЯ ЖРД

Разработана математическая модель совместных продольных колебаний конструкции трубопровода и жидкости с учетом потерь давления жидкости и демпфирования конструкции. Для одного насоса дано объяснение экспериментальной аномальной области неустойчивости по отношению к кавитационным колебаниям. Показано, что взаимодействие конструкции трубопровода с жидкостью может привести к заметному увеличению частот кавитационных колебаний в связанной системе по сравнению с парциальными частотами кавитационных колебаний.

Ключевые слова: жидкостной ракетный двигатель, шнекоцентробежный насос, кавитационные колебания, граница области устойчивости, продольные колебания конструкции, моделирование.

Введение

Обеспечение надежной работы жидкостных ракетных двигателей (ЖРД) неразрывно связано с обеспечением их надежного функционирования на динамических режимах, среди которых обычно отмечают запуск и останов двигателя, переход на другой режим работы, переходные процессы в аварийных ситуациях. Отдельную группу динамических режимов ЖРД обуславливают кавитационные явления в насосах: кавитационный срыв насоса при запуске, кавитационные автоколебания в линиях питания.

В результате экспериментальных и теоретических исследований кавитационных колебаний в гидравлических линиях с кавитирующими насосами установлены характерные особенности кавитационных колебаний [1, 2]. Это близкая к линейной зависимость частоты колебаний и нелинейные зависимости размахов колебаний параметров от давления на входе в насос, а также треугольная форма области неустойчивой работы насоса по отношению к кавитационным колебаниям в плоскости параметров давление на входе – расход через насос, расширяющаяся при уменьшении расхода.

В литературе описаны различные случаи отклонения границ области неустойчивости гидравлической системы с кавитирующим шнекоцентробежным насосом от треугольной формы, которые объяснены наличием кавитации в центробежном колесе [3], упругим закреплением конструкции насоса [4]. Известен случай [5], когда экспериментальная граница автоколебательных режимов (в плоскости па-

раметров давление – расход) очерчивает один или два так называемых «коридора» неустойчивости.

В работе [6] также представлена нетрадиционная форма границы области неустойчивости, существенно отличающаяся от треугольной. Попытка воспроизвести ее расчетным путем в рамках апробированных математических моделей динамики шнекоцентробежных насосов предпринятая в [7], не привела к положительным результатам.

Целью настоящей работы является теоретическое исследование влияния продольных колебаний питающего трубопровода на частоты колебаний и форму области существования кавитационных автоколебаний.

1. Математическая модель

Математическую модель совместных продольных колебаний конструкции трубопровода и жидкости можно условно разбить на два блока уравнений. Первый блок уравнений описывает самовозбуждающиеся кавитационные колебания жидкости в линии питания ЖРД. Для второго блока уравнений, описывающего продольные колебания конструкции трубопровода, приняты следующие дополнительные допущения: конструкция трубопровода совершает только продольные колебания; частота продольных колебаний конструкции трубопровода постоянна и не зависит от давления и расхода жидкости.

Характерный диапазон кавитационных автоколебаний в гидравлических линиях с кавитирующими насосами находится от 0 до 50 Гц. Поэтому для того, чтобы взаимодействие между жидкостью и

конструкцией трубопровода могло реализоваться, необходима достаточная податливость трубопровода в продольном направлении, обеспечивающая частоту продольных колебаний также в диапазоне частот кавитационных колебаний. Для прямолинейного питающего трубопровода такую податливость может создать сильфон, применяемый для стыковки трубопроводов с насосными агрегатами и располагаемый обычно на входе в насос.

Математическую модель трубопровода, учитывающую взаимодействие в продольном направлении жидкости и конструкции, получим из уравнений в частных производных, представленных в работе [8] и дополненных учетом потерь давления жидкости и демпфированием конструкции (в принятой системе координат ось z направлена по течению жидкости):

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{gA_{\text{ж}}} \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{2\Delta\bar{p}}{lG} (G - \gamma_{\text{ж}} A_{\text{ж}} \dot{u}_z) = 0, \\ \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{c^2 \gamma_{\text{ж}}}{g} \left(\frac{1}{\gamma_{\text{ж}} A_{\text{ж}}} \frac{\partial G}{\partial z} - 2v \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} \right) = 0, \\ \frac{\partial F_z}{\partial z} - \frac{\gamma_i A_i}{g} \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} = 0, \\ \frac{\partial F_z}{\partial t} - A_i E_i \left(1 + \mu_z \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} - v \frac{DA_i}{2\delta_T} \frac{\partial p}{\partial t} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где p , G – давление и весовой расход жидкости;

F_z , \dot{u}_z – продольная сила и скорость перемещения трубопровода;

t – время;

$\gamma_{\text{ж}}$, γ_i – удельный вес жидкости и материала трубопровода;

$A_{\text{ж}}$, A_i – площади поперечных сечений трубопровода, занятого жидкостью и стенкой трубопровода;

g – ускорение свободного падения;

Δp – потери давления на участке трубопровода длиной l ;

\bar{n} – скорость звука в жидкости;

v – коэффициент Пуассона;

E_i – модуль упругости материала трубопровода;

μ_z – коэффициент демпфирования конструкции трубопровода;

D , δ_T – внутренний диаметр и толщина стенки трубопровода; черта над параметром означает его постоянство.

В этой модели влияние колебаний жидкости на колебания конструкции трубопровода учитывается за счет изменения внутреннего давления жидкости, которое приводит к появлению в стенке трубопро-

вода окружных напряжений и, в соответствии с эффектом Пуассона, – осевых напряжений. Влияние колебаний конструкции на колебания жидкости осуществляется за счет осевого сокращения или удлинения конструкции трубопровода.

Заменим в системе (1) производные по продольной координате конечными разностями и получим уравнения с сосредоточенными параметрами:

$$\begin{cases} \Delta p + J_1 \frac{dG}{dt} + R_1 (G - \gamma_{\text{ж}} A_{\text{ж}} \dot{u}_z) = 0, \\ C_{\text{ж}} \frac{dp}{dt} + \Delta G - 2v \gamma_{\text{ж}} A_{\text{ж}} \Delta \dot{u}_z = 0, \\ \Delta F_z - m_i \frac{d\dot{u}_z}{dt} = 0, \\ \tilde{N}_i \frac{dF_z}{dt} - \left(1 + \mu_z \frac{d}{dt} \right) \Delta \dot{u}_z - v \frac{D \Delta z}{2\delta_{\text{O}} E_i} \frac{dp}{dt} = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где Δ обозначает разность параметров на выходе и входе элемента трубопровода (например,

$$\Delta \dot{u}_z = \delta \dot{u}_{z2} - \delta \dot{u}_{z1});$$

R_1 , J_1 – коэффициенты линеаризованного гидравлического и инерционного сопротивления питающего трубопровода;

$C_{\text{ж}}$, C_i – податливость жидкости и конструкции трубопровода;

m_i – масса трубопровода.

Математическое описание низкочастотной динамики шнекоцентробежного насоса будем производить по гидродинамической модели кавитирующих насосов [1, 2] с коэффициентами, полученными экспериментально-расчетными способами [9]. Эта модель включает уравнение движения несжимаемой жидкости в питающем трубопроводе, уравнение динамики кавитационных каверн, уравнение баланса расходов в проточной части насоса, уравнение для определения давления на выходе из насоса и уравнение движения жидкости в напорном трубопроводе

$$\begin{cases} \delta p_1 + R_1 \delta G_1 + (J_1 + J_{\text{OT}}) \frac{d\delta G_1}{dt} = 0, \\ \delta p_1 = B_1 \delta V_K + B_2 \delta G_1 + B_1 T_K \frac{d\delta V_K}{dt}, \\ \gamma_{\text{ж}} \frac{d\delta V_K}{dt} = \delta G_2 - \delta G_1, \\ \delta p_2 = (1 + m) \delta p_1 + s_2 \delta G_2, \\ \delta p_2 = R_2 \delta G_2 + J_2 \frac{d\delta G_2}{dt}, \end{cases} \quad (3)$$

где δ – символ, указывающий на малые отклонения рядом стоящего параметра от установившегося значения;

$J_1 \dot{\omega}$ – коэффициент инерционного сопротивления, обусловленный наличием обратных течений на входе в насос;

B_1, V_K, B_2, T_K – упругость, объем, сопротивление и постоянная времени кавитационных камер;

m – тангенс угла наклона касательной к кавитационной характеристике насоса;

s_2 – тангенс угла наклона касательной к напорной характеристике насоса;

p_2, G_2 – давление и расход на выходе из насоса;

R_2, J_2 – коэффициенты линеаризованного гидравлического и инерционного сопротивления напорного трубопровода.

В продольных колебаниях конструкции трубопровода определяющее значение может играть сильфон, у которого при одинаковой продольной силе продольные перемещения, как правило, значительно больше, чем у трубопровода. Математическую модель сильфона получим из системы (2), используя две основные характеристики сильфона в продольном направлении. Это зависимости продольной силы и давления жидкости от величины сжатия или растяжения сильфона [10]

$$\delta F_z = k_z \delta u_z, \quad \delta p = k_p \delta u_z, \quad (4)$$

где u_z – продольное перемещение трубопровода;

k_z, k_p – коэффициенты жесткостей по продольной силе и по внутреннему давлению.

Между коэффициентами жесткости k_z и k_p существует однозначная связь через эффективную площадь $A_{y\delta}$

$$k_z = A_{y\delta} k_p. \quad (5)$$

Для параметра глубины гофрировки $k = R_H/R_B = 1-1,2$ (R_H, R_B – наружный и внутренний радиусы сильфона) различные методики определения эффективной площади $A_{y\delta}$ дают близкие значения [10]. Поэтому для определения $A_{y\delta}$ воспользуемся простейшей формулой по среднему радиусу

$$A_{y\delta} = \pi R_{cp}^2, \quad R_{cp} = \frac{R_H + R_B}{2}.$$

Тогда объединяя уравнения (4) и учитывая (5), будем иметь

$$u_z = \frac{F_z}{k_z} - \frac{p}{k_p} \quad \text{или} \quad F_z - k_z u_z - A_{y\delta} p = 0. \quad (6)$$

Окончательно из уравнений (2), (3) и (6) получим простейшую линейную с постоянными коэффициентами математическую модель совместных продольных колебаний конструкции трубопровода и текущей по нему жидкости

$$\begin{cases} (J_1 + J_{OT}) \frac{d\delta G_1}{dt} + \delta p_1 + R_1 \delta G_1 - R_{li} \delta \dot{u}_{z2} = 0, \\ \frac{d\delta p_1}{dt} + \frac{B_1}{\gamma_{ae}} (\delta G_1 - \delta G_2) - R_{K1} \frac{d\delta G_1}{dt} - \\ R_{K2} \frac{d\delta G_2}{dt} + d_{ae} \delta \dot{u}_{z2} = 0, \\ \delta p_2 = (1 + m) \delta p_1 + s_2 \delta G_2, \\ \delta p_2 = R_2 \delta G_2 + J_2 \frac{d\delta G_2}{dt}, \\ \tilde{N}_i \frac{d\delta F_{z1}}{dt} - \delta \dot{u}_{z2} - \mu_z \frac{d\delta \dot{u}_{z2}}{dt} - d_i \frac{d\delta p_1}{dt} = 0, \\ m_i \frac{d\delta \dot{u}_{z2}}{dt} + \delta F_{z1} = 0, \end{cases} \quad (7)$$

где

$$R_{li} = R_1 A_{ae} \gamma_{ae},$$

$$R_{K1} = B_2 - \frac{B_1 T_K}{\gamma_{ae}},$$

$$R_{K2} = \frac{B_1 T_K}{\gamma_{ae}}, \quad \tilde{N}_i = \frac{1}{k_z},$$

$$d_{ae} = -B_1 A_{ae}, \quad d_i = C_1 A_{y\delta}.$$

При этом приняты граничные условия в сечении трубопровода в месте стыковки с питающим баком $\delta \dot{u}_z = 0$ и на входе в насос $\delta F_z = 0$.

В результате решения системы (7) для различных значений давления на входе в насос и расхода через него определялись корни характеристического уравнения, по которым определялись частоты колебаний рассматриваемой связанной системы и границы области устойчивости по отношению к кавитационным колебаниям в гидравлической системе.

2. Результаты моделирования

Применим предложенную выше математическую модель совместных продольных колебаний конструкции трубопровода и жидкости для теоретического описания результатов автономных динамических испытаний шнекоцентробежного насоса, представленных в работе [6]. Упрощенная схема стенда для указанных динамических испытаний представлена на рис. 1. Некоторые результаты динамических испытаний этого насоса помещены на рис. 2 и 3.

Из рис. 2 видно, что зависимости частот колебаний от входного давления близки к линейным. Это является одним из основных характерных признаков кавитационных колебаний в гидравлических

системах с кавитирующими насосами. Однако, полученная в результате динамических испытаний форма области неустойчивой работы по отношению к кавитационным колебаниям существенно отличается от треугольной (рис. 3), расширяющейся при уменьшении расхода.

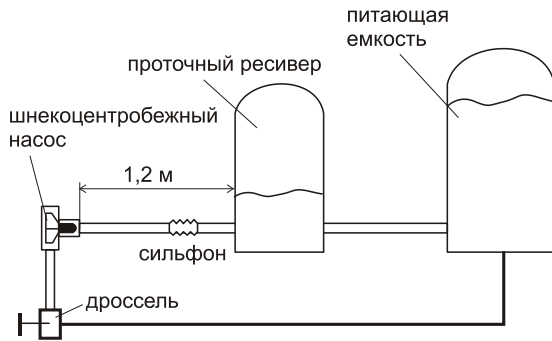
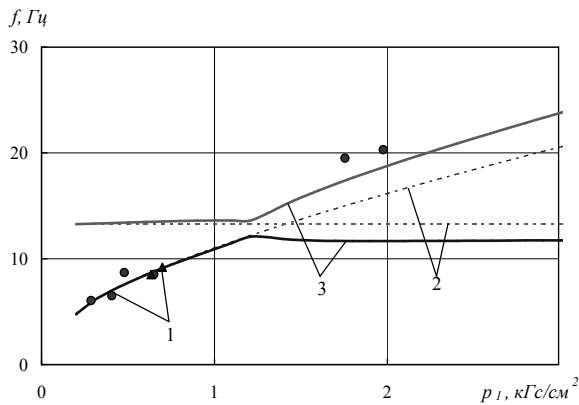
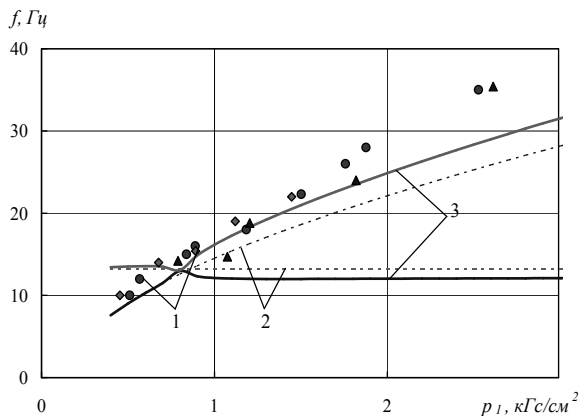


Рис. 1. Упрощенная схема стенда для динамических испытаний исследуемой насосной системы



а



б

Рис. 2. Зависимость частоты кавитационных колебаний от давления на входе в насос (а – при расходе через насос 25,6 кгс/с; б – при расходе через насос 42,7 кгс/с): 1 – эксперимент; 2 – расчет без учета взаимодействия конструкции и жидкости; 3 – расчет с учетом их взаимодействия

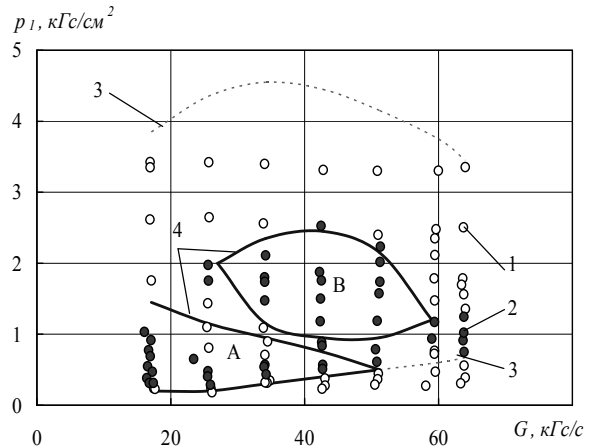


Рис. 3. Область неустойчивой работы насоса: А, В – подобласти кавитационных автоколебаний; 1 – эксперимент, устойчиво; 2 – эксперимент, неустойчиво; 3 – расчет без учета взаимодействия конструкции и жидкости; 4 – расчет с учетом их взаимодействия

Математическое моделирование продольных колебаний конструкции трубопровода и жидкости при отсутствии взаимодействия между ними

$$(d_i = 0, d_{\text{э}} = 0, R_{li} = 0)$$

показало следующее.

Расчетная область неустойчивой работы насосной системы по конфигурации существенно отличается от экспериментальной, а её верхняя граница значительно превышает уровень экспериментальных данных (рис. 3, кривая 3).

Расчетные частоты кавитационных колебаний жидкости (возрастающие кривые 2 на рис. 2) хорошо согласуются с экспериментальными при низких давлениях на входе в насос (~ до 1 кгс/см²) и заметно различаются при высоких (выше ~ 1 кгс/см²). Частоты продольных колебаний трубопровода (постоянные кривые 2 на рис. 2) постоянны и составляют 13,2 Гц.

При учете взаимодействия конструкции трубопровода и жидкости

$$(d_i \neq 0, d_{\text{э}} \neq 0, R_{li} \neq 0)$$

установлено следующее.

Взаимодействие жидкости с конструкцией трубопровода приводит к существенному сокращению области кавитационных автоколебаний (кривые 3 и 4 на рис. 3). При этом обнаруживаются две отдельные расчетные области А и В неустойчивой работы насосной системы по отношению к кавитационным колебаниям, которые близки к экспериментальной области сложной конфигурации. В области А доминирующими являются корни характеристического уравнения, соответствующие низшей частоте колебаний связанной системы. Это указывает на то, что

частоты кавитационных колебаний в области А равны низшей частоте колебаний связанной системы. В области В частоты кавитационных колебаний равны высшей частоте колебаний связанной системы.

При низких давлениях на входе в насос (\sim до 1 кгс/см^2) полученные низшие частоты колебаний связанной системы близки к парциальным частотам колебаний жидкости и хорошо согласуются с экспериментом (рис.2). При высоких давлениях на входе в насос (выше $\sim 1 \text{ кгс/см}^2$) высшие частоты колебаний связанной системы проходят выше парциальных частот колебаний жидкости на 2-3 Гц и приближаются к экспериментальным данным.

Таким образом, взаимодействие конструкции трубопровода с жидкостью может привести к некоторому увеличению частот кавитационных колебаний в связанной системе по сравнению с парциальными частотами кавитационных колебаний. Это следует учитывать при анализе результатов динамических испытаний насосов и при математическом моделировании кавитационных колебаний в линиях питания ЖРД.

Кроме параметров d_i , $d_{\text{э}}$ и R_{1i} существенное влияние на взаимодействие конструкции трубопровода и жидкости оказывает близость парциальных частот колебаний конструкции и жидкости, а также коэффициент демпфирования конструкции трубопровода. Демпфирование конструкции трубопровода не только существенно влияет на область неустойчивости В, но и заметно изменяет частоты колебаний связанной системы. При этом может измениться вид зависимости частот колебаний от давления на входе в насос.

В зависимости от величины коэффициента демпфирования нормальные частоты колебаний (частоты колебаний связанной системы) могут находиться выше и ниже парциальных (малая величина демпфирования, например, рис. 2, а) либо сближаться друг с другом вплоть до касания (большая величина демпфирования, рис. 2, б).

Заключение

Разработана математическая модель совместных продольных колебаний конструкции трубопровода и текущей по нему жидкости с учетом потерь давления жидкости и демпфирования конструкции. Для одного шнекоцентробежного насоса проведено математическое моделирование совместных продольных колебаний конструкции его питающего трубопровода и жидкости. На основании результатов расчетов дано объяснение аномальности экспериментальной области неустойчивой работы исследуемого насоса по отношению к кавитационным колебаниям. Показано, что взаимодействие конструкции трубо-

провода с жидкостью может привести к некоторому увеличению частот кавитационных колебаний в связанной системе по сравнению с парциальными частотами кавитационных колебаний. Отмечено сильное влияние в связанной системе демпфирования конструкции на частоты колебаний и область неустойчивости по отношению к кавитационным колебаниям.

Перспективным в данном направлении исследования является использование разработанной математической модели для анализа динамических испытаний других насосов и линий питания ЖРД.

Литература

1. Пилипенко В.В. *Кавитационные колебания и динамика гидросистем* / В.В. Пилипенко, В.А. Задонцев, М.С. Натанзон. – М.: Машиностроение, 1977. – 352 с.
2. Пилипенко В.В. *Кавитационные автоколебания* / В.В. Пилипенко. – К.: Наукова думка, 1989. – 316 с.
3. Иванов Я.Н. *Об одной аномальности формы области неустойчивой работы шнекоцентробежного насоса по отношению к кавитационным колебаниям* / Я.Н. Иванов, В.А. Дрозд, В.А. Задонцев // *Кавитационные автоколебания в насосных системах: сб. науч. трудов.* – К.: Наук. думка, 1976. – Ч. 1. – С. 57-59.
4. Чалый П.П. *Автоколебания в гидросистеме с упругозакрепленным насосом* / П.П. Чалый // *Рабочие процессы в шнекоцентробежных насосах: сб. науч. трудов.* – К.: Наук. думка, 1979. – С. 86-90.
5. Козелков В.П. *Экспериментальное исследование кавитационных автоколебаний в гидравлической системе* / В.П. Козелков, А.Ф. Ефимочкин // *Кавитационные автоколебания в насосных системах: сб. науч. трудов.* – К.: Наук. думка, 1976. – Ч. 1 – С. 71-80.
6. Жулай Ю.А. *Динамические испытания шнекоцентробежного насоса в режиме кавитационных автоколебаний* / Ю.А. Жулай // *Вестник двигателестроения.* – Запорожье, 2006. – № 3. – С. 141-145.
7. Жулай Ю.А. *Теоретический анализ динамической устойчивости системы «шнекоцентробежный насос – трубопроводы» с нетрадиционной областью существования кавитационных автоколебаний* / Ю.А. Жулай // *Авиационно-космическая техника и технология.* – 2008. – № 1 (48). – С. 50-53.
8. Уиггерт. *Влияние степени закрепления колена на переходной режим изменения давления в трубопроводе* / Уиггерт, Отуэлл, Хатфилд // *Теор. основы инж. расчетов.* – 1985. – № 3. – С. 249-258.
9. Пилипенко В.В. *Экспериментально-расчетное определение коэффициентов уравнения динамики кавитационных каверн в шнекоцентробежных насосах различных типоразмеров* / В.В. Пилипенко, С.И. Долгополов // *Техническая механика.* – 1998. – Вып. 8. – С. 50-56.

10. Сильфоны. Расчет и проектирование / рячева, Г.Е. Зверьков, В.В. Петровский. – М.: Машиностроение, 1975. – 156 с.
Л.Е. Андреева, А.И. Беседа, Ю.А. Богданова, Л.Н. Го-

Поступила в редакцию 14.09.2009

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.А. Задонцев, Институт транспортных систем и технологий НАНУ, Днепропетровск, Украина.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СУМІСНИХ ПОВЗДОВЖНІХ КОЛИВАНЬ КОНСТРУКЦІЇ ТРУБОПРОВОДУ І РІДИНИ ПРИ КАВІТАЦІЙНИХ КОЛИВАННЯХ В ЛІНІЯХ ЖИВЛЕННЯ ЖРД

Ю.О. Жулай, С.І. Долгополов, Т.О. Грабовська

Розроблена математична модель сумісних повздовжніх коливань конструкції трубопроводу і рідини з урахуванням втрат тиску рідини і демпфування конструкції. Для одного насоса дано пояснення експериментальної аномальної області нестійкості по відношенню до кавітаційних коливань. Показано, що взаємодія конструкції трубопроводу з рідиною може привести до помітного збільшення частот кавітаційних коливань в зв'язаній системі в порівнянні з парціальними частотами кавітаційних коливань.

Ключові слова: рідинний ракетний двигун, шнекоцентробіжний насос, кавітаційні коливання, границя області стійкості, подовжні коливання конструкції, моделювання.

THE MATHEMATICAL MODEL OF JOINT LONGITUDINAL OSCILLATIONS OF THE PIPELINE STRUCTURE WITH FLUID AT CAVITY OSCILLATIONS IN FEED LINES OF LIQUID-FUEL ROCKET ENGINES

Yu.A. Zhulai, S.I. Dolgoplov, T.A. Grabovska,

The mathematical simulation model of joint longitudinal oscillations of the pipeline structure with fluid considering the losses of fluid pressure and structure damping is developed. The explanation of an experimental abnormal instability zone relating to cavity oscillations for one pump is presented. It is shown that interaction of the pipeline structure with a fluid in bound system can cause significant increase of frequencies of cavity oscillations in comparison with partial frequencies of cavity oscillations.

Key words: liquid-fuel rocket engine, screw centrifugal pump, cavity oscillations, stability zone bound, longitudinal oscillations of structure, simulation.

Жулай Юрий Алексеевич – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, ведущий научный сотрудник Института транспортных систем и технологий НАН Украины, Днепропетровск, Украина, e-mail: burylov@westa-inter.com.

Долгополов Сергей Иванович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, старший научный сотрудник Института технической механики НАН Украины, Днепропетровск, Украина.

Грабовская Таисия Алексеевна – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, старший научный сотрудник Института технической механики НАН Украины, Днепропетровск, Украина.