

УДК 629.76

К.В. АВРАМОВ¹, С.В. ФИЛИПКОВСКИЙ¹, В.М. ФЕДОРОВ², В.А. ПИРОГ²¹ *Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, Харьков*² *ГП КБ «Южное» им. М.К. Янгеля, Днепрпетровск, Украина*

КОЛЕБАНИЯ ПЕРЕКАЧИВАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В РАЗВЕТВЛЕННЫХ ТРУБОПРОВОДАХ С ТУРБОНАСОСНЫМ АГРЕГАТОМ

В работе предложена методика расчета трубопровода, который содержит участки труб разного диаметра, коллектор, турбонасосные агрегаты. Для исследования колебаний столба жидкости в трубопроводе использован импедансный метод. Посредством асимптотического разложения собственных частот уравнение в комплексных величинах сведено к системе уравнений в действительных величинах, которые решены численно. Проанализировано влияние турбонасосного агрегата на собственные частоты жидкости в разветвленных трубопроводах. Результаты исследований применены для расчета топливоподающих трактов ракет.

Ключевые слова: *трубопровод, коллектор, турбонасосный агрегат, импедансный метод, асимптотическое разложение собственных частот, численное решение.*

Введение

Расчет топливного тракта ракеты имеет особую важность, так как в случае неправильного проекта колебания жидкости могут попасть в резонанс с колебаниями корпуса и привести к потере продольной устойчивости ракеты.

Цель работы – исследование продольных колебаний жидкости в разветвленном трубопроводе со ступенчато изменяющимся сечением и турбонасосными агрегатами в концах ветвей.

Теоретические основы проектирования и конструкции гидравлических агрегатов летательных аппаратов рассмотрены в книге [1]. В ней объясняется специфика применения законов гидравлики к расчету статики и динамики трубопроводов, насосов, регулирующих и управляющих агрегатов. В монографии [2] рассмотрены общие теоретические аспекты математического моделирования динамического состояния трубопроводных систем, а также вопросы разработки алгоритмических и программных средств численного исследования состояния таких систем. В монографии [3] изложена методика анализа колебаний топливных баков с жидкостью, динамических характеристик упруго подвешенных топливных магистралей с криволинейными участками. Предложена математическая модель кавитационных явлений в шнекоцентробежном насосе. В книге [4] представлены основы теории насосов и турбин турбонасосных агрегатов (ТНА) жидкостных ракетных двигателей, а также методы их гидродинамического расчета. Дан анализ условий работы ТНА и обоснован выбор их основных параметров. В

монографии [5] исследованы автоколебания, возникающие в результате взаимодействия продольных упругих колебаний корпуса ракеты с динамическими процессами, протекающими в двигательной установке. В книге [6] систематически изложен анализ кавитационных течений и методы расчета гидравлических машин. Книга [7] посвящена теоретическому и экспериментальному исследованию низкочастотных колебаний давления и расхода в гидравлических системах, включающих высокооборотные шнекоцентробежные насосы с высокими антикавитационными свойствами. В монографии [8] изложены математические модели динамики ЖРД и анализа систем автоматического регулирования.

В настоящей статье рассматриваются колебания жидкости в трубопроводе с ТНА, который является источником энергии. Собственные частоты колебаний столба жидкости в трубопроводе получаются комплексными с малой действительной частью [7, 8]. Решение уравнений для определения этих частот представляет большую сложность. Потому поставлена задача разработки метода решения частотных уравнений с комплексными частотами. Для решения этих уравнений строятся асимптотические разложения собственных частот по этой малой действительной части.

1. Метод расчета собственных частот колебаний разветвленного трубопровода

Для определения собственных частот колебаний жидкости трубопровод рассматривается как система с распределенными параметрами. Скорость

течения мала по сравнению со скоростью звука в трубе, вязкое сопротивление не учитываем, жидкость считаем сжимаемой и стенки труб упругими. Динамика жидкости на каждом участке трубопровода описывается уравнением Эйлера и уравнением неразрывности, которые при принятых допущениях имеют вид [3]:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\rho}{F} \frac{\partial Q}{\partial t}, \\ -\frac{\partial p}{\partial t} &= c^2 \rho \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q}{F} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где p, Q – давление и расход жидкости;
 x – осевая координата трубопровода;
 F – площадь поперечного сечения трубопровода;
 ρ – плотность жидкости;
 c – скорость звука в круглой деформируемой трубе, которая определяется формулой Жуковского [1]:

$$c = \frac{\tilde{c}}{\sqrt{1 + \frac{2\rho\tilde{c}^2 r}{E\delta}}}, \quad (2)$$

где \tilde{c} – скорость звука в жидкости;
 E – модуль упругости материала трубы;
 δ, r – толщина стенки и радиус трубы.

В дальнейшем воспользуемся импедансным методом [7] и применим к системе (1) преобразования Лапласа:

$$\begin{aligned} p(x, s) &= \int_0^{\infty} p(x, t) \exp(-st) dt, \\ Q(x, s) &= \int_0^{\infty} Q(x, t) \exp(-st) dt, \end{aligned} \quad (3)$$

где t – время,
 s – комплексный аргумент изображений.
 Тогда система (1) в изображениях $p(x, s); Q(x, s)$ примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dx} &= -Z_1(s)Q, \\ \frac{dQ}{dx} &= -Y_1(s)p, \end{aligned} \quad (4)$$

где $Y_1(s) = \frac{F}{\rho c^2 s}; Z_1(s) = \frac{\rho}{F} s$.

Давление и расход на участке трубы постоянного сечения опишутся системой:

$$\begin{aligned} \frac{p(x, s)}{p(0, s)} &= \operatorname{ch} \gamma(s)x - \frac{Z_B(s)}{Z(0, s)} \operatorname{sh} \gamma(s)x, \\ \frac{Q(x, s)}{p(0, s)} &= -\frac{1}{Z_B(s)} \left[\operatorname{sh} \gamma(s)x - \frac{Z_B(s)}{Z(0, s)} \operatorname{ch} \gamma(s)x \right], \end{aligned} \quad (5)$$

где $\gamma = \sqrt{Z_1(s)Y_1(s)}$, $Z_B(s) = \sqrt{Z_1(s)/Y_1(s)}$ – характеристический импеданс, или волновое сопротивление трубопровода,

$$Z(0, s) = \frac{p(0, s)}{Q(0, s)} \text{ – входной импеданс трубопровода.}$$

вода.

Вводя комплексный гиперболический угол нагрузки

$$a_1 = \operatorname{arth} \frac{Z(1, s)}{Z_B(s)}. \quad (6)$$

можно на основании (5) записать:

$$\frac{Z(0, s)}{Z_B(s)} = \operatorname{th}(\gamma l + a_1(s)). \quad (7)$$

Трубопровод состоит из n участков. Каждый из участков описывается локальной продольной координатой. Участок с номером i характеризуется продольной координатой x_i . Длина i -го участка – l_i , площадь его поперечного сечения – F_i , а скорость звука в упругой трубе на этом участке – c_i . Значения давления и расхода в конечном сечении одного участка равны соответствующим значениям в начальном сечении следующего участка:

$$\begin{aligned} p_{i-1}(l_{i-1}) &= p_i(0), \\ Q_{i-1}(l_{i-1}) &= Q_i(0). \end{aligned} \quad (8)$$

Аналогично для импедансов участков можно записать:

$$Z_{i-1}(l_{i-1}; s) = Z_i(0; s). \quad (9)$$

Используя (7) можно записать (9) в следующем виде:

$$Z_{B, i-1}(s) \operatorname{th} a_{i-1} = Z_{B, i}(s) \operatorname{th} (a_i + \gamma_i l_i). \quad (10)$$

Вводя (6) в (10) получим соотношение для перехода от участка к участку:

$$a_{i-1} = \operatorname{arth} \frac{Z_{B, i}}{Z_{B, i-1}} \operatorname{th} (a_i + \gamma_i l_i). \quad (11)$$

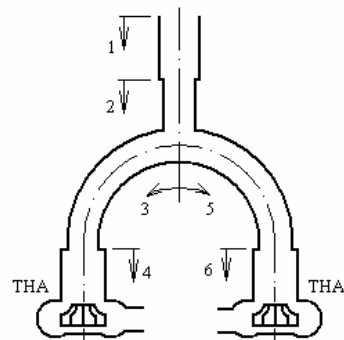


Рис. 1. Схема топливной магистрали с ТНА

Рассмотрим разветвленный трубопровод, представленный на рис. 1, с двумя турбонасосными агрегатами на концах. По этому трубопроводу движется жидкость, собственные частоты которой исследуются. Этот трубопровод состоит из двух участков переменного поперечного сечения 1 и 2, за которым устанавливается коллектор и участки 3; 4; 5; 6. Длины участков обозначим $l_i; i = \overline{1,6}$.

Опишем математическую модель коллектора, используя следующие соотношения для расхода и давлений:

$$\begin{aligned} Q_2(l_2) &= Q_3(0) + Q_5(0); \\ p_2(l_2) &= p_3(0) = p_5(0), \end{aligned} \quad (12)$$

где $p_2(l_2), Q_2(l_2)$ – значения давления и расхода в конце второго участка;

$Q_3(0); Q_5(0), p_3(0), p_5(0)$ – значения давлений и расходов в начале участков с соответствующими номерами. Соотношения (12) представим относительно входных и выходных импедансов трубопроводов в следующем виде [7]:

$$\frac{1}{Z_2(l_2)} = \frac{1}{Z_3(0;s)} + \frac{1}{Z_5(0;s)}, \quad (13)$$

где $Z_i(0,s) = \frac{p_i(0,s)}{Q_i(0,s)}$ – значение импеданса в начале участка;

$Z_i(l_i)$ – значение импеданса в конце участка. При переходе от одного участка к другому выполняются соотношения относительно входных и выходных импедансов (9).

Соотношение для коллектора (13) с учётом (6, 7, 11) представим так

$$\begin{aligned} a_2 &= \\ &= \operatorname{arctg} \frac{F_2 c_3 c_5}{c_2 c_5 F_3 \operatorname{ctg} \left(a_3 + \frac{\omega l_3}{c_3} \right) + c_2 c_3 F_5 \operatorname{ctg} \left(a_5 + \frac{\omega l_5}{c_5} \right)}, \end{aligned} \quad (14)$$

где F_i – площадь i -го поперечного сечения;

c_i – скорость звука в упругой трубе на i -м участке. Уравнение связи участков (11) представим так:

$$a_i = \operatorname{arctg} \frac{c_{i+1} F_i}{F_{i+1} c_i} \operatorname{tg} \left(a_{i+1} + \frac{\omega l_{i+1}}{c_{i+1}} \right). \quad (15)$$

Итак, соотношения (14) и (15) описывают свободные колебания окислителя в питающих магистралях ЖРД. К этой системе добавим граничные условия. Первое граничное условие описывает открытый левый конец трубопровода:

$$a_1 = \pi n - \omega \frac{l_1}{c_1}; n \in Z. \quad (16)$$

К этим соотношениям добавим связь между выходным импедансом магистрали и входным импедансом ТНА, что выражается так:

$$Z_4(l_4) = Z_6(l_6) = \operatorname{Re} Z_H + i \operatorname{Im} Z_H, \quad (17)$$

где $\operatorname{Re} Z_H + i \operatorname{Im} Z_H$ – входной импеданс насоса.

Входной импеданс насоса, следуя работе [7] представим так:

$$Z_1(i\omega) = \frac{B_1 - i\omega B_2}{rB_1 - i\omega}. \quad (18)$$

В дальнейшем анализе предположим, что частоты колебаний ω являются комплексными:

$$\omega = \omega_r + i\omega_i. \quad (19)$$

Тогда, разделяя в (18) действительную и мнимую часть, придем к соотношениям:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(Z_H) &= \frac{\chi_1(\omega_r, \omega_i)}{(rB_1 + \omega_i)^2 + \omega_r^2}, \\ \operatorname{Im}(Z_H) &= \frac{\chi_2(\omega_r, \omega_i)}{(rB_1 + \omega_i)^2 + \omega_r^2}, \end{aligned} \quad (20)$$

где

$$\chi_1(\omega_i; \omega_R) = (B_1 + B_2 \omega_i)(rB_1 + \omega_i) + B_2 \omega_R^2,$$

$$\chi_2(\omega_i; \omega_R) = \omega_R (B_1 + B_2 \omega_i) - B_2 \omega_R (rB_1 + \omega_i).$$

Теперь приведем соотношения (13, 7, 17) с учетом (20) к системе четырех уравнений следующего вида:

$$\begin{aligned} Z_{B3} \operatorname{th} a_3 &= Z_{B4} \frac{\tilde{\operatorname{Re}}_4 + i \tilde{\operatorname{Im}}_4 + \operatorname{th} \gamma_4 l_4}{1 + (\tilde{\operatorname{Re}}_4 + \tilde{\operatorname{Im}}_4) \operatorname{th} \gamma_4 l_4}; \\ Z_{B5} \operatorname{th} a_5 &= Z_{B6} \frac{\tilde{\operatorname{Re}}_4 + \tilde{\operatorname{Im}}_4 + \operatorname{th} \gamma_4 l_4}{1 + (\tilde{\operatorname{Re}}_4 + i \tilde{\operatorname{Im}}_4) \operatorname{th} \gamma_4 l_4}; \end{aligned} \quad (21)$$

$$Z_{B1} \operatorname{th} a_1 \left(\pi n - \omega \frac{l_1}{c_1} \right) = Z_{B2} \operatorname{th} (a_2 + \gamma_2 l_2);$$

$$\frac{Z_{B2}}{Z_{B3}} \operatorname{th} a_2 = \frac{1}{\operatorname{cth} (a_3 + \gamma_3 l_3) + \operatorname{cth} (a_5 + \gamma_5 l_5)},$$

где

$$\tilde{\operatorname{Re}}_4 = \frac{F_4}{\rho c_4} \operatorname{Re} Z_H;$$

$$\tilde{\operatorname{Im}}_4 = \frac{F_4}{\rho c_4} \operatorname{Im} Z_H;$$

Систему нелинейных комплексных алгебраических уравнений (21) можно свести к одному комплексному нелинейному алгебраическому уравнению относительно двух неизвестных параметров ω_r, ω_l :

$$\frac{1 + i \frac{Z_{B1}}{Z_{B2}} \operatorname{tg} \left(\omega \frac{l_1}{c_1} \right) \operatorname{th} (\gamma_2 l_2)}{i \frac{Z_{B1}}{Z_{B2}} \operatorname{tg} \left(\omega \frac{l_1}{c_1} \right) + \operatorname{th} (\gamma_2 l_2)} = \frac{2Z_{B2} Z_{B3} f_2 + Z_{B4} f_1 \operatorname{th} \gamma_3 l_3}{Z_{B3} Z_{B4} f_1 + Z_{B3} f_2 \operatorname{th} \gamma_3 l_3}, \quad (22)$$

где

$$f_1 = \tilde{R}e_4 + i \tilde{I}m_4 + \operatorname{th} \gamma_4 l_4;$$

$$f_2 = 1 + \left(\tilde{R}e_4 + i \tilde{I}m_4 \right) \operatorname{th} \gamma_4 l_4.$$

Уравнение (22) чрезвычайно сложное и для его анализа построим асимптотические решения [9], используя то, что

$$\omega_r \gg |\omega_l|. \quad (23)$$

В результате применения этой процедуры получим два нелинейных алгебраических уравнения относительно ω_r и ω_l , которые, в общем случае, представим так:

$$F_1(\omega_r, \omega_l) = 0;$$

$$F_2(\omega_r, \omega_l) = 0. \quad (24)$$

Уравнения (24) решаются численно.

2. Численный расчет колебаний жидкости в трубопроводе

Нами численно проводился расчет колебаний магистрали, приведенной на рис. 1.

Параметры турбонасосного агрегата выбирались из [7] в следующем виде:

$$V_1 = -0,27 \cdot 10^5 \text{ МПа} \cdot \text{с}/\text{м}^3$$

$$V_2 = -0,36 \cdot 10^2 \text{ МПа} \cdot \text{с}/\text{м}^3;$$

$$s = -3,92 \cdot 10^2 \text{ МПа} \cdot \text{с}/\text{м}^3;$$

$$R_2 = 50,78 \cdot 10^2 \text{ МПа} \cdot \text{с}/\text{м}^3.$$

Параметры разветвленной питающей магистрали трубопровода представлены в табл. 1, где показаны радиусы соответствующих участков трубопровода R_n ; толщина стенок труб δ_n и модули упругости соответствующих участков E .

Результаты расчета приведены в табл. 2.

Во второй строке таблицы представлены собственные частоты магистрали без учета ТНА. В этом расчете предполагалось, что концы участков 4 и 6 закрыты. В этом случае собственные частоты являются действительными.

В третьей строке приведены результаты расчета колебаний окислителя в магистрали с учетом ТНА. В этом случае собственные частоты являются комплексными. Однако, их действительная часть незначительно отличается от частот окислителя в магистрали без учета ТНА.

Таблица 1

Параметры разветвленной питающей магистрали

n	1	2	3	4	5	6
$l_n, \text{ м}$	2,302	5,670	1,512	4,818	1,512	4,818
$R_n, \text{ м}$	0,2905	0,200	0,125	0,140	0,125	0,140
$\delta_n, \text{ м}$	0,0035	0,0035	0,0025	0,0020	0,0025	0,0020
$E_n, \text{ кг}/\text{см}^2$	$0,69 \cdot 10^6$	$0,69 \cdot 10^6$	$0,21 \cdot 10^7$	$0,21 \cdot 10^7$	$0,21 \cdot 10^7$	$0,21 \cdot 10^7$

Таблица 2

Собственные частоты магистрали с ТНА

	$\omega_1, \text{ Гц}$	$\omega_2, \text{ Гц}$	$\omega_3, \text{ Гц}$
Расчет без ТНА	13,057	33,590	54,071
Расчет с ТНА	$12,750 - 0,013i$	$32,930 - 0,159i$	$53,560 - 0,213i$

Заключение

В работе получена математическая модель колебаний окислителя в магистралях ЖРД.

Посредством асимптотического разложения собственных частот уравнение в комплексных величинах сведено к системе уравнений в действительных величинах, которые можно решить численно.

Анализ решений показывает, что ТНА без кавитации не существенно влияет на собственные частоты окислителя в разветвленных магистралях.

Результаты исследований применены для расчета топливоподающих трактов ракет.

Литература

1. Баишта Т.М. Гидравлические приводы летательных аппаратов / Т.М. Баишта. – М.: Машиностроение, 1967. – 498 с.
2. Черночуб И.П. Динамика трубопроводных систем / И.П. Черночуб, А.Е. Попов, П.Д. Доценко. – Х.: Основа, 1998. – 222 с.
3. Колесников К.С. Динамика топливных систем ЖРД / К.С. Колесников, Е.А. Самойлов, С.А. Рыбак. – М.: Машиностроение, 1975. – 172 с.
4. Овсянников Б.В. Теория и расчет агрегатов питания жидкостных ракетных двигателей / Б.В. Овсянников, Б.И. Боровский. – М.: Машиностроение, 1986. – 376 с.
5. Натанзон М.С. Продольные автоколебания жидкостной ракеты / М.С. Натанзон. – М.: Машиностроение, 1977. – 206 с.
6. Перник А.Д. Проблемы кавитации / А.Д. Перник. – Л.: Судпромгиз, 1963. – 336 с.
7. Пилипенко В.В. Кавитационные автоколебания и динамика гидросистем / В.В. Пилипенко, В.А. Задонцев, М.С. Натанзон. – М.: Машиностроение, 1977. – 352 с.
8. Гликман Б.Ф. Автоматическое регулирование жидкостных ракетных двигателей / Б.Ф. Гликман. – М.: Машиностроение, 1989. – 296 с.
9. Курант Р. Методы математической физики. Т. 1. / Р. Курант, Д. Гильберт. – М.-Л.: Гостехтеориздат, 1933. – 525 с.

Поступила в редакцию 8.09.2009

Рецензент: д-р техн. наук, проф., ведущий научный сотрудник С.В. Ершов, Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, Харьков.

КОЛИВАННЯ РІДИНИ, ЩО ПЕРЕКАЧУЄТЬСЯ У РОЗГАЛУЖЕНИХ ТРУБОПРОВОДАХ З ТУРБОНАСОСНИМ АГРЕГАТОМ

К.В. Аврамов, С.В. Філіпковський, В.М. Федоров, В.А. Пірог

У роботі запропонована методика розрахунку трубопроводу, що містить ділянки труб різного діаметра, колектор, турбонасосні агрегати. Для дослідження коливань стовпа рідини в трубопроводі використаний імпедансний метод. За допомогою асимптотичного розкладання власних частот рівняння в комплексних величинах зведено до системи рівнянь у дійсних величинах, які вирішені чисельно. Проаналізовано вплив турбонасосного агрегату на власні частоти рідини в розгалужених трубопроводах. Результати досліджень застосовані для розрахунку трубопроводів, що подають паливо ракет.

Ключові слова: трубопровід, колектор, турбонасосний агрегат, імпедансний метод, асимптотичне розкладання власних частот, чисельне рішення.

OSCILLATIONS OF THE MOVING FLUID IN BRANCHING PIPELINES WITH THE TURBOPUMP

K.V. Avramov, S.V. Filipkovsky, V.M. Fedorov, V.A. Pirog

The methods of pipelines with turbopump calculations, which contain the different diameters pipes and the junction boxes, are suggested. Impedance method is used to study the vibrations of fluid in pipes. Using asymptotic expansion of eigenfrequencies, one nonlinear equation with respect to complex variables is transformed to two equations with respect to real parameters. The influence of turbopump on eigenfrequencies of fluid in branched pipelines is analyzed. Results of researches are applied for calculation of the fuel passages of missiles.

Keywords: pipeline, collecting channel, turbopump, impedance method, asymptotic expansion of eigenfrequencies, numerical solution.

Аврамов Константин Витальевич – д-р техн. наук, проф., ведущий научный сотрудник отдела нестационарных механических процессов Института проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, Харьков, Украина, e-mail: kvavr@kharkov.ua.

Філіпковський Сергей Владимирович – канд. техн. наук, ст.науч.сотр., старший научный сотрудник отдела прочности и оптимизации Института проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, Харьков, Украина, e-mail: svfil@ipmach.kharkov.ua.

Фёдоров Виктор Михайлович – начальник расчётного комплекса ГП КБ «Южное» им. М.К. Янгеля, Днепропетровск, Украина

Пірог Владимир Андреевич – канд. техн. наук, начальник лаборатории ГП КБ «Южное» им. М.К. Янгеля, Днепропетровск, Украина