

УДК 621.7.044

В.В. ТРЕТЬЯК

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Украина*

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И АЛГОРИТМ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ЗЕРКАЛА МАТРИЦЫ ПРИ РАСЧЕТЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЗАГОТОВКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ИМПУЛЬСНЫХ НАГРУЗОК

В статье представлена математическая модель и алгоритм для построения зеркала матрицы для расчета напряженно-деформированного состояния листовой заготовки при ее деформировании импульсными нагрузками. Задача алгоритма – по координатам точек матрицы и характеру аппроксимирующих кривых рассчитать коэффициенты аппроксимации в функциях определения кривых и линий зеркала матрицы. Данная процедура необходима для уточнения месторасположения характерных точек с деформированных участков заготовки в зависимости от координат на поверхности матрицы. Она представляет собой совокупность прямолинейных отрезков и вогнуто-выгнутых дуг. Каждый из этих участков характеризуется своим кодом и характером аппроксимирующей кривой. Ограничениями на построение матрицы с диаметральной плоскостью разъема является условие: матрица не должна иметь внутренних закрытых участков и поднутрений. В статье также представлены результаты численного расчета по данному алгоритму.

**Ключевые слова:** импульсная штамповка листовых деталей, зеркало матрицы, математическая модель матрицы, напряженно-деформированное состояние, аппроксимирующие кривые.

### Введение

При импульсном [1, 2] деформировании заготовки основной функцией штампа является создание и реализация ограничений на пластическое течение материала заготовки. Она реализуется благодаря функциям его элементов: силовых, базирующих, прижимных, формообразующих и т.д. В математической модели штампа необходимо отразить его свойства и элементов, а также параметры, необходимые для проектирования и расчета. Для описания типов и структуры штампов необходимо последние классифицировать и выделить группировки, подклассы, у которых имеются общие элементы, свойства и отношения в зависимости от степени детализации описания [3].

Схема штамповки в модели ТП характеризуется видом базирования, фиксации заготовки и видом нагружения, в модели штампа отражают элементы, обеспечивающие свойства этой схемы. Взаимное расположение заготовки и формообразующей поверхности штампа обеспечивается нею самой или базирующей поверхностью.

Прижим заготовки (фиксирование), если оно предусмотрено принципиальной схемой ТП, обеспечивается соответствующими элементами. При динамической фиксации в матрице выполняются конструктивные элементы, обеспечивающие фиксацию периферийных участков заготовки в процессе ее деформирования. Базирующая поверхность соот-

ветствует форме заготовки на ее периферийных участках. Конечное состояние детали обеспечивается формообразующей поверхностью матрицы.

Для перемещения материала заготовки из зоны базирующей поверхности в зону формующей предусматривают переходную поверхность. Нередко переходная поверхность уже заложена в конструкции деталей (например, днища с фланцем, коробчатые детали). Параметры и свойства поверхностей во многом определяют возможности процесса деформирования. При решении задачи построения ТП [4] определяется общий вид штампа, состав его элементов в общем виде (рис. 1).

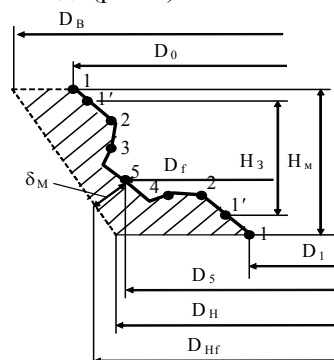


Рис. 1. Структура поверхностей матрицы

При решении задачи математического моделирования при импульсном деформировании необходимо разработать более подробную математическую модель штампа.

### Алгоритм построения зеркала матрицы

Задача алгоритма – по координатам точек матрицы и характеру аппроксимирующих кривых рассчитывают коэффициенты аппроксимации в функциях определения кривых и линий зеркала матрицы. Данная процедура необходима для уточнения месторасположения характерных точек сформированных участков заготовки в зависимости от координат на поверхности матрицы.

Для примера рассмотрим образующую рабочей поверхности матрицы (рис. 2).

Она представляет собой совокупность прямолинейных отрезков и вогнуто-выгнутых дуг.

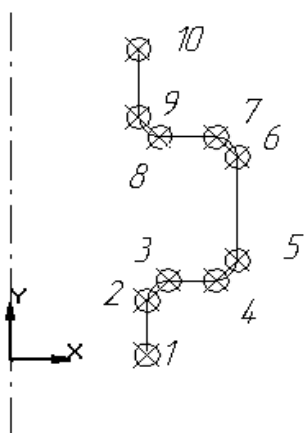


Рис. 2. Характерные точки на зеркале матрицы

Каждый из этих участков характеризуется своим кодом и характером аппроксимирующей кривой (рис. 3 – 6).

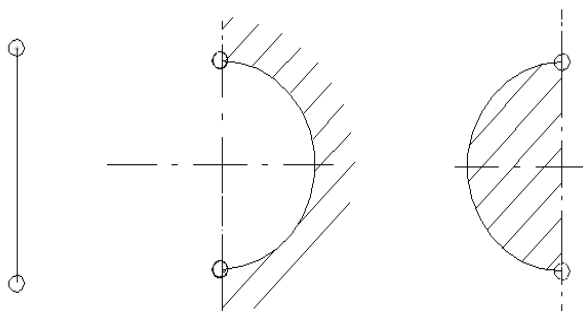


Рис. 3. Характерные участки на зеркале матрицы:  
а – прямолинейный участок;  
б – вогнутый участок;  
в – выгнутый участок

Для упрощения введен участок вертикальной линии, имеющий код 4. Ограничения на построение матрицы с диаметральной плоскостью разбега являются условие: матрица не должна иметь поднутрений.

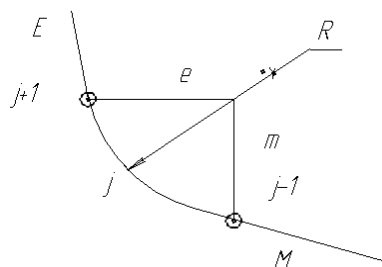


Рис. 4. Определение коэффициентов на торообразном участке

Для конического линейного участка (код = 1) уравнение линии имеет вид

$$R = A_j \cdot Z + B_j,$$

где  $j$  – номер участка;  $i$  – номер точки,

$$R_i = A_j \cdot Z_i + B_j;$$

$$R_{i+1} = A_j \cdot Z_{i+1} + B_j;$$

$$A_j = (R_{i+1} - R_i) / (Z_{i+1} - Z_i),$$

$Z_i \neq Z_{i+1}$ , так как участок конический, вертикальных стенок нет;

$$B_j = R_i - A_j \cdot Z_i$$

или

$$B_j = R_{i+1} - A_j \cdot Z_{i+1}.$$

Для вогнутого участка (код=2 или 3) необходимо определить  $R_0$ :

$$R_0 = \sqrt{(R_i - R_A)^2 + (Z_i - Z_A)^2}$$

или

$$R_0 = \sqrt{(R_{i+1} - R_A)^2 + (Z_{i+1} - Z_A)^2}.$$

Для этого необходимо найти координаты точек  $R_A, Z_A$ , как точек пересечения прямых ( $e, m$ ), где  $e$  – нормаль к участку  $(j+1) \rightarrow E$ , а  $m$  – нормаль к участку  $(j-1) \rightarrow M$ :

$$R = A_{j+1} Z + B_{j+1} \rightarrow (E);$$

$$R = A_{j-1} Z + B_{j-1} \rightarrow (M).$$

Тогда для  $e$ :

$$R = -(A_{j+1})^{-1} Z + B_{j+1}^e;$$

для  $m$ :

$$R = -A_{(j-1)}^{-1} Z + B_{j-1}^e;$$

$$B_{j+1}^e = R_{i+1} + A_{(j-1)}^{-1} Z_{(i+1)}.$$

Следовательно, для  $e$ :

$$R + (A_{j+1})^{-1} Z + (B_{j+1}^e) = 0;$$

для m:

$$R + (A_{j-1})^{-1}Z + (B_{j-1}^e) = 0.$$

Следовательно, линии нормали пересекаются в точке с координатами:

$$R_A = \frac{B_1 C_2 - B_2 C_1}{A_1 B_2 - A_2 B_1};$$

$$Z_A = \frac{C_1 A_2 - C_2 A_1}{A_1 B_2 - A_2 B_1}.$$

Формулы для вычисления  $R_A, Z_A$  применяются для случая, если торообразная поверхность расположена между коническими участками

$$(R - R_A)^2 + (Z - Z_A)^2 = R_0^2;$$

$$R = R_A \pm \sqrt{R_0^2 - (Z - Z_A)^2};$$

$$R = -A_{(j-1)}^{-1}Z + B_{j-1}^e.$$

Для участка m:

$$Z = Z_{i+1};$$

для участка k:

$$R_i = -(A_{j-1})^{-1}Z + \bar{B}_{j-1};$$

$$B_{j-1} = R_i + A_{(j-1)}^{-1}Z_i;$$

$$R_A = R - (Z_{j-1})^{-1}Z + \bar{B}_{j-1};$$

$$Z_A = Z_{i+1};$$

$$R_A = -(A_{j-1})^{-1}Z_A + \bar{B}_{j-1}.$$

Затем определяем  $R_0$  для участка m :

$$Z = Z_i;$$

для K :

$$R = A_{j+1}Z + B_{j+1};$$

$$Z_A = Z_i;$$

$$B_{j+1} = R_{i+1} + (A_{(j-1)})^{-1}Z_{i+1}.$$

Для случая 1 (рис. 5):

$$R^* = R_{i+1};$$

$$R = A_{j-1}Z + B_{j-1} \Rightarrow Z = (R - B_{j-1}) A_{j-1}^{-1}.$$

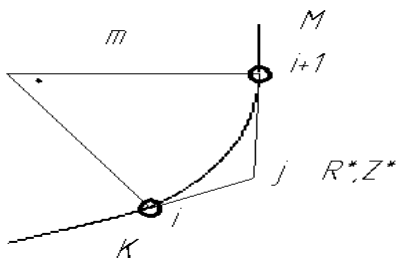


Рис. 5. Определение координат на цилиндрическом участке (случай 1)

Для случая 2 (рис. 6):

$$R^* = R.$$

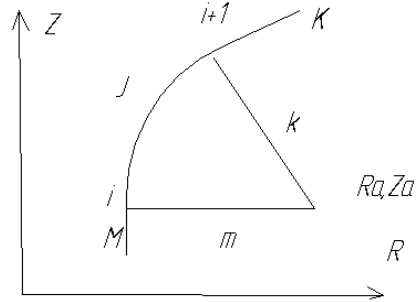


Рис. 6. Определение координат матрицы на цилиндрическом участке (случай 2)

На рис. 7 и 8 изображены алгоритм построения элементов матрицы и копии экранных форм программы для расчета параметров напряженно-деформированного состояния заготовки выполненная методом конечных разностей [3].

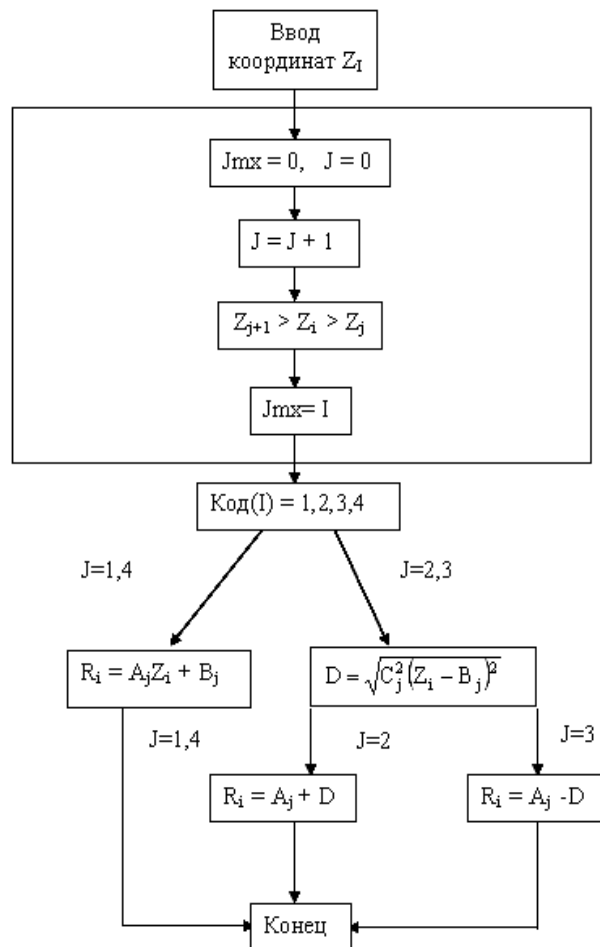


Рис. 7. Схема построения зеркала матрицы

1-переход			
	1-заряд	2-заряд	3-заряд
Тип	1	0	0
Величина	0,01	0	0
Радиус	0	0	0
Высота	0,082	0	0

2-переход			
	1-заряд	2-заряд	3-заряд
Тип	0	0	0
Величина	0,1	0	0
Радиус	0	0	0
Высота	0,082	0	0

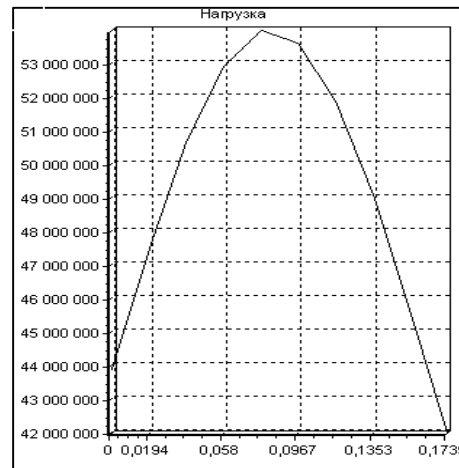
а

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТРИЦЫ:

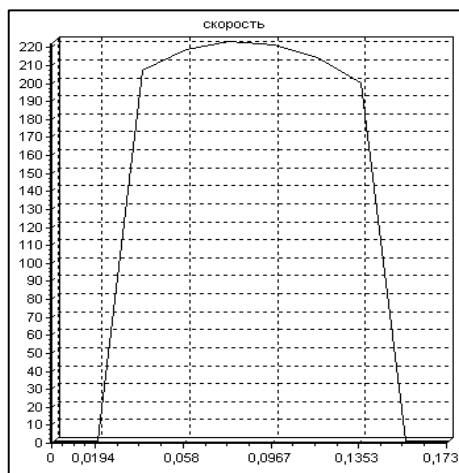
Координаты точек матрицы Тип участка между ними

№	По оси R	По оси Z	Код
1	0,141	0	4
2	0,141	0,022	1
3	0,153	0,03	1
4	0,155	0,064	1
5	0,151	0,074	4
6	0,151	0,1	1
7	0,155	0,11	1
8	0,153	0,144	1
9	0,141	0,152	4
10	0,141	0,174	0

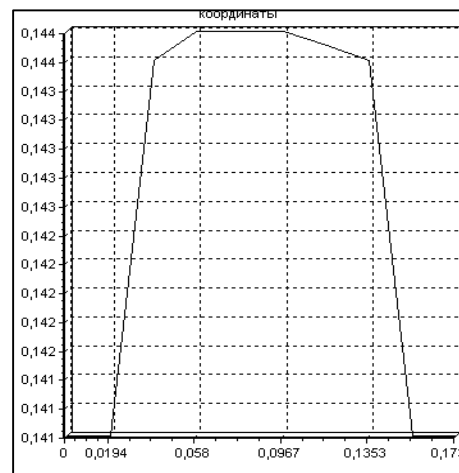
б



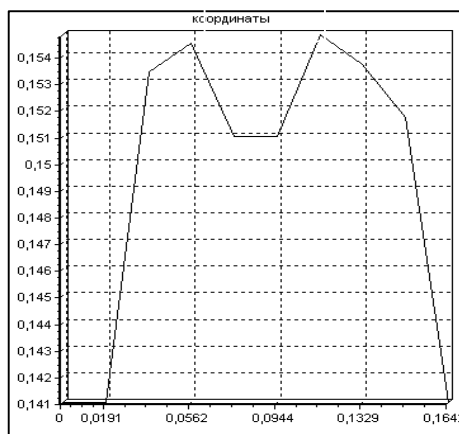
в



г



д



е

Рис. 8. Промежуточные и окончательные результаты расчетов:  
 а – нагрузка;  
 б – таблица характеристик матрицы, промежуточные эпюры;  
 в – нагрузки,  
 г – скорости заготовки,  
 д – координат заготовки;  
 е – окончательные координаты при касании заготовки матрицы

## Литература

1. Чачин В.М. Листовая штамповка с использованием импульсной нагрузки / В.М. Чачин, Ю.Е. Шамарин, А.Ю. Журавский, В.С. Петраковский, А.Л. Скрипниченко; Мин-во высшего и среднего образования СССР, под ред. В.М. Чачина. –К.: Наук. думка, 1989. – 101 с.

2. Орешников А.И. Высокоскоростные методы листовой штамповки / А.И. Орешников, В.А. Вагин, В.С. Мамутов: Учеб. пособие под ред. К.Н. Бого-

явленского. – Л.: ЛПИ, 1984. – 80 с.

3. Зорик В.В. Расчет импульсного нагружения объектов технологической системы / В.Я. Зорик, В.В. Третьяк, А.Ю. Комаров // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2007. – №7 4(43). – С. 86-11.

4. Третьяк В.В. Объектный подход к проектированию ресурсосберегающих импульсных технологий / В.В. Третьяк // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2006. – №3 (29). – С. 26-31.

Поступила в редакцию 15.06.2009

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.К.Борисевич, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

### МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ І АЛГОРИТМ ДЛЯ ПОБУДОВИ ДЗЕРКАЛА МАТРИЦІ ПРИ РОЗРАХУНКУ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ЗАГОТІВКИ ПІД ДІЄЮ ІМПУЛЬСНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

*В.В. Третьяк*

В статті представлена математична модель і алгоритм для побудови дзеркала матриці для розрахунку напружено-деформованого стану листової заготовки при її деформації імпульсними навантаженнями. Задача алгоритму - по координатах точок матриці і характері апроксимуючих кривих розрахувати коефіцієнти апроксимації у функціях визначення кривих і ліній дзеркала матриці. Дана процедура необхідна для уточнення місцерозташування характерних точок zdeформованих ділянок заготовки залежно від координат на поверхні матриці. Вона є сукупністю прямолінійних відрізків і увігнуто-вигнутих дуг. Кожна з цих ділянок характеризується своїм кодом і характером апроксимуючої кривої Обмеженнями на побудову матриці з діаметральною площиною роз'єму є умова: матриця не повинна мати внутрішніх частин. В статті також представлені результати чисельного розрахунку по даному алгоритму.

**Ключові слова:** імпульсне штампування листових деталей, дзеркало матриці, математична модель матриці, напружено-деформований стан, апроксимуючий кривий.

### MATHEMATICAL MODEL AND ALGORITHM FOR CONSTRUCTION OF MIRROR OF MATRIX AT COMPUTATION OF THE TENSE-DEFORMED STATE OF PURVEYANCE UNDER ACTION OF IMPULSIVE LOADING

*V.V. Tretyak*

In the article a mathematical model and algorithm for construction of mirror of matrix for computation of the tense-deformed state of sheet purveyance at its deformation by the impulsive loading is presented. Task of algorithm - on the co-ordinates of points of matrix and character of approximating curves to count up coefficients of approximation in the functions of determination of curves and lines of mirror of matrix. The given procedure is needed for clarification of places of characteristic points of deformation areas of purveyance depending on co-ordinates on the surface of matrix. She is the aggregate of rectilinear segments and concave-incurved arcs. Each of these areas is characterized by the code and character of approximating curve are Limitations on construction of matrix with the diametral plane of socket condition: a matrix must not have the internal closed areas. In the article the results of numeral computation on the given algorithm are also presented.

**Key words:** impulsive stamping of sheet details, mirror of matrix, mathematical model of matrix, tense-deformed state approximating crooked.

**Третьяк Владимир Васильевич** –канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры производства авиационных двигателей Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mai:mint\_khai@rambler.ru.