УДК 621.438

А.И. ТАРАСЕНКО

Национальный университет кораблестроения им. адм. Макарова, Украина

КРУТИЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В МАЛООБОРОТНОМ ДИЗЕЛЕ ПРИ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССАХ

Рассматривается малооборотный дизель как крутильная система с распределенными параметрами, состоящая из маховиков (отсеков цилиндра, гребного винта), соединенных валами. Валы могут быть невесомыми (только жесткость) либо иметь распределенные параметры. Приведена методика, которая на основе решения волнового уравнения позволяет определить формы и частоты свободных крутильных колебаний. Получена система обыкновенных дифференциальных уравнений, позволяющая исследовать крутильные колебания при переходных процессах и учесть демпфирование в отдельных элементах системы дизель–валопровод.

Ключевые слова: *дизель, крутильные колебания, волновое уравнение, собственная частота, форма колебаний, демпфирование.*

Введение

Крутильные колебания малооборотных судовых дизелей – важный аспект их работы.

Учитывая большую протяженность судовых валопроводов крутильную систему дизель–валопровод желательно рассматривать как систему с распределенными параметрами.

Сам дизель желательно представить в виде отдельных маховиков, соединенных невесомыми упругими валами.

Таким образом, необходимо рассмотреть крутильную систему, состоящую, как из участков с распределенными параметрами, так и из невесомых участков без распределенных параметров.

1. Формулирование проблемы

Требуется решить волновое уравнение для системы, имеющей участки с распределенными параметрами и без распределенных параметров. В ходе решения волнового уравнения необходимо определить собственные частоты и формы колебаний. Полученный результат требуется распространить на случай вынужденных колебаний и получить систему обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих крутильные колебания при переходных процессах.

В работах [1, 2] приведены методики, позволяющие получить систему обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих крутильные колебания. Однако, эти методики подходят либо для системы с распределенными параметрами, либо для системы без распределенных параметров.

Цель работы – получить систему обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих крутильные колебания при переходных процессах, которая применима как для систем с распределенными параметрами, так и для систем без распределенных параметров, а также для их комбинаций.

1.1 Общие соотношения

Волновое уравнение для анализа крутильной схемы имеет следующий вид [2]

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} V^2 + \frac{1}{\rho\, J_x} \frac{\partial M}{\partial y}, \qquad (1)$$

где $V = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ – скорость распространения малых возмущений.

На первом этапе решают однородное уравнение, соответствующее неоднородному уравнению (1). Это однородное уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} V^2 . \qquad (2)$$

Уравнение (2) – это уравнение свободных колебаний, решение которого позволяет определить собственные частоты и формы колебаний.

Решение уравнения ищем в виде

$$\varphi = f(t) \cdot Z(y), \qquad (3)$$

где $f(t)$ – функция времени;

$Z(y)$ – форма колебаний – функция от координаты сечения y.

Обычно эти функции представляют в следующем виде

$$Z(y) = A\sin\frac{P}{V}y + B\cos\frac{P}{V}y\ ; \qquad (4)$$

$$f(t) = D\sin Pt + F\cos Pt\ . \qquad (5)$$

В этих выражениях: P – собственная частота; V – скорость распространения малых возмущений; A, B, D, F – коэффициенты, определяемые из граничных и начальных условий.

Крутильная колебательная система состоит из маховиков и валов, которыми эти маховики соединены друг с другом.

Каждому маховику присвоен номер, который совпадает с номером вала справа от маховика. Для каждого вала по аналогии с (4) можно записать уравнение формы колебаний [2].

Форма колебаний – это функция, зависящая от продольной координаты, которая, будучи умноженная на функцию от времени даст решение уравнения (1)

$$Z_к(y) = A_к\sin\frac{P}{V_к}y_к + B_к\cos\frac{P}{V_к}y_к\ ; \qquad (6)$$

$$Z'_к(y) = A_к\frac{P}{V_к}\cos\frac{P}{V_к}y_к - B_к\frac{P}{V_к}\sin\frac{P}{V_к}y_к\ . \qquad (7)$$

Индексы «к» в выражениях (6)–(7) означают, что форма колебаний $Z_к$ (далее форма) и ее производная записаны для вала с номером «к» с учетом параметров этого вала.

1.1.1 Участок слева от маховика «к» имеет распределенные параметры

Фрагмент крутильной схемы соответствующей рассматриваемому случаю показан на рис.1.

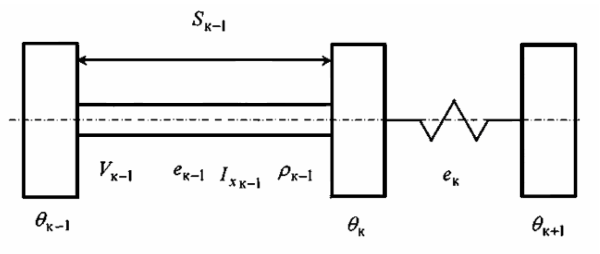

Рис. 1. Фрагмент крутильной схемы

Для маховика с номером «к» может быть записано следующее граничное условие

$$\frac{Z_{к+1} - Z_{к-1}}{e_к} = \frac{S_{к-1}\cdot Z'_{к-1}}{e_{к-1}} - \theta_к\cdot P^2\cdot Z_{к-1}\ , \qquad (8)$$

где $e_к$ – податливость участка с номером «к» – участка без распределенных параметров;

$e_{к-1} = \dfrac{S_{к-1}}{G_{к-1}\cdot I_{к-1}}$ – податливость участка с номером «к – 1» – участка с распределенными параметрами.

В выражении для податливости $e_{к-1}$ использован полярный момент инерции сечения $I = \int_F r^2 dF$. Для удобства вычислений введен момент инерции вала или участка вала $J = \int_m r^2 dm$. Этот интеграл можно преобразовать к виду $J = \int_F r^2 S\rho\, dF$ или $J = I\cdot S\cdot\rho$. Тогда выражения для податливости можно преобразовать к виду:

$$e_{к-1} = \frac{S^2_{к\text{-}1}}{J_{к\text{-}1}\cdot V^2_{к\text{-}1}}\ .$$

Из уравнения (8) по известным параметрам участка с номером «к–1» может быть найдена форма колебаний для маховика с номером «к+1» согласно следующему выражению

$$Z_{к+1} = Z_{к-1}(1 - \theta_к\ P^2\ e_к) + \frac{e_к}{e_{к-1}}S_{к-1}\cdot Z'_{к-1}\ . \qquad (9)$$

В выражении (9) форма $Z_{к-1}$ определена из выражения аналогичного (6) для случая $y_{к-1} = S_{к-1}$ и может быть отождествлена с формой $Z_к$ для случая $y_к = 0$. В случае, когда «к» номер первого маховика в системе, т.е. $к = 1$, выражение (9) можно записать в виде

$$Z_2 = Z_1\ (1 - \theta_1\ P^2\ e_1)\ . \qquad (10)$$

1.1.2 Участок справа от маховика «к» имеет распределенные параметры

Для маховика с номером «к» может быть записано следующее граничное условие

$$\frac{S_к\ Z'_к}{e_к} = \frac{Z_к - Z_{к-1}}{e_{к-1}} - \theta_к\cdot P^2\cdot Z_к\ . \qquad (11)$$

Из уравнения (11) по известным параметрам участка с номером «к – 1» может быть найдена форма колебаний для маховика с номером «к» согласно следующим выражениям

$$A_к = \frac{V_к}{P}\cdot\frac{e_к}{e_{к-1}}\cdot\frac{Z_к - Z_{к-1}}{S_к} - \theta_к\cdot P\cdot\frac{e_к\ V_к}{S_к}Z_к\ ; \qquad (12)$$

$$B_к = Z_{к-1}\ . \qquad (13)$$

В случае, когда «к» номер первого маховика в системе, т.е. $к = 1$, выражения (12) – (13) можно записать в следующем виде

$$B_1 = 1\ ; \qquad (14)$$

$$A_1 = -\theta_1\cdot P\cdot\frac{e_1\ V_1}{S_1}\ . \qquad (15)$$

1.1.3 Участки слева и справа от маховика «к» не имеют распределенных параметров

Для маховика с номером «к» может быть записано следующее граничное условие

$$\frac{Z_{к+1} - Z_к}{e_к} = \frac{Z_к - Z_{к-1}}{e_{к-1}} - \theta_к \cdot P^2 \cdot Z_к . \quad (16)$$

Из уравнения (16) по известным параметрам участка с номером «к–1» может быть найдена форма колебаний для маховика с номером «к+1» согласно следующему выражению

$$Z_{к+1} = Z_к\,(1 - \theta_к\, P^2\, e_к) + \frac{e_к}{e_{к-1}}(Z_к - Z_{к-1}) . \quad (17)$$

1.1.4 Участки слева и справа от маховика «к» имеют распределенные параметры

Для маховика с номером «к» может быть записано следующее граничное условие

$$\frac{S_к \cdot Z'_к}{e_к} = \frac{S_{к-1} \cdot Z'_{к-1}}{e_{к-1}} - \theta_к \cdot P^2 \cdot Z_{к-1} . \quad (18)$$

Из уравнения (18) по известным параметрам участка с номером «к–1» может быть найдена форма колебаний для маховика с номером «к» согласно следующим выражениям

$$B_к = Z_{к-1} ; \quad (19)$$

$$A_к = \frac{V_к}{P} \cdot \frac{S_{к-1}}{S_к} \cdot \frac{e_к}{e_{к-1}} \cdot Z'_{к-1} - \theta_к \cdot P \cdot \frac{e_к\, V_к}{S_к} . \quad (20)$$

2. Определение параметров свободных колебаний

Определение форм крутильных колебаний начинают с анализа участка номер 1 с помощью уравнения (10), либо с помощью уравнений (14), (15) в зависимости от его вида. Далее, переходя от участка к участку, находят формы для каждого из участков

Собственная круговая частота колебаний р определяется путем решения граничной задачи (удовлетворение граничных условий). Форма колебаний (4) удовлетворяет граничным условиям на маховике с номером 1 и на всех остальных кроме (k_1+1), если коэффициенты *A* и *B* вычислены с помощью уравнений (14), (15) и (19), (20). Для последнего маховика с номером (k_1+1) выполнение граничных условий (18) не гарантировано. Эти условия выполняются не для всех значений P, и надо найти такие значения р, для которых граничные условия (18) выполняются. Расчет на ПЭВМ выполнялся по уравнениям (6)–(7) с учетом граничного условия (18) методом половинного деления [2]. Часто собственные частоты представляют в виде числа колебаний в минуту

$$n_1 = 30\,P/\pi .$$

3. Расчет вынужденных крутильных колебаний

Расчет вынужденных колебаний можно выполнить с помощью следующего дифференциального уравнения [3]:

$$\ddot{f}_1 + f_1 \cdot p_1^2 = \frac{1}{Q_1}\sum_{k=1}^{k_1} M_k \cdot Z_1\,(y_k) , \quad (21)$$

где $Q_1 = \int\limits_L \rho\, I_x\, Z_1^2\, dl$ – приведенная «масса» системы; M_k – момент в сечении с координатой y_k.

Приведенная «масса» системы Q_1 может быть вычислена по формуле

$$Q_1 = \sum_{k=1}^{k_1}\{\theta_k \cdot Z_1^2\,(y_k) + \frac{J_k}{S_k}\int\limits_0^{S_k} Z_{1k}^2 \cdot dy\} .$$

Момент, обусловленный демпфированием, в сечении с номером *k* имеет вид

$$M_{Д_k} = -b_k \cdot \frac{df}{dt} Z_{1_k} ,$$

где b_k – коэффициент демпфирования в сечении с номером k [1].

Тогда уравнение (21) с учетом сил демпфирования будет иметь вид

$$\ddot{f}_1 + \dot{f}_1 \cdot \frac{1}{Q_1}\sum_{k=1}^{k_1} b_k \cdot Z_{1_k}^2 + f_1 \cdot p_1^2 = \frac{1}{Q_1}\sum_{k=1}^{k_1} M_k \cdot Z_{1_k} . \quad (22)$$

Введем следующее обозначение

$$2\,b_S = \frac{1}{Q_1}\sum_{k=1}^{k_1} b_k \cdot Z_{1_k}^2 ,$$

тогда уравнение (22) примет вид

$$\ddot{f}_1 + 2\,b_S\,\dot{f}_1 + f_1 \cdot p_1^2 = \frac{1}{Q_1}\sum_{k=1}^{k_1} M_k \cdot Z_{1_k} . \quad (23)$$

Уравнение (23) записано для минимальной частоты или, как говорят, для первой, одноузловой формы колебаний. Таких уравнений может быть записано сколь угодно много. Хорошим тоном считается провести анализ до двадцатой кратности. Имеются ввиду гармонические коэффициенты разложения Фурье моментов M_k. Из этого следует, что максимальная частота должна быть в двадцать раз больше частоты вращения (примерно 40 гц для малооборотного дизеля).

Система уравнений типа (23) должна быть дополнена уравнением движения системы, как твердого тела. При этом форма считается равной единице.

Крутящие моменты, возникающие в цилиндрах, могут быть определены либо с помощью гармонических коэффициентов, которые приводятся в сопроводительной документации к дизелю, либо с помощью методик, изложенных в [3, 4].

Заключение

Разработана методика, позволяющая определять собственные частоты и формы для систем с распределенными параметрами, дискретных систем и их комбинаций.

Получена система дифференциальных уравнений, позволяющая исследовать как стационарные, так и переходные процессы.

Изложенный математический аппарат позволяет определить амплитуды вынужденных колебаний, как при стационарном воздействии, так и при случайном.

Если при определении крутящих моментов учесть алгоритм регулирования, то можно исследовать влияние параметров регулятора на крутильные колебания.

Литература

1. *Истомин П.А. Крутильные колебания в судовых ДВС. – Л.: Судостроение, 1968. – 304 с.*
2. *Тарасенко А.И. Расчет динамических характеристик системы «винт–валопровод–главный двигатель» на основе решения волнового уравнения // Динамика и прочность судовых машин: сб. науч. тр. – Николаев: НКИ, 1985. – С. 45-53.*
3. *Тарасенко А.И. Переходные процессы в системе «винт–валопровод–малооборотный дизель» при мощном ледовом воздействии // Динамика и надежность судовых машин: сб. науч. тр. – Николаев: НКИ, 1989. –С. 99-106.*
4. *Тарасенко А.И. Нелинейная динамическая модель судового малооборотного дизеля // Вестник двигателестроения. – Запорожье: ОАО ”Мотор Січ”, 2008. – № 3 (20). – С. 202-205.*

Поступила в редакцию 27.05.2009

Рецензент: д-р техн. наук, проф. М.Р. Ткач, Национальный университет кораблестроения им. адмирала Макарова, Николаев.

КРУТИЛЬНІ КОЛИВАННЯ В МАЛО ОБЕРТОВОМУ ДИЗЕЛІ ПРИ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСАХ

О.І. Тарасенко

Розглядається мало обертовий дизель як крутильна система з розподіленими параметрами яка має маховики(циліндрові відсіки, гребний гвинт) поєднані валами. Вали можуть бути невагомими (тільки жорсткість) або мати розподілені параметри. Наведено методику, котра на баз рішення хвильового рівняння дозволяє отримати форми та частоти вільних крутильних коливань, а також приведених мас. Одержано систему звичайних диференційних рівнянь яка дозволяє дослідити змушені крутильні коливання при перехідних процесах і врахувати демпфірування в окремих ланках системи дизель - валопровід

Ключові слова: дизель, крутильні коливання, хвильове рівняння, власні частоти, форма коливань, демпфірування.

TORSION RIPPLING IN LITTLEREVERSIVE DIESEL ENGINE BY TRANSITIONAL PROCESS

A.I. Tarasenko

Littlereversive diesel engine is viewed as torsion system with distributing parameters consist from wheels (cylinders compartments, rowing screw) amalgamated by the rollers. Rollers can be imponderable (harshness only) or have distribute characteristic. Method which is base of decision of wave equalization, which allow to determine form and frequency of the free torsion rippling, is reduced. System of usual differential equalization, which allow to investigate torsion rippling by transition process and take into account decrement in separate elements of the system Diesel engine-shaftransmission is reduced too.

Key words: diesel engine, torsion rippling, wave equalization, own frequency, form of the rippling, decrement.

Тарасенко Александр Иванович – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры механики и конструирования машин Национального университета кораблестроения им. адмирала Макарова, Николаев, Украина, e-mail: tai777@ukrpost.net.