

УДК 629.7.054

О.Я. КОВАЛЕЦ

Национальный технический университет Украины “КПИ”, Киев, Украина

## ДИФРАКЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ НА ПЛОСКО-ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ПЛАСТИНЕ

Многие фрагменты конструкции авиационных двигателей могут рассматриваться как плоско-параллельные пластины разделенные упругой связью. В работе изучается упруго-параллельное состояние таких пластин в предположении трансляции энергии падающей волны ко второй пластине не только через дискретно-непрерывную упругую связь, но и через воздушную прослойку. Строится расчетная модель явления и анализируется динамическое состояние поверхности, влияние массового соотношения лицевой и теневой пластины, а также угла падения плоской монохроматической волны на закономерность изгибного движения. Построенная аналитическая структура создает условия для решения задач оптимизации.

**Ключевые слова:** падающая, отраженная и прошедшая волны, воздушная прослойка, упругий материал, биения, суперпозиция колебаний.

## Введение

**Постановка проблемы и ее связь с научно-техническими задачами.** Взаимодействие акустической волны с плоско-параллельной пластиной рассмотрим на механической модели в виде двух акустически однородных пластин, поверхности которых параллельны между собой, а промежуток между ними заполнен, например, дискретно-непрерывной средой. К такой расчетной модели могут быть сведены многие задачи, в том числе задачи звукоизоляции.

С целью упрощения, будем пренебрегать продольными связями, т.е. связями сдвига, а все внимание сосредоточим только на поперечных связях. Считаем, что они соединяют пластины и, одновременно, препятствуют изменению расстояния между ними, подчиняясь закону Гука. Таким образом, решается линейно-упругая задача. Впервые в такой постановке был выполнен расчет составного стержня А.Р. Ржаницыным [1], а в дальнейшем В.И. Заборовым выполнен расчет составной арки [2].

**Обзор публикаций и выделение нерешенных задач.** Изучение динамики пластин и оболочек имеет достаточно длительную историю и затрагивает множество вопросов различных отраслей [3, 4]. Своеобразие момента состоит в том, что построение расчетных моделей для каждого типа конструкций, по сути дела, надо начинать с нуля. Особенно остро это касается вопросов дифракции звуковых волн на преграде [5, 6], либо в механических системах с носителями кинетического момента.

В работе решается задача количественной и качественной оценки изгибного движения наиболее сложной – плоско-параллельной модификации пла-

стины с многофазным промежуточным слоем. построенные расчетные модели позволяют также очертить условия резонансных проявлений в акустических средах.

**Постановка задачи данного исследования.** Широкое использование плоских элементов в конструкциях авиационных двигателей в сочетании с наиболее сложными многослойными элементами явилось побудительной причиной глубокого и всестороннего изучения свойств таких конструкций, в частности, находящихся в реверберационном замкнутом пространстве.

Решение таких задач предусматривает анализ многих факторов, в том числе, массогабаритного распределения напряженно-деформированного состояния, изгибного движения и др.

Предлагаемые результаты есть одна из граней рассматриваемой многоплановой проблемы.

**Изложение основного материала с обоснованием полученных результатов.** Обратимся к наиболее общему случаю – когда *колебательное движение передается от первой пластины ко второй как через упругие связи, так и звуковой волной, распространяющейся в воздушной прослойке между упругим материалом.* В результате приходим к механической модели прохождения звука, представленной на рис. 1. Дифференциальные уравнения движения имеют вид:

$$\nabla^4 \frac{\partial^4 W_1}{\partial t^4} \left[ (D_1 m_1^{-1} + D_2 m_2^{-1}) \nabla^8 + k (m_1^{-1} + m_2^{-1}) \nabla^4 \right] \times \\ \times \frac{\partial^2 W_1}{\partial t^2} + k (m_1 m_2)^{-1} (D_1 + D_2) \times \\ \times \nabla^8 W_1 + D_2 (m_1 m_2)^{-1} \nabla^{12} W_1 = (m_1 m_2)^{-1} \times$$

$$\begin{aligned} & \times \left( D_2 \nabla^8 q_1 + m_2 \nabla^4 \frac{\partial^2 q_1}{\partial t^2} + k \nabla^4 q_1 + k \nabla^4 q_2 \right); \quad (1) \\ \nabla^4 \frac{\partial^4 W_2}{\partial t^4} & \left[ (D_1 m_1^{-1} + D_2 m_2^{-1}) \nabla^8 + k (m_1^{-1} + m_2^{-1}) \nabla^4 \right] \times \\ & \times \frac{\partial^2 W_2}{\partial t^2} + k (m_1 m_2)^{-1} (D_1 + D_2) \nabla^8 W_2 + \\ & + D_1 D_2 (m_1 m_2)^{-1} \nabla^{12} W_2 = (m_1 m_2)^{-1} \times \\ & \times \left( D_1 \nabla^8 q_2 + m_1 \nabla^4 \frac{\partial^2 q_2}{\partial t^2} + k \nabla^4 q_2 + k \nabla^4 q_1 \right), \end{aligned}$$

В этом случае внешние возмущения пластины представляются выражениями:

$$q_1 = (P_1 + P_2) \Big|_{z=-\frac{h_1}{2}} - (P_3 + P_4) \Big|_{z=\frac{h_1}{2}};$$

$$q_2 = (P_3 + P_4) \Big|_{z=\frac{h_1}{2}+2\delta} - P_5 \Big|_{z=\frac{h_1}{2}+2\delta+h_2}.$$

а давление в падающей, отраженной и прошедшей волнах – формулами:

$$\begin{aligned} P_1 &= P_{10} \exp i \left[ \omega t - k_0 y \sin \theta - k_0 \left( z + \frac{h_1}{2} \right) \cos \theta \right]; \\ P_2 &= P_{20} \exp i \left[ \omega t - k_0 y \sin \theta + k_0 \left( z + \frac{h_1}{2} \right) \cos \theta \right]; \\ P_3 &= P_{30} \exp i \left[ \omega t - k_0 y \sin \theta - k_0 \left( z - \frac{h_1}{2} \right) \cos \theta \right]; \quad (2) \\ P_4 &= P_{40} \exp i \left[ \omega t - k_0 y \sin \theta + k_0 \left( z - \frac{h_1}{2} \right) \cos \theta \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_5 &= P_{50} \times \\ & \times \exp i \left[ \omega t - k_0 y \sin \theta - k_0 \left( z - \frac{h_1}{2} - 2\delta - h_2 \right) \cos \theta \right]. \end{aligned}$$

Граничные условия имеют вид –

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial W_1}{\partial t} \right]_{z=-\frac{h_1}{2}} &= (P_1 - P_2) z_0^{-1} \cos \theta; \\ \left[ \frac{\partial W_1}{\partial t} \right]_{z=\frac{h_1}{2}} &= (P_3 - P_4) z_0^{-1} \cos \theta; \\ \left[ \frac{\partial W_2}{\partial t} \right]_{z=\frac{h_1}{2}+2\delta} &= (P_3 - P_4) z_0^{-1} \cos \theta; \\ \left[ \frac{\partial W_2}{\partial t} \right]_{z=\frac{h_1}{2}+2\delta+h_2} &= P_5 z_0^{-1} \cos \theta. \end{aligned} \quad (3)$$

С учетом сказанного, решение уравнений (1) при принятой нагрузке  $q_i$  определяется выражениями:

$$\begin{aligned} W_1 &= (S_1 S_2 - k^2)^{-1} \times \\ & \times \{ S_2 [(P_1 + P_2) - (P_3 + P_4)] - k [(P_3 + P_4) - P_5] \}; \\ W_2 &= (S_1 S_2 - k^2)^{-1} \times \\ & \times \{ k [(P_1 + P_2) - (P_3 + P_4)] - S_1 [(P_3 - P_4) - P_5] \}. \end{aligned} \quad (4)$$

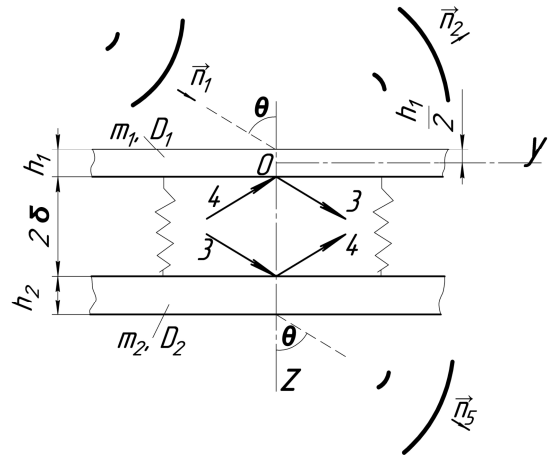


Рис. 1. Механическая модель прохождения акустического излучения

В плане изучаемых задач, наибольший интерес для практики представляет характер изгибного движения наружной поверхности второй пластины. Закон изгибных колебаний можно представить так –

$$\begin{aligned} W_2 &= P_{10} (S_1 S_2 - k^2)^{-1} \exp i \times \\ & \times \left[ \omega t - k_0 y \sin \theta - k_0 \left( z + \frac{h_1}{2} \right) \cos \theta \right] \times \\ & \times \{ k + [(k + S_1) B_4 + k B_2] \times \\ & \times \exp i (2k_0 z \cos \theta) + [(k + S_1) A_3 + k B_2] \times \exp i \times \\ & \times (k_0 h_1 \cos \theta) - S_1 A_5 \exp i \times [k_0 (h_1 + h_2 + 2\delta) \cos \theta] \} = \\ & = P_{10} (S_1 S_2 - k^2)^{-1} \exp i \times \\ & \times \left[ \omega t - k_0 y \sin \theta - k_0 \left( z + \frac{h_1}{2} \right) \cos \theta \right] \times \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \{ k + (\rho_4 \exp i \varphi_4 + k \rho_2 \exp i \varphi_2) \exp i (2k_0 z \cos \theta) + \\ & + (\rho_3 \exp i \varphi_3 + k \rho_2 \exp i \varphi_2) \exp i (k_0 h_1 \cos \theta) - \\ & - S_1 \rho_5 \exp i [\varphi_5 + k_0 (h_1 + h_2 + 2\delta) \cos \theta] \}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} A_3 &= \rho_3 \exp i \varphi_3; \quad B_4 = \exp i \varphi_4; \quad A_5 = \rho_5 \exp i \varphi_5; \\ \rho_2 &= \rho_0 (S_1 - S_2) \cos \theta; \quad B_2 = \rho_2 \exp i \varphi_2; \\ \rho_3 &= \rho_0 (k + S_1)^{-1} \{ k^2 \omega^2 z_0^2 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + [k (S_1 S_2 - k^2) + (S_1 - S_2)]^2 \cos^2 \theta \}^{\frac{1}{2}}; \\ \rho_4 &= \rho_0 (k + S_1)^{-1} \{ 4\omega^2 z_0^2 + (S_1 - S_2)^2 \cos^2 \theta \}^{\frac{1}{2}}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= -\arctg 2\omega z_0 [(S_1 - S_2) \cos \theta]^{-1}; \\ \varphi_3 &= \arctg \{ k \omega z_0 (S_1 - S_2) - 2\omega z_0 \times \\ & \times [k (S_1 S_2 - k^2) + (S_1 - S_2)] \} \{ 2k \omega^2 z_0^2 + (S_1 - S_2) \times \\ & \times [k (S_1 S_2 - k^2) + (S_1 - S_2)] \cos \theta \}^{-1}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_4 = & \arctg\{\omega z_0 (S_1 - S_2) [k(k+1) - 2S_1] \cos \theta - \\ & - 2\omega k z_0 [(S_1 S_2 - k^2) + (S_1 - S_2)] \cos \theta\} \times \\ & \times (S_1 - S_2) [(S_1 S_2 - k^2) + (S_1 - S_2)] \cos^2 \theta + \\ & + 2\omega^2 z_0^2 [k(k+1) - 2S_1]^{-1}; \quad \varphi_5 = \frac{\pi}{2} - \varphi_2. \end{aligned}$$

Проведем численный анализ форм изгибных колебаний второй пластины при акустическом воздействии. Для конкретности положим -

$$\delta = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}; \quad D_1 = D_2 = 1 \text{ Нм};$$

$$h_1 = h_2 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}; \quad \frac{m_2}{m_1} = 0,8.$$

Откладывая по оси ординат величину длины изгибной волны  $\lambda$ , а по оси частот -  $\omega$  (круговую частоту падающей волны), построим диаграмму изменения длины изгибной волны при  $\theta = 0,98$  рад (56,25 град) (рис. 2). Он представляет собой симметричную относительно оси ординат кривую с характерными четырьмя «пиками», в промежутках между которыми длина волны убывает к середине участка (кривые 1). На частотах  $\omega_c$ , равных  $8,2 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ ,  $16,4 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ ,  $33,2 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ ,  $41,6 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ ,  $58,2 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$  и  $66,6 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$  в спектре наблюдается суперпозиция двух форм колебаний различной протяженности и амплитуды (кривые 2). Пунктирной линией изображены длины модулирующих волн (биения) при прохождении резонансных областей  $\omega_6$ , равных  $12,4 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ ,  $37,6 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$  и  $62,4 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ . С увеличением угла  $\theta$  характер кривой «1» не меняется, она лишь сжимается по оси частот. На частотах  $\omega_\phi$  происходит инвертирование (от лат. *invert*) фазы колебаний на  $\pi$  рад..

На рис. 3 для примера приведен график изменения амплитуды изгибной волны второй пластины при угле  $\theta = 1,374$  рад (78,75 град), как наиболее характерный - имеющий и всплеск кривой, и точку изгиба с последующим возрастанием, (здесь  $\omega_B^И$ ,  $\omega_B$ ,  $\omega_И$  - соответственно частота, на которой происходит изгиб графика перед всплеском, всплеск и изгиб графика;  $a_B^И$ ,  $a_B$ ,  $a_И$  - амплитуда прогибов второй пластины на этих частотах).

Массораспределение в плоско-параллельной пластине оказывает существенное влияние на акусто-динамические свойства преграды. Для конкретности положим -  $\delta = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ,  $\theta = \frac{\pi}{4} \text{ рад}$ ,

$$D_1 = D_2 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Нм}, \quad h_1 = h_2 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad \frac{m_2}{m_1} < 1.$$

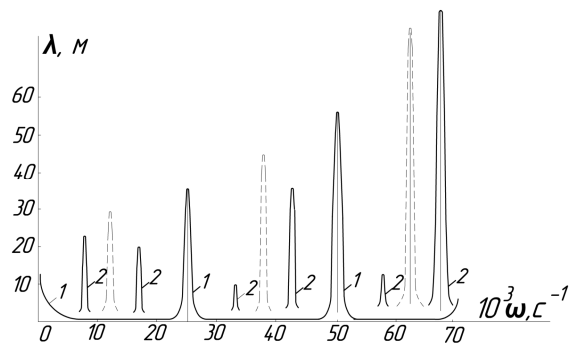


Рис. 2. Изменение длины изгибной волны плоско-параллельной пластины при акустическом воздействии

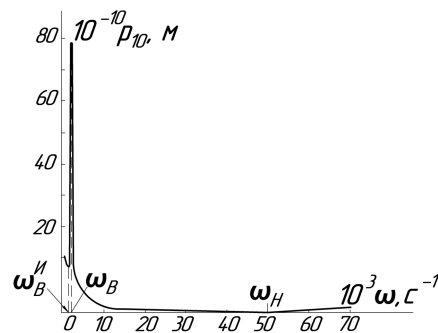


Рис. 3. Значения амплитуды изгибной волны плоско-параллельной пластины при  $\theta = 1,374$  рад (78,75 град)

Изменение изгибной волны при вариации частоты  $\omega$  следующее. Длина  $\lambda$  сохраняет ту же зависимость, что и на рис. 2, амплитуда - только при  $0,2 \leq m_2 / m_1 \leq 0,8$ . Дальнейшее уменьшение массы второй пластины приводит к нарушению экспоненциального характера графика - начиная с частоты  $\omega_И$  амплитуда увеличивается до  $a_И$  и, остается практически постоянной до частоты  $\omega_{B2}$ , где наблюдается второй всплеск на графике.

Дальнейшее уменьшение соотношения масс  $m_2 / m_1$  приводит к смещению вправо по оси частот второго всплеска и одновременному увеличению абсолютных значений прогибов пластины (рис.4). Таким образом, при прочих равных условиях, более легкие пластины обладают повышенной способностью к самовозбуждению.

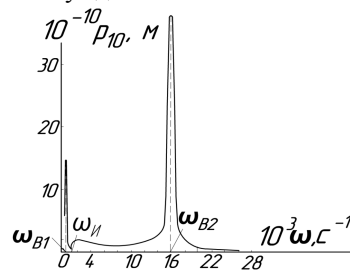


Рис. 4. Амплитуда изгибной волны плоско-параллельной пластины при  $\theta = \pi / 4$  рад и  $m_2 / m_1 = 0,02$

### Выводы и перспективы дальнейших исследований в данном направлении

Проведенные исследования дают возможность глубже понять природу упругого взаимодействия пластины с акустическим излучением. Численно установить величину ее прогибов в зоне акустической тени, и не только.

Построенная расчетная модель и аналитическое описание явления служат научным фундаментом для дальнейших исследований.

Перспективными, с точки зрения приложений, следует признать:

- условия возникновения локальных особенностей резонансного типа,
- степень влияния продольных деформаций,
- выбор для различного класса задач промежуточного слоя с регулируемыми свойствами и т.п.

### Литература

1. Ржаницын А.Р. Теория составных стержней строительных конструкций: / А.Р. Ржаницын. – М.: АС и А СССР, 1948. – 143 с.
2. Заборов В.Н. Прочность и устойчивость составных арок: монография / В.Н. Заборов. – М.: Стройиздат, 1962. – 165 с.
3. Кубенко В.Д. Нестационарное взаимодействие элементов конструкции со средой: монография / В.Д. Кубенко. – К.: Наук. думка, 1979. – 134 с.
4. О перемещении абсолютно твердого тела под действием акустической волны давления / В.В. Новожилов // Прикл. матем и мех. – 1959. – Т. XXIII, вып.4. – С. 794-797.
5. Шендеров Я.Л. Волновые задачи гидроакустики: монография / Я.Л. Шендеров. – Л.: Судостроение, 1972. – 352 с.
6. Галиев Ш.У. Динамика гидроупругопластических систем / Ш.У. Галиев. – К.: Наук. думка, 1981. – 276 с.

Поступила в редакцию 16.04.2010

**Рецензент:** д-р техн. наук, доц. В.Н. Мельник. Национальный технический университет Украины «КПИ», Киев.

### ДИФРАКЦІЙНІ ЯВИЩА НА ПЛОСКО-ПАРАЛЕЛЬНІЙ ПЛАСТИНІ

*О.Я. Ковалець*

Велика кількість фрагментів конструкції авіаційних двигунів може розглядатися як плоско-паралельні пластини, що розділені пружною в'яззю. В роботі вивчається пружно-напружений стан саме таких пластин за припущення трансляції енергії падаючої хвилі до другої пластини не тільки крізь дискретно-неперервну пружну в'язь, але і крізь повітряний прошарок. Будеться розрахункова модель явища і аналізується динамічний стан поверхні, вплив масового співвідношення лицьової і тіньової пластин, а також кута падіння плоскої монохроматичної хвилі на закономірність згинного руху. Побудована аналітична структура створює умови для вирішення задач оптимізації.

**Ключові слова:** падаюча, відбита та пройдешня хвилі, повітряний прошарок, пружний матеріал, биття, суперпозиція коливань.

### DIFFRACTION PHENOMENA ON A TRIVIAL-PARALLEL PLATE

*O. Ya. Kovalets*

Many fragments of construction of aviation engines can be observed as trivial-parallel plates part resilient connection. The elastic stress of such plates is in-process studied of supposition of translation of energy of falling wave to the second plate not only through discretely-continuous resilient connection but also through an air layer. The design model of the phenomenon is built and the dynamic state of surface, influence of mass correlation of facial and shadow plate, is analyzed, and also angle of incidence of flat monochromatic wave on conformity to the law of flexural motion. The constructed analytical structure creates terms for the decision of tasks of optimization.

**Key words:** falling, reflected and passing waves, air layer, resilient material, beatings, superposition of vibrations.

**Ковалець Ольга Яковлевна** – аспірантка кафедри біотехніки і інженерії Національного технічного університету України «КПИ», Київ, Україна, e-mail: karachun1@gala.net.