

УДК 629.015: 533.6.013.43

Б.М. ШИФРИН*Государственная летная академия Украины, Украина***О КРИТЕРИЯХ ШИММИ БУКСИРУЕМОГО КОЛЕСА**

Рассмотрен вопрос о критериях начала шимми в случае буксировки колеса с помощью абсолютно твердой тяжелой вилки. Во главу угла поставлена задача сопоставления критериев, полученных на основе двух разных моделей взаимодействия шины с опорной поверхностью. Упомянутыми моделями являются модели М.В. Келдыша (1945 г.) и Тхота-Краускопфа-Ловенберга (2008 г.). Задача вызвана тем, что непосредственное сопоставление зон устойчивости по М.В. Келдышу и по Т-К-Л выявило их заметные расхождения. Как частный случай, описываемый моделью М.В. Келдыша, выделен режим установившегося увода, на рассмотрении которого автор не останавливался. Приведены формулы для нахождения констант шины М.В. Келдыша по заданным константам шины Т-К-Л. Замечено, что критерии сближаются, если в модели М.В. Келдыша пренебречь моментом сил трения на шине. В целом работа направлена на изучение механизма шимми самолетного или автомобильного колеса.

Ключевые слова: шимми, шина, установившийся увод, поперечная сила, восстанавливающий момент, критерий устойчивости.

Введение

Несмотря на то, что автомобили, мотоциклы, самолеты являются объектами частого применения, от исправности и безотказности которых зависят жизни людей, многие вопросы математического моделирования их движения (в частности, вопросы, связанные с изучением колебаний шимми) нуждаются в уточнениях. Представляется, что основными трудностями при изучении шимми являются:

- многообразие механических явлений, проявляющихся в ходе качения по неровной опорной поверхности колес с деформируемой периферией;
- отсутствие удобного и надежного алгоритма нахождения сил и моментов трения на шине.

В настоящее время активно продолжают теоретико-экспериментальные исследования взаимодействия шины с опорной поверхностью [1 – 3], а также исследования по изучению шимми [4 – 7]. Хотя с момента написания М.В. Келдышем монографии [8] о шимми самолетного колеса прошло 65 лет, предложенная им модель качения шины при отсутствии скольжения является наиболее простой и в тоже время адекватной моделью [9,10].

В работах, посвященных изучению шимми колес шасси, наметились [4 – 7]:

- возврат к упрощенной расчетной схеме М.В. Келдыша буксировки колеса с помощью вилки [4 – 7];
- тенденция серьезного усложнения механико-математической модели катящейся шины [5, 6];
- обращение к альтернативной (твердотельной) версии механизма шимми [7].

Зарубежные исследователи редко используют модель шины [8]. Отчасти это может быть связано с тем, что в уравнениях М.В. Келдыша присутствуют параметры, определение которых через «основные» параметры (т.е. параметры, используемые в современных зарубежных моделях шины [3,11]) представляет собой отдельную задачу.

В публикуемой работе:

- приведены соотношения, связывающие некоторые параметры модели шины М.В. Келдыша, с «основными»;
- для буксируемого колеса сопоставлены критерии начала шимми М.В. Келдыша (1945), Г. Степана (1998) и Тхота-Краускопфа-Ловенберга (Т-К-Л) (2008) и показано, при каком условии они сближаются.

1. Модели движения и постановка задачи

Угол между проекцией на опорную плоскость вектора скорости центра масс колеса и плоскостью диска колеса называют углом увода U , а увод при отсутствии продольного скольжения – *чистым уводом*.

В условиях чистого увода вблизи нулевого угла увода справедливы линейные зависимости:

$$\begin{cases} F = C_F U; \\ M = C_M U, \end{cases} \quad (1)$$

где C_F, C_M – постоянные шины, именуемые коэффициентом поперечной силы (или коэффициентом увода) и коэффициентом восстанавливающего момента, соответственно.

1.1. Модель М.В. Келдыша [8]

Запишем уравнения движения буксируемого колеса при отсутствии демпфера (рис. 1а) в виде:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{F} &= k_F \Delta, \\ \tilde{M} &= k_M \phi, \\ \dot{\Delta} + L\dot{\phi} &= -V(\phi + \phi), \\ \dot{\phi} + \dot{\phi} &= V(\alpha\Delta - \beta\phi), \\ J\ddot{\phi} &= \tilde{F}L + \tilde{M}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где \tilde{F}, \tilde{M} – поперечная сила трения и восстанавливающий момент сил трения на шине; k_F – коэффициент силы или боковая статическая жесткость шины; Δ, ϕ – линейная и угловая деформации шины, соответственно; k_M – коэффициент момента или пяточная статическая жесткость шины; $\bar{V} = \text{const}$ – скорость буксировки; α, β – кинематические коэффициенты шины (константы шины М.В. Келдыша); J – момент инерции относительно оси ориентирования (вертикальная ось); точками обозначено дифференцирование по размерному времени.

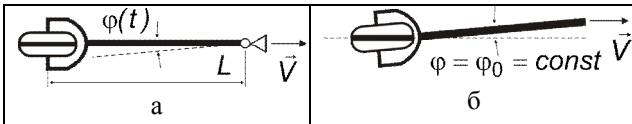


Рис. 1. Буксируемое колесо

В этих уравнениях функции времени, а остальные величины – постоянные. (Черная линия на колесе изображает пятно контакта колеса с опорной плоскостью.)

Характеристическим уравнением системы (2) является полином четвертой степени.

Будем различать поперечную силу трения и восстанавливающий момент при неустановившемся движении (\tilde{F}, \tilde{M}) и при установившемся – (F, M).

Как выяснено в [8], качение колеса (рис. 1а) устойчиво в одном из двух случаев:

$$0 < L < \beta/\alpha = L_*, V^2 < V_*^2 = k_M L / (\beta J); \quad (3)$$

$$L > L_*, V^2 > V_*^2. \quad (4)$$

1.2. Модель Тхота-Краускопфа-Ловенберга [4]

Для схемы рис. 1, а приведем уравнения движения [4]:

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{\Delta}_f + (V/\lambda)\Delta_f &= V\phi + (L - 2h)\dot{\phi}; \\ \tilde{F} &= C_F \tilde{U}, \tilde{M} = C_M \tilde{U}; \\ \tilde{U} &= \Delta_f / \lambda; \\ J\ddot{\phi} &= \tilde{F}L + \tilde{M}, \end{aligned} \right. \quad (5)$$

где Δ_f – поперечная деформация шины, определенная в носовой (в переводе с английского “fore” – нос) точке зоны контакта шины с опорной поверхностью; $\lambda, 2h$ – длина релаксации шины и длина пятна контакта соответственно.

Величины $\Delta_f, \tilde{F}, \tilde{M}, \tilde{U}$ – функции времени, величины V, λ, C_F, C_M – постоянные. Качение колеса (рис. 1, а) устойчиво, если [4]:

$$L/\lambda > 1 + h/\lambda. \quad (6)$$

Характеристическое уравнение системы (5) представляет собой полином третьей степени. Критерий устойчивости (6) получен также Г. Степаном в работе [5]. (Как видим критерий (6) не включает параметр скорости буксировки. Используя параметры Вышнеградского, можно показать, что параметр скорости буксировки влияет на форму кривой переходного процесса в зоне устойчивости.)

Своей целью считаем:

- получение соотношений, связывающих величины $\beta/\alpha, k_M$ и «основные» параметры шины, которыми следует считать k_F, C_F, C_M, λ [3, 11];
- сопоставление зон устойчивости, полученных на основе критериев (3), (4) или (6).

2. Решение задачи

Руководствуясь уравнениями (2), выделим режим установившегося увода:

$$\Delta = \text{const} = \Delta_0, \phi = \text{const} = \phi_0, \dot{\phi} = \text{const} = \dot{\phi}_0, \quad (7)$$

$$\tilde{F} \rightarrow F, \tilde{M} \rightarrow M.$$

При совместном рассмотрении двух последних уравнений системы (2) получим:

$$\frac{d^2(\phi + \phi)}{ds^2} + \beta \frac{d(\phi + \phi)}{ds} + \alpha(\phi + \phi) = (\beta - \alpha L) \frac{d\phi}{ds}. \quad (8)$$

Приняв во внимание (7) и (8), заключим, при установившемся движении колеса без скольжения с углом вилки ϕ_0 (рис. 1б) нижняя часть шины оказывается повернутой относительно диска колеса на угол $\phi_0 = -\phi_0$ и, следовательно, она (нижняя часть) ориентируется вдоль вектора скорости буксировки \bar{V} . Таким образом, в данной ситуации:

$$U = \phi_0. \quad (9)$$

(на рис. 1, б показана схема качения колеса в режиме установившегося увода).

Условие (9) допускает использование результатов хорошо проработанной теории установившегося увода [1 – 3] для количественного определения параметров модели М.В. Келдыша.

Из (2) для случая (7) с учетом (9) без труда найдем:

$$\Delta_0 = (\beta / \alpha) \varphi_0$$

и

$$\left. \begin{aligned} F &= k_F (\beta / \alpha) U, \\ M &= k_M U \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Сопоставив (1) и (12), (7), получим зависимости:

$$k_F (\beta / \alpha) = C_F, k_M = C_M. \quad (11)$$

Примечательно, что первая из формул (11) получена на основе экспериментальных исследований Я.М. Певзнером [12]. Сопоставив эту формулу с соотношениями [1, 11], увидим, что

$$\alpha / \beta = \lambda. \quad (12)$$

Вторая из формул (11) показывает, что параметр, введенный М.В. Келдышем как пятая жесткость шины, совпадает с одним из «основных» параметров шины – коэффициентом восстанавливающего момента.

Перезапишем критерий М.В. Келдыша, учтя (11) и (12):

$$\left. \begin{aligned} 0 < L / \lambda < 1, V / V_0 < \sqrt{L / \lambda}; \\ L / \lambda > 1, V / V_0 > \sqrt{L / \lambda} \end{aligned} \right\}, \quad (13)$$

где $V_0 = \text{const} = \sqrt{(C_M L) / (\beta J)}$.

Исходя из расчетных данных [4], положим

$$h / \lambda = 1 / 3$$

и на рис. 2 представим зоны устойчивости [4] и [8].

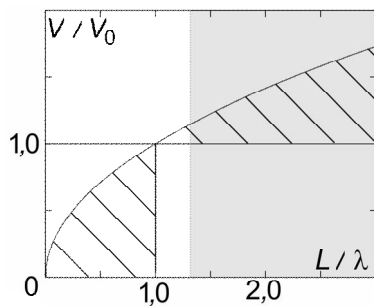


Рис. 2. Зоны устойчивости

Зоны устойчивости по М.В. Келдышу заштрихованы, а зона устойчивости по модели Т-К-Л выделена тоном.

Выясним причины расхождения результатов [8] и [4,5]. Для этого в условиях устойчивости [8] положим $k_M = 0$, т.е. пренебрежем влиянием восстанавливающего момента. Теперь вместо (13) получим, что качение колеса устойчиво при выполнении неравенства:

$$L / \lambda > 1.$$

Это условие лишь немногим отличается от условия (6).

3. Анализ полученных результатов

Как частный случай движения буксируемого колеса М.В. Келдыша [8], выделен установившийся увод, на рассмотрении которого автор не останавливался.

Рассмотрен вопрос нахождения постоянных шины, входящих в зависимости М.В. Келдыша. Сопоставив зависимости установившегося увода [1 – 3] с зависимостями установившегося увода [8], получены формулы для отношения β / α и пяточной жесткости шины. Первая из этих формул ранее была найдена на основе замеров, что говорит об адекватности моделей увода [8, 1 – 3]; вторая – дает основание не различать пяточную жесткость шины и коэффициент восстанавливающего момента.

Сравнение зон устойчивости буксируемого колеса, построенных по критериям М.В. Келдыша и Т-К-Л, выявило их заметное различие. Однако если в модели М.В. Келдыша пренебречь восстанавливающим моментом, то зоны устойчивости существенно сближаются. Пренебрежение восстанавливающим моментом не оправдано при «малых» длинах выноса. Отсюда можно заключить, что математическая модель М.В. Келдыша является более полной, чем модель Т-К-Л. Этого следовало ожидать, поскольку порядок характеристического полинома модели М.В. Келдыша выше порядка полинома модели Т-К-Л.

Литература

1. Pacejka H.B. Tyre and vehicle dynamics / H.B. Pacejka. – Butterworth-Heinemann, 2006. – 642 p.
2. Gim G. An analytic model of pneumatic tires for vehicle dynamic simulations. Part 1: Pure slips / G. Gim, P.E. Nikravesh // Int. J. of Vehicle Design. – 1990. – V. 11, № 6. – P. 589-618.
3. Pacejka H.B. Shear force development by pneumatic tires in steady-state conditions. A review of modeling aspects / H.B. Pacejka, R.S. Sharp // Vehicle system dynamics. – 1991. – V. 20, № 3-4. – P. 121-176.
4. Shimmy in a nonlinear model of an aircraft nose landing gear with non-zero rake angle / P. Thota, B. Krauskopf, M. Lowenberg // Proceedings of European Nonlinear Oscillations Conference (ENOC-2008), Saint Petersburg, Russia, 30 June-4 July 2008. – 5 p.
5. Stepan G. Delay, nonlinear oscillations and shimmy wheels / G. Stepan // Applications of nonlinear and chaotic dynamics in mechanics. – 1998. – P. 373-386.
6. Delay effects in shimmy dynamics of wheels with stretched string-like tyres / D. Takac, G. Orosz, G. Stepan // European journal of mechanics A/Solid. – 2009. – № 28. – P. 516-525.
7. Журавлев В.Ф. О механизме явления шимми / В.Ф. Журавлев, Д.М. Климов // Доклады РАН. – 2009. – Т. 429, № 6. – С. 761-764.

8. Келдыш М.В. Шимми переднего колеса трехколесного шасси / М.В. Келдыш // Труды ЦАГИ. – 1945. – № 564. – 37 с.

9. Шифрин Б.М. О модели шины М.В. Келдыша / Б.М. Шифрин // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2009. – № 5/6 (41). – С. 34-37.

10. Шифрин Б.М. Сопоставление моделей трения на шине при ее колебаниях / Б.М. Шифрин // Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин: зб. наук. пр.; М-во

освіти і науки України, Кіровоградський нац. техн. ун-т., 2010. – Вып. 40, ч. 2. – С. 139-150.

11. Loeb J.S. Lateral stiffness, cornering stiffness and relaxation length of the pneumatic tire / J.S. Loeb, D.A. Guenther, Hung-Hsu F. Chen, J.R. Ellis // SAE Technical Paper Series. – 1990. – № 900129. – 9 p.

12. Певзнер Я.М. О качении автомобильных шин при быстро меняющихся режимах увода / Я.М. Певзнер // Автомобильная промышленность. – 1968. – № 6. – С. 15-19.

Поступила в редакцию 30.04.2010

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, вед. научный сотрудник Н.П. Плахтиенко, Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, Киев.

ПРО КРИТЕРІЙ ШИМІ БУКСИРУВАНОВОГО КОЛЕСА

Б.М. Шифрин

Розглянуто питання про критерії початку шимі у разі колеса, що буксирують за допомогою абсолютно твердої важкої вилки. У главу кута поставлено завдання зіставлення критеріїв, які отримані на основі двох різних моделей взаємодії шини з опорною поверхнею. Згаданими моделями є моделі М.В. Келдиша (1945 р.) і Тхота-Краускопфа-Ловенберга (2008 р.). Завдання викликане тим, що безпосереднє зіставлення зон стійкості по М.В. Келдишу і по Т-К-Л виявило їх помітні розбіжності. Як окремих випадок, що описується моделлю М.В. Келдиша, виділений режим сталого відведення, на розгляд якого автор не зупинявся. Приведені формули для знаходження констант шини М.В. Келдиша по заданих константах шини Т-К-Л. Відмічено, що критерії зближуються, якщо в моделі М.В. Келдиша нехтувати моментом сил тертя на шині. В цілому робота спрямована направлена на вивчення механізму шимі літакового або автомобільного колеса.

Ключові слова: шимі, шина, стале відведення, поперечна сила, поновлюючий момент, критерій стійкості.

ABOUT CRITERIA OF SHIMMY OF THE TOWED WHEEL

B.M. Shifrin

A question is considered about the criteria of beginning of shimmy in the case of towing of wheel by absolute hard heavy fork. Basic attention is spared comparison of criteria, receive on the basis of two different models of co-operation of tire with an underlayment. The mentioned models are models of M.V. Keldysh (1945) and Thota-Krauskopf-Lowenberg (2008). A task is caused that direct comparison of areas of stability on M.V. Keldysh and on T-K-L exposed their noticeable divergences. As the special case, described the model of M.V. Keldysh, the mode of the set withdrawal is selected, on consideration of which an author did not decide. Formulas are resulted for finding of constants of tire of M.V. Keldysh on the set constants of tire of T-K-L. It is noticed that criteria are drawn together, if in the model of M.V. Keldysh to ignore the moment of forces of friction on a tire. On the whole in alle work is directed on the study of mechanism shimmy of airplane or motor-car wheel.

Key words: shimmy, tire, set withdrawal, lateral force, self-aligning torque, criterion of stability.

Шифрин Борис Меерович – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри «Общетехнические дисциплины и авиационная химия», Государственная летная академия Украины, Кировоград, Украина, B_Shifrin@mail.ru.