## УДК 681.5

# А.С. КУЛИК, С.Н. ПАСИЧНИК

### Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

# ИДЕНТИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ВИХРЕВОГО ЭНЕРГОРАЗДЕЛИТЕЛЯ

Приведены результаты экспериментальных исследований статических и динамических характеристик вихревого энергоразделителя (ВЭ) как объекта автоматического позиционирования (ОАП). Определены диапазоны рабочих режимов и основные показатели качества функционирования ВЭ. Решена задача определения структуры и интервальных значений параметров математической модели ВЭ в форме уравнения вход-выход. Адекватность полученной модели подтверждена сравнением экспериментальных и расчетных переходных характеристик. Показано, что задание интервальных значений параметров модели позволяет адекватно описывать динамические процессы в вихревом энергоразделителе в широком диапазоне рабочих режимов.

Ключевые слова: идентификация, аппроксимация, динамическая характеристика, вихревой энергоразделитель.

#### Введение

В современных энергетических технологиях находят применение альтернативные способы получения и преобразования энергии. Один из таких способов основан на эффекте температурного разделения во вращающемся потоке газа или вихревом эффекте [1]. Среди направлений использования вихревого эффекта можно выделить получение холодного и горячего воздуха для систем охлаждения и кондиционирования кабин и салонов самолетов.

Для обеспечения требуемых температурных режимов охлаждаемого объекта необходимо целенаправленно изменять температуру и количество подаваемого в зону охлаждения воздуха. В известных конструкциях вихревых систем кондиционирования [2] используются либо однорежимные вихревые энергоразделители, либо с позиционированием потока энтальпии холодного воздуха при постоянном давлении сжатого воздуха. Такой подход ограничивает диапазон рабочих режимов и не учитывает динамические свойства ВЭ.

Более рациональным представляется исследование динамических свойств ВЭ с использованием методов математического моделирования, что требует решения задачи идентификации структуры и параметров модели ВЭ в условиях интервальной неопределенности, обусловленной следующим:

 необходимостью изменения потока энтальпии в широком диапазоне значений;

 высокой чувствительностью режимных параметров ВЭ к изменению внешних условий функционирования. Одно из решений такой задачи [3] основывается на применении полиномиальной аппроксимации экспериментальных статических характеристик методом наименьших квадратов для квадратичной модели границ интервальной неопределенности.

В данной работе приводятся результаты экспериментальных исследований статических и динамических характеристик, определения структуры и параметров математической модели ВЭ как ОАП в частотной области, что позволит в последующем решить задачи анализа и синтеза системы автоматического позиционирования (САП) потока энтальпии холодного воздуха ВЭ.

### 1. Постановка задачи исследования

Для изучения особенностей протекания физических процессов в вихревом энергоразделителе требуется провести серию экспериментальных исследований на макетном образце и получить статические, временные и частотные характеристики ВЭ как объекта автоматического позиционирования.

Используя результаты экспериментов, необходимо определить структуру и интервальные значения параметров математической модели ВЭ в форме уравнения вход-выход в изображениях:

$$\overline{Q}_{x}(s) = \overline{W}_{B3}(s) \cdot \overline{Z}(s), \qquad (1)$$

где  $\bar{Q}_x(s)$  – изображение управляемой величины – потока энтальпии холодного воздуха;  $\bar{W}_{B3}(s)$  – интервальная передаточная функция ВЭ по управляющему воздействию;  $\bar{Z}(s)$  – изображение управ-

© А.С. Кулик, С.Н. Пасичник

ляющего воздействия – линейного положения регулирующего органа вентиля.

Выполнить проверку адекватности полученной модели путем сравнения экспериментальных и расчетных переходных характеристик ВЭ.

#### 2. Экспериментальная часть

Серия экспериментов проведена на макетном образце ОАП с ВЭ, имеющим следующие геометрические характеристики: диаметр рабочей части  $D_{pq} = 5,8$  мм; длина рабочей части  $L_{pq} = 20 \cdot D_{pq}$ ; ход регулирующего органа вентиля  $\Delta \zeta = 2$  мм; диаметр диафрагмы  $D_{d} = 2,5$  мм. Внешние условия: давление сжатого воздуха  $P_c = 0,5...0,7$  МПа; температура окружающей среды  $T_{H} = 292$  К. ОАП включает в себя следующие функциональные элементы (рис. 1): УМ – усилитель мощности; ШД – шаговый электродвигатель; В – вентиль; Дті,  $i = \overline{1,3}$  – датчики температуры.



Рис. 1. Функциональная схема объекта автоматического позиционирования

На рис. 1 обозначено:  $v[kT_0]$  – частота управляющих импульсов ( $T_0 = 0, 1 c$ ),  $\Gamma u$ ;  $\phi(t)$  – угловое положение вала двигателя, рад;  $\zeta(t)$  – линейное положение регулирующего органа вентиля, м;  $P_c(t)$  – давление сжатого воздуха, Па;  $T_c^*(t)$ ,  $T_r^*(t)$ ,  $T_x^*(t)$  – температуры торможения сжатого, горячего и

холодного воздуха соответственно, К;  $U_c(t)$ ,  $U_r(t)$ ,  $U_x(t)$  – напряжения датчиков температуры, В.

В ходе экспериментальных исследований получены такие характеристики:

1) статические – зависимость потока энтальпии  $Q_x$  и температуры торможения (выраженной в градусах Цельсия)  $t_x^*$  холодного воздуха от положения регулирующего органа вентиля  $\zeta$  (рис. 2). Значение  $\zeta = 0$  соответствует положению вентиля «закрыто». Значения потока энтальпии определены по формуле [4]:

$$Q_x = \mu G_c C_p T_x^*, \qquad (2)$$

где  $\mu$  – относительный расход холодного воздуха; G<sub>c</sub> – массовый расход сжатого воздуха, кг/с; C<sub>p</sub> – удельная изобарная теплоемкость воздуха, Дж/(кг·К); T<sub>x</sub><sup>\*</sup> – температура торможения холодного воздуха, К;

2) логарифмические амплитудно-частотные (ЛАЧХ) – реакция на гармоническое управляющее воздействие с амплитудой  $A_{\zeta} = 2,5 \cdot 10^{-4}$  м при  $P_{c1}$  = 0, 6 МПа ,  $\ P_{c2}$  = 0, 7 МПа . Частота гармонического сигнала изменялась В диапазоне ω ∈ [0,012;1,57] рад/с (рис. 3). Значения потока энтальпии отнесены к величине, равной половине диапазона линеаризации характеристики Q<sub>x</sub>  $Q_x = Q_x(\zeta)$  в соответствующих рабочих точках (p.t.)  $\zeta_{01}=0,5~\text{mm}$  ,  $\zeta_{02}=1,25~\text{mm}$  ;

3) переходные – реакция на ступенчатое управляющее воздействие  $\Delta \zeta(t) = 2,5 \cdot 10^{-4} \cdot 1(t)$  (рис. 4). Поток энтальпии как и при построении частотных характеристик – относительная величина.









— – эксперимент; – – – – расчет; …… – расчет для максимальных значений параметров; —— – расчет для минимальных значений параметров

Приведенные графические зависимости позволяют выделить следующие особенности функционирования вихревого энергоразделителя: 1) характеристики  $t_x^* = t_x^*(\zeta)$  имеют выраженный экстремум. Минимальные значения  $t_x^*$  соответствуют диапазону значений управляющего воздействия  $0, 5 \le \zeta \le 0, 625$ . При увеличении давления сжатого

воздуха экстремум смещается в сторону больших значений  $\zeta$ ; 2) вид переходных и частотных характеристик свидетельствует о том, что ОАП представляет собой инерционное динамическое звено (время переходного процесса  $30 \text{ c} < t_{nn} < 50 \text{ c}$ ). Это подтверждается значением полосы пропускания  $\omega_{np} \approx 0,1$  рад / с.

# 3. Определение структуры и параметров математической модели ВЭ

Функционирование ВЭ в установившемся режиме характеризуется коэффициентом передачи по управляющему воздействию  $K_{\rm B3}$ . Для нахождения интервальных значений коэффициента передачи проведена графическая линеаризация статических характеристик  $Q_x = Q_x(\zeta)$  (рис. 2, а) в окрестности двух рабочих точек  $x_{01}$  и  $x_{02}$ , лежащих на левой и правой ветвях характеристик  $t_x^* = t_x^*(\zeta)$  (рис. 2, б).

Атрибуты линеаризации для р.т.  $\zeta_{01}$ : 1) точность:  $\delta_1 = 3,5 \%$ ;  $\delta_2 = 3,1 \%$ ; 2) р.т.:  $Q_{x1} = 130$  BT;  $Q_{x2} = 170$  BT; 3) диапазон линеаризации по входу  $\zeta = \left[2,5\cdot10^{-4};7,5\cdot10^{-4}\right]$ ; 4) диапазон линеаризации по выходу  $Q_x = \left[175;100\right]$  для  $P_{c1}$ ;  $Q_x = \left[220;135\right]$  для  $P_{c2}$ ; 5) коэффициент передачи  $K_{\zeta} = -1,5\cdot10^5$  BT/м для  $P_{c1}$ ;  $K_{\zeta} = -1,7\cdot10^5$  BT/м для  $P_{c2}$ .

Атрибуты линеаризации для р.т.  $\zeta_{02}$ : 1) точность:  $\delta_1 = 4,8 \%$ ;  $\delta_2 = 12 \%$ ; 2) р.т.:  $Q_{x1} = 55 \text{ BT}$ ;  $Q_{x2} = 65 \text{ BT}$ ; 3) диапазон линеаризации по входу  $\zeta = \left[1 \cdot 10^{-3}; 1, 5 \cdot 10^{-3}\right]$ ; 4) диапазон линеаризации по входу  $Q_x = [75; 30]$  для  $P_{c1}$ ;  $Q_x = [95; 45]$  для  $P_{c2}$ ; 5) коэффициент передачи  $K_{B3} = -9 \cdot 10^4 \text{ BT/M}$  для  $P_{c1}$ ;  $K_{B3} = -1 \cdot 10^5 \text{ BT/M}$  для  $P_{c2}$ . Таким образом, интервальное значение коэффициента передачи BЭ по управляющему воздействию  $\overline{K}_{B3} = \left[-1, 7 \cdot 10^5; -9 \cdot 10^4\right]$ .

Структура и параметры динамической составляющей  $\overline{W}_{B9}(s)$  определены по экспериментальным ЛАЧХ. Учитывая, что наклон высокочастотного участка превышает значение -20 дБ/ дек, можно предположить наличие в операторе передачи двух вещественных полюсов. В полюсах первая производная ЛАЧХ по логарифму частоты будет иметь точки перегиба, а вторая – экстремумы. В результате решения получены значения постоянных времени ОАП (рис. 3): 1) р.т.  $\zeta_{01}$ :  $T_{11} = 13,5 \text{ c}$ ;  $T_{21} = 1,6 \text{ c}$ ;  $T_{12} = 11,8 \text{ c}$ ;  $T_{22} = 1,5 \text{ c}$ ; 2) р.т.  $\zeta_{02}$ :  $T_{11} = 20 \text{ c}$ ;  $T_{21} = 1,62 \text{ c}$ ;  $T_{12} = 12,3 \text{ c}$ ;  $T_{22} = 1,66 \text{ с}$ . Интервальные значения постоянных времени:  $\overline{T}_1 = [11,8;20]$ ;  $\overline{T}_2 = [1,5;1,66]$ . Тогда оператор передачи может

быть представлен в следующем виде:

$$\overline{W}_{B9}(s) = \frac{\overline{Q}_{x}(s)}{\overline{Z}(s)} = \frac{\overline{K}_{B9}}{\left(\overline{T}_{1}s+1\right)^{\overline{V}_{1}}\left(\overline{T}_{2}s+1\right)^{\overline{V}_{2}}}, \quad (3)$$

где  $\overline{v}_1, \overline{v}_2$  – показатели степени. Значения  $\overline{v}_1, \overline{v}_2$  находятся из выражений для амплитудно-частотной функции  $L(\omega)$  на частотах сопряжения асимптот:

$$L(1/T_1) = -20v_1 \lg \sqrt{2} - 20v_2 \lg \sqrt{(T_2/T_1)^2 + 1}; (4)$$
  
$$L(1/T_2) = -20v_1 \lg \sqrt{(T_1/T_2)^2 + 1} - 20v_2 \lg \sqrt{2}. (5)$$

В результате решения получены следующие значения показателей степени: 1) р.т.  $\zeta_{01}$ :  $v_{11} = 0, 46$ ;  $v_{21} = 0, 72$ ;  $v_{12} = 0, 41$ ;  $v_{22} = 0, 74$ ; 2) р.т.  $\zeta_{02}$ :  $v_{11} = 0, 2$ ;  $v_{21} = 1, 79$ ;  $v_{12} = 0, 29$ ;  $v_{22} = 1, 53$ . Интервальные значения показателей степени:  $\overline{v}_1 = [0, 2; 0, 46]$ ;  $\overline{v}_2 = [0, 72; 1, 79]$ .

#### 4. Оценка адекватности модели ВЭ

Для проверки адекватности полученной математической модели выполнен расчет переходных характеристик ВЭ по управляющему воздействию в рабочих точках  $\zeta_{01}$ ,  $\zeta_{02}$  и определены относительные погрешности расчетных характеристик. Решение уравнения (1) в изображениях с учетом (3) примет вид:

$$\overline{Q}_{x}(s) = \frac{\overline{K}_{B3}}{\left(\overline{T}_{1}s+1\right)^{\overline{v}_{1}}\left(\overline{T}_{2}s+1\right)^{\overline{v}_{2}}} \cdot \frac{A_{\zeta}}{s}, \qquad (6)$$

где  $A_{\zeta} = \pm 2,5 \cdot 10^{-4}$  м – амплитуда входного ступенчатого сигнала. Знак плюс принят при расчете переходных характеристик в рабочей точке  $\zeta_{01}$ , минус – в точке  $\zeta_{02}$ .

Решение уравнения (6) во временной области получено с использованием теоремы свертывания оригиналов:

$$\overline{w}_{B3}(t) * \overline{\zeta}(t) = \int_{\tau=0}^{t} \overline{w}_{B3}(\tau) \overline{\zeta}(t-\tau) d\tau, \quad (7)$$

где  $\overline{w}_{B9}(t), \overline{\zeta}(t)$  – оригиналы изображений  $\overline{W}_{B9}(s), \overline{Z}(s),$  и свойства ассоциативности свертки. Результаты расчета показаны на рис. 4.

#### Заключение

В работе приведены результаты экспериментальных исследований статических и динамических характеристик ОАП. По экспериментальным статическим и частотным характеристикам определена структура и интервальные значения параметров математической модели ВЭ как объекта автоматического позиционирования. Показано, что ОАП является апериодическим звеном дробного порядка.

Для проверки адекватности полученной модели проведен расчет переходных характеристик ВЭ в двух рабочих точках статической характеристики при максимальных, промежуточных и минимальных значениях из найденных интервалов параметров модели. Относительные погрешности расчета при промежуточных значениях параметров не превышают 20% за исключением начальных участков характеристик.

Полученные результаты позволят в дальнейшем решить задачу анализа и синтеза САП потока энтальпии холодного воздуха ВЭ.

### Литература

1. Азаров А.И. От однокамерной вихревой трубы Фултона к модульным многокамерным вихревым воздухоохладителям: развитие, промышленное использование, перспективы: доклад-лекция / А.И. Азаров // XIУ Школа-семинар молодых ученых и специалистов под рук. акад. РАН А.И. Леонтьева. Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках (26-30 мая 2003г.). – Рыбинск: М.: Изд-во МЭИ, 2003. – Т. 2. – С. 195-203.

2. Пат. 2213016 Российская Федерация, МПК' В60H1/22, В60H3/00. Климатическая установка транспортного средства / Курносов Н.Е.; Заявитель и патентообладатель Курносов Н.Е. – № 2001126082/28; заявл. 24.09.01; опубл. 27.09.03. – 6 с.

3. Скибицкий Н. В. Интервальные методы в задачах построения моделей объектов и процессов управления: дис. ... д-ра техн. наук : 05.13.01 / Н.В. Скибицкий. – М., 2007. – 310 с.

4. Пиралишвили Ш.А. Вихревой эффект. Эксперимент, теория, технические решения / Ш.А. Пиралишвили, В.М. Поляев, М.Н. Сергеев; под ред. А.И. Леонтьева. – М.: УНПЦ Энергомаш, 2000. – 412 с.

Поступила в редакцию 20.05.2010

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., зав. каф. «Авиационные приборы и измерения» Н.Д. Кошевой, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е.Жуковского «ХАИ», Харьков.

### ІДЕНТИФІКАЦІЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ВИХРОВОГО ЕНЕРГОРОЗДІЛЮВАЧА

#### А.С. Кулік, С.М. Пасічник

Наведено результати експериментальних досліджень статичних та динамічних характеристик вихрового енергорозділювача (BE) як об'єкта позиціонування. Визначено діапазони робочих режимів та основні показники якості BE. Роз'вязано задачу визначення структури та інтервальних значень параметрів математичної моделі BE у формі рівняння вхід-вихід. Адекватність отриманої моделі підтверджено порівнянням експериментальних та розрахункових перехідних характеристик. Покзано, що задання інтервальних значень параметрів моделі дозволяє адекватно описувати динамічні процеси у вихровому енергорозділювачеві у широкому диапазоні робочих режимів.

Ключові слова: ідентифікація, апроксимація, динамічна характеристика, вихровий енергорозділювач.

## MATHEMATICAL MODEL IDENTIFICATION OF VORTICAL POWER SEPARATOR A.S. Kulik, S.N. Pasichnik

Vortical power separator (VPS) as automatic positioning object static and dynamic characteristics experimental research results are provided. VPS operating mode ranges and main quality indexes were obtained. VPS mathematical model in "input-output" equation form structure and parameter range values determination problem was solved. Obtained model adequacy was confirmed by experimental and theoretical transient characteristics comparison. It was shown that model parameter range values setting allows adequately describe VPS dynamical processes in wide working range.

Key words: authentication, approximation, dynamic description, vortical power separator.

Кулик Анатолий Степанович – д-р техн. наук, проф., зав. каф. «Системы управления летательных аппаратов», Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е.Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

Пасичник Сергей Николаевич – ст. преподаватель каф. «Системы управления летательных аппаратов», Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е.Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина, e-mail: SNPasichnik@gmail.com.