

УДК 620.178.3

А.О. БАЖАНОВА

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Украина***НАПРЯЖЕННОЕ И ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЯ  
ПОДКРЕПЛЕННЫХ ПЛАСТИН (ОБЗОР ВЫПОЛНЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ)**

*Проведен обзор выполненных исследований, имеющий своей целью выявление нерешенных вопросов прочности и жесткости, относящихся к особым условиям работы подкрепленных пластин с учетом упругопластического деформирования; взаимодействия дискретно соединенных между собой пластины и подкрепляющих элементов; особенностей деформирования тонкостенных подкрепляющих элементов. В результате анализа сформулировано направление дальнейших исследований напряженного и деформированного состояний системы с возможностью рационального проектирования.*

**Ключевые слова:** подкрепленная пластинка, подкрепляющие элементы, напряженное и деформированное состояния

Одним из наиболее распространенных элементов машиностроительных, строительных и особенно аэрокосмических конструкций является прямоугольная пластина, выполняющая защитные или несущие функции. В качестве нагрузки могут быть продольные (в плоскости пластины) или поперечные (перпендикулярные плоскости пластины) сосредоточенные или распределенные силы, статические или зависящие от времени. Подкрепляющие элементы по плоскости пластины могут быть распределены по разному: регулярный набор по всей площади, нерегулярный набор по площади, а также по контуру. Они могут быть скреплены с пластиной непрерывно (сварка, пайка, склеивание) или дискретно (клепка, болтовое соединение, точечная сварка). Ребра жесткости могут быть массивными или выполненными из тонкостенных профилей с различными соотношениями жесткостных характеристик ребра и пластины.

В последние годы в аэрокосмической отрасли получило распространение использование в качестве силовых элементов монолитных панелей, основной задачей которых является обеспечение прочности. Вместе с этим довольно часто возникает вопрос создания не только прочных, но и жестких конструкций (например, опалубки при изготовлении каркасных зданий).

К особенностям этих пластин можно отнести: неравномерная по площади поперечная распределенная нагрузка с наличием гармонической составляющей; основным несущим элементом конструкции является не пластина, а силовой набор; силовой набор выполняется, как правило, из тонкостенного профиля; используется дискретное крепление подкрепляющих элементов к пластине; работу подкрепленной пластины в со-

ставе деформируемой конструкции (неклассические граничные условия); возможность упругопластического деформирования в локальных зонах; способность обеспечить прочность при больших деформациях. Перечисленные особенности определяют актуальность предлагаемого исследования.

В данной работе выполнен обзор полученных ранее результатов, имеющий своей целью выявление нерешенных вопросов, относящихся к расчету на прочность и жесткость подкрепленных пластин с указанными выше особенностями, которые актуальны и могут стать предметом уточнения или решения, и направлением для дальнейших исследований.

При выполнении анализа результатов особое внимание обращалось на: форму пластины; распределение подкрепляющих элементов по пластине; форму подкрепляющих элементов; нагрузку; влияние соотношений жесткостей пластины и подкрепляющих элементов; способ соединения подкрепляющих элементов с пластиной (сплошное или дискретное); влияние жесткостей соединительных элементов; физический закон деформирования материала; методы решения.

Значительное число работ рассматривают один из двух, приведенных ниже вариантов нагрузки:

– продольные (в плоскости пластины) [1 – 5 и др.] – например, в статье [1] изучается передача продольных усилий к прямоугольной пластинке упругим стержнем, воспринимающим изгибающие моменты в плоскости наибольшей жесткости;

– поперечные (перпендикулярные плоскости пластины) [6 – 10 и др.] – например, в работах [6, 7] рассматривалась проблема несущей способности пластин с ребрами при распределенной поперечной нагрузке.

Гораздо меньшее число работ посвящено исследованию локальных динамических нагрузок, несмотря на актуальность проблемы. В статье [11] рассматривается прогиб пластины, подкрепленной ребром, под действием сосредоточенного импульса, приложенного к ребру. В работе [12] решена динамическая контактная задача для стрингера, подкрепляющего невесомую полубесконечную пластинку. К торцу стрингера внезапно приложена постоянная сосредоточенная сила. В статье [13] исследуется поведение тонкой прямоугольной ортотропной шарнирно-опертой пластинки под действием сосредоточенной силы, точка приложения которой совершает возвратно-поступательные движения по поверхности пластинки вдоль отрезка прямой параллельно одной из сторон.

В работах, посвященных ребристым пластинкам, рассматривались такие виды подкрепления: по контуру [18,20]; краям пластины [1, 22, 23, 24]; однонаправленное [6, 11, 19, 25-31]; сетчатое [10, 32, 33]; центровое [2, 9]; симметрично срединной плоскости [8, 34, 35].

Большой интерес представляет исследование формы подкрепляющих элементов. Так, например, в работе [38] подкрепляющие элементы представлены накладками с прямоугольным сечением. В статьях [5, 8] исследуются тонкие ребра, а в работе [39] – массивные.

Большое значение имеет влияние соотношений жесткостей пластины и подкрепляющих элементов. Например, в работе [14] рассматривается чередование жестких и слабых ребер. В статье [15] исследуется крутильная жесткость ребер. В работе [17] изучается влияние жесткости шпангоутов. Рассмотрены напряженно-деформируемое состояние, устойчивость при радиальном и осевом сжатии, частоты свободных колебаний для оболочек со шпангоутами различной жесткости: от абсолютно жестких до абсолютно податливых. Определение предельных жесткостей связано с весом (материалоемкостью) конструкции, что особенно важно для оболочек летательных аппаратов. В статье [18] изучается влияние жесткости опорных ребер на нелинейные колебания плоских квадратных панелей.

Тип соединения ребра с пластинкой играет существенную роль в формировании напряженного и деформированного состояний подкрепленных пластин и нашел отражение в некоторых исследованиях. В основной массе рассмотренных работ предполагается непосредственное соединение подкрепляющего элемента с пластиной. Т.е. считается, что соединяющие элементы или слой не влияют на общую картину усилий и деформаций. Хотя их влияние может иметь существенное значение при расчете отдельных конструкций.

Например, в статье [19] рассмотрено влияние клеевой прослойки на собственные частоты подкрепленной однонаправленными ребрами свободно опертой прямоугольной пластинки. Задача решалась при условии, что ширина областей контакта стрингеров с пластиной мала, и их можно заменить линиями, по которым осуществляются нормальная и тангенциальная, в направлении осей стрингеров, связи.

Клеевое соединение рассматривалось и в работе [3]. Здесь исследовали проблему о передаче нагрузки от ребер жесткости к оболочке при наличии склеивающего слоя постоянной толщины. Задача сводится к интегральному уравнению Фредгольма второго рода при условии, что склеивающий слой работает только на сдвиг.

Кроме этого рассматривались варианты соединений:

– пайка [20] – решена задача для бесконечной изотропной полосы, защемленной вдоль кромки, свободная кромка спаяна с упругодеформированным, т.е. предварительно напряженным ребром, на конечном участке которого распределена нагрузка, приводящая к крутильным моментам и поперечным силам;

– жесткие дискретные связи [2] – решена задача для изотропных прямоугольных пластин, соединенных жесткими дискретными связями с ребрами жесткости, подверженными действию продольных усилий, приложенных к свободным торцам. Для решения использовался релаксационный метод конечных элементов (РМКЭ). В работе анализируется влияние расположения жестких дискретных связей на равномерность их нагружения;

– клепка [4, 9] – в работе [4] исследована бесконечная пластинка, подкрепленная бесконечным стержнем, соединенным с пластинкой периодической системой заклепок, которые имитируются жесткими круглыми включениями, связанными с телом пластинки лишь по нормали к поверхности их контакта. Задача решается без передачи моментных нагрузок через включения. В статье [9] рассматривается бесконечная упругая изотропная пластинка, подкрепленная стрингером, который представлен идеально упругим стержнем, лишенным изгибной жесткости. Заклепки схематизированы как упругие круговые включения из того же материала, что и пластинка, вставленные в круговые отверстия в соединяемых деталях и связанные с ними по контуру контакта, а смещение центра отверстия в пластинке под действием центральной силы определяется как полусумма смещений точек контура отверстия, лежащих на пересечении с линией действия силы. Таким образом, решается задача взаимных смещений соединяемых деталей.

– болтовые соединения [21] – исследуется влияние конструктивных параметров на характеристики контактного взаимодействия элементов срезных болтовых соединений.

Следует отметить также влияние жесткостей соединительных элементов на распределение усилий в подкрепленной конструкции. Например, в статье [3] рассматривается влияние склеивающего слоя на передачу нагрузки от ребра жесткости к анизотропной оболочке. В работе [9] изучается влияние жесткости заклепок на деформационно-силовую характеристику пластинки, подкрепленной стрингером. В статье [36] исследуется влияние величин жесткостей болтовых и заклепочных соединений на распределение и величины усилий, передаваемых крепежными элементами.

Теоретические исследования ребристых пластин чаще всего выполняются с использованием для описания напряженно-деформированного состояния теорий, основанных на гипотезах Кирхгофа-Лява для тонких пластин и Кирхгофа-Клебша для тонких стержней. В некоторых работах используется теория Тимошенко, например, в статье [40].

Для изучения подкрепленных пластин применяют и энергетический метод. При его использовании реализуют два способа. Согласно первому, перемещения находятся в виде двойных тригонометрических рядов, и задача сводится к решению бесконечных систем линейных алгебраических уравнений общего вида [2, 10, 32]. Достоверный учет дискретного размещения ребер связан с необходимостью решения громоздких систем уравнений и ограничивается объемом памяти ЭВМ и ее быстродействием. Второй основан на предположении о том, что при определении динамических характеристик ребристых пластинок в некоторых случаях можно ограничиться одночленной аппроксимацией перемещений.

Учет ребер, подкрепляющих пластину, осуществляется с использованием двух методов. Первый метод основан на замене рассматриваемой ребристой пластинки эквивалентной ей гладкой пластинкой (конструктивно-ортотропная модель) [30]. Такой подход эффективен только, если однонаправленные ребра размещены на равных расстояниях и имеют одинаковые жесткостные характеристики.

Второй основан на учете дискретного размещения ребер, что позволяет изучить особенности поведения подкрепленных пластинок, недоступные для рассмотрения при использовании первого подхода. Почти во всех работах с учетом дискретного размещения ребер предполагается, что контакт ребра и пластинки осуществляется вдоль линии, хотя ребро имеет конечную ширину, что может повлиять на характер усилий в пластинке вблизи ребер.

В последние годы для исследования ребристых пластинок широко используют численные методы, которые позволяют получать достаточно точные численные решения более широкого круга задач.

Таким образом, анализ работ позволяет сделать выводы:

– использованные формулировки задач о напряженном и деформированном состоянии подкрепленных пластин и способы их реализации не позволяют учесть особенности, сформулированные в начале статьи;

– выполненные другими авторами исследования по объему и полноте рассмотренных факторов не предоставляют возможностей говорить о проектировании рациональных конструкций подкрепленных пластин.

В качестве дальнейшего развития исследований в рассматриваемом направлении необходимо сформулировать механико-математическую модель напряженно-деформируемого состояния подкрепленных пластин с учетом таких особенностей, как: неравномерная по площади поперечная распределенная нагрузка с наличием гармонической составляющей; реальное распределение несущей способности подкрепленной пластиной и силовым набором; возможности рассмотрения деформирования тонкостенного силового набора; использования дискретного крепления подкрепляющих элементов к пластине; работу подкрепленной пластины в составе деформируемой конструкции (неклассические граничные условия); возможность упругопластического деформирования в локальных зонах; способность обеспечить прочность при больших деформациях; вычислительных методов, позволяющих выполнить исследование влияния основных параметров системы с целью проектирования рациональных конструкций.

## Литература

1. Бабурченков М.Ф. Контактное взаимодействие прямоугольной пластины с асимметрично подкрепляющими стержнями / М.Ф. Бабурченков // Прикладная механика. – 1979. – Т. 15, № 8. – С. 74-79.
2. Барановский В.В. О напряженно-деформированном состоянии прямоугольных пластин, соединенных дискретными связями с ребрами жесткости / В.В. Барановский // Прикладная механика. – 1993. – Т. 29, № 7. – С. 68-73.
3. Максименко В.Н. Передача нагрузки от ребра жесткости к анизотропной оболочке в случае наличия между ними склеивающего слоя / В.В. Максименко, Л.А. Фильштинский // Прикладная механика. – 1978. – Т. 14, № 8. – С. 64-69.
4. Образцов И.Ф. О дискретном взаимодействии пластины и стержня / И.Ф. Образцов, Л.С. Ры-

баков, И.В. Лукашина // Прикладная механика. – 1979. – Т. 15, № 11. – С. 82-87.

5. Фиалко С.Ю. Несущая способность тонких прямоугольных пластин с высокими ребрами / С.Ю. Фиалко // Прикладная механика. – 1993. – Т. 29, № 7. – С. 56-59.

6. Белубекян Э.В. Расчет оптимальной ребристой пластинки из композиционного материала с учетом поперечных сдвигов / Э.В. Белубекян, А.В. Дарбикян // Известия Академии Наук Армянской ССР. – 1987. – №4. – С. 7-14.

7. Дехтярь А.С. О несущей способности жесткопластических пластин, подкрепленных ребрами / А.С. Дехтярь // Прикладная механика. – 1993. – Т. 29, №4. – С. 70-73.

8. Лобода В.В. Асимптотическое исследование напряженного состояния плиты, подкрепленной ребрами жесткости / В.В. Лобода // Прикладная механика. – 1980. – Т. 9, № 4. – С. 125-129.

9. Павелко В.П. О распределении усилий в заклепочном соединении стрингера и пластинки / В.П. Павелко // Прикладная механика. – 1980. – Т. 9, № 5. – С. 128-131.

10. Пшеничных Г.И. Поперечный изгиб прямоугольных ребристых пластинок / Г.И. Пшеничных, А. Яздурдыев // Прикладная механика. – 1991. – Т. 27, №12. – С. 51-56.

11. Дмитриева Л.М. Пластинки и оболочки, подкрепленные ребрами жесткости, под действием локальных динамических нагрузок / Л.М. Дмитриева // Исследования по теор. пластин и оболочек, Изд-во Казанского ун-та, Казань. – 1976. – №12. – С. 172-187.

12. Маневич Л.И. Динамическая контактная задача для стрингера, подкрепляющего невесомую полубесконечную пластинку / Л.И. Маневич, А.В. Павленко // Гидроаэродинамика и теория упругости. – 1973. – Вып. 16. – С. 29-35.

13. Дмитриева Л.М. Динамика тонких прямоугольных ортотропных пластин при сосредоточенных подвижных нагрузках / Л.М. Дмитриева // Исслед. по теор. пластин и оболочек, Изд-во Казанского ун-та, Казань. – 1973. – № 10. – С. 340-345.

14. Андрианов И.В. О решении задач равновесия пластин с чередующимися ребрами / И.В. Андрианов, М.А. Зарубинская, Ю.А. Киричек // Прикладная механика. – 2001. – Т. 32, № 3. – С. 57-61.

15. Андрианов И.В. Об учете крутильной жесткости ребер для подкрепленных конструкций / И.В. Андрианов, Е.Г. Холод, В.К. Селянский // Прикладная механика. – 1996. – Т. 32, № 3. – С. 57-61.

16. Андрианов И.В. Прохождение изгибной волны сквозь неоднородность в абсолютно жестком ребре, подкрепляющем упругую пластину / И.В. Андрианов, Б.П. Белинский // Исслед. по теор. пластин и оболочек, Изд-во Казанского ун-та, Казань. – 1992. – № 24. – С. 124-131.

17. Антоненко Э.В. Критерии жесткости шпангоутов в теории оболочек / Э.В. Антоненко // Исслед. по теор. пластин и оболочек, Изд-во Казанского ун-та, Казань. – 1992. – №25. – С. 47-53.

18. Климанов В.И. Нелинейные собственные колебания плоских и цилиндрических панелей, скрепленных с опорными ребрами / В.И. Климанов, А.А. Лозгинская // Прикладная механика. – 1977. – Т. 13, № 1. – С. 86-90.

19. Дмитриева Л.М. К вопросу о колебаниях прямоугольной пластинки с приклеенными ребрами жесткости / Л.М. Дмитриева // Исслед. по теор. пластин и оболочек, Изд-во Казанского ун-та, Казань. – 1978. – №13. – С. 175-178.

20. Галаси А.А. К расчету на изгиб заземленной бесконечной полосы с предварительно напряженным ребром жесткости вдоль кромки / А.А. Галаси, В.А. Ливдар // Прикладная механика. – 1972. – Т. 9, №3. – С. 126-130.

21. Исследование влияния конструктивных параметров на характеристики контактного взаимодействия элементов срезных болтовых соединений / В.И. Рябков, А.Г. Гребенников, В.Н. Клименко, А.Ю. Ефремов // Авиационно-космическая техника и технология. – 2000. – №2. – С. 12-15.

22. Бирюкова М.В. Исследование локального изгиба ребра, подкрепляющего край пластины / М.В. Бирюкова, В.Н. Гринченко, В.П. Ольшанский // Прикладная механика. – 1991. – Т. 27, №7. – С. 28-33.

23. Бутакова Л.Г. Закрытая деформация прямоугольных ортотропных пластин, подкрепленных по боковым сторонам ребрами / Л.Г. Бутакова // Прикладная механика. – 1971. – Т. 12, №7. – С. 77-82.

24. Халикова Т.М. Об устойчивости несимметрично подкрепленной пластины, лежащей на линейно-деформированном основании / Т.М. Халикова // Известия АН Таджикской ССР. – 1986. – №3. – С. 100-104.

25. Андрианов И.В. О предельных случаях в теории ребристых пластин / И.В. Андрианов, А.В. Ермолинский, В.П. Седин // Прикладная механика. – 1991. – Т. 27, №7. – С. 120-125.

26. Ганиев В.С. Устойчивость пластинок, подкрепленных ребрами, при нелинейном законе упругости / В.С. Ганиев // Исслед. по теор. пластин и оболочек. – 1966. – Сб. IV. – С. 299-309.

27. Жигалко Ю.П. К вопросу о колебаниях упругих систем с дискретными включениями / Ю.П. Жигалко // Исслед. по теор. пластин и оболочек, изд-во Казанского ун-та, Казань. – 1976. – № 12. – С. 221-230.

28. Жигалко Ю.П. Вынужденные колебания пластин и оболочек при локальных нагрузках, передаваемых через ребра жесткости / Ю.П. Жигалко // Исслед. по теор. пластин и оболочек, изд-во Казанского ун-та, Казань. – 1985. – № 18. – С. 96-116.

29. Жигалко Ю.П. Динамика ребристых пластин и оболочек / Ю.П. Жигалко, Л.М. Дмитриева // Исслед. по теор. пластин и оболочек, изд-во Казанского ун-та, Казань. – 1978. – № 13. – С. 3-30.

30. Лесничая В.А. Асимптотическое исследование колебаний пластин, подкрепленных ребрами жесткости / В.А. Лесничая, Л.И. Маневич // Прикладная механика. – 1980. – Т. 16, № 7. – С. 67-72.

31. Пожуев А.В. Динамика ребристой пластины на упругом слое при действии подвижной нагрузки / А.В. Пожуев, И.П. Полякова // Прикладная механика. – 1998. – Т.34, №4. – С. 75-80.

32. Довганич М.И. Собственные колебания ребристых прямоугольных пластин / М.И. Довганич // Прикладная механика. – 1987. – Т.23, №1. – С. 75-80.

33. Попов О.Н. Расчет физически нелинейных конструктивно-ортотропных гибких пластин и пологих оболочек с опорными ребрами при статическом и импульсном нагружении / О.Н. Попов, В.Н. Завьялов // Исслед. по теор. пластин и оболочек, Изд-во Казанского ун-та, Казань. – 1992. – № 25. – С. 86-92.

34. Андрианов И.В. Колебания ребристых пластинок на упругом основании / И.В. Андрианов, И.С. Буланова, В.Л. Седин // Прикладная механика. – 1999. – Т.35, №1. – С. 69-73.

35. Артюхин Ю.П. Контактная задача о взаимодействии ребра с прямоугольной пластиной и цилиндрической оболочкой / Ю.П. Артюхин, С.Н. Карасев, С.В. Митина // В сб. Поволжского научно-технич. совещания, Саратов. – 1975. – С. 75-82.

36. Применение метода определения долговечности по локальному напряженно-деформирован-

ному состоянию к расчету панельных конструкций / П.А. Фомичев, И.Ю. Трубочанин, П.А. Дыбский, В.В. Шпак, Д.А. Пинчук, О.И. Тышецкий // Авиационно-космическая техника и технология. – 2001. – №3. – С. 17-23.

37. Артюхин Ю.П. Контактная задача для длинной плиты с прямоугольными поперечными опорами / Ю.П. Артюхин, С.М. Каримов // Исслед. по теор. пластин и оболочек, Изд-во Казанского ун-та, Казань. – 1985. – № 19. – С. 36-46.

38. Жигалко Ю.П. Аналитические решения задач о колебаниях упругих пластин и оболочек с подкреплениями типа накладок / Ю.П. Жигалко, М.М. Торопова // Изв. вузов. Матем. – 1998. – № 9. – С. 47-54.

39. Savula Y.H. To Analysis of shells reinforced by massive stiffening ribs / Y.H. Savula, K. Jarmai, I.S. Mukha // Прикладная механика. – 2008. – Т. 44, № 11. – С. 132-142.

40. Луговой П.З. Уточненная модель дискретно подкрепленных пластин и оболочек при нестационарных нагрузках / П.З. Луговой, В.Ф. Мейш // Исслед. по теор. пластин и оболочек, Изд-во Казанского ун-та, Казань. – 1992. – № 25. – С. 14-20.

Поступила в редакцию 29.06.2010

**Рецензент:** д-р физ.мат. наук, доцент каф. «Теоретическая механика и машиноведение» В.А. Меньшиков, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

## НАПРУЖЕНИЙ ТА ДЕФОРМОВАНИЙ СТАНИ ПІДКРІПЛЕНИХ ПЛАСТИН (ОГЛЯД ВИКОНАНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ)

*А.О. Бажанова*

Огляд виконаних досліджень, що має своєю метою виявлення невирішених питань міцності і жорсткості, що відносяться до особливих умов роботи підкріплених пластин з урахуванням пружнопластичного деформування; взаємодії дискретно з'єднаних між собою пластини і підкріплюючих елементів; особливостей деформування тонкостінних підкріплюючих елементів. У результаті аналізу сформульовано напрям подальших досліджень напруженого і деформованого станів системи з можливістю раціонального проектування.

**Ключові слова:** підкріплена платівка, підкріплюючі елементи, напружений та деформований стани.

## STRESS AND STRAIN STATES OF REINFORCED PLATES (A SURVEY CARRIED OUT BY RESEARCH)

*A.O. Bazhanova*

Review of completed research that aims to identify the outstanding issues of strength and stiffness related to the specific conditions of the stiffened plate taking into account the elastoplastic deformation, the interaction of discrete interconnected plates and reinforcing elements, features of the deformation of thin supporting elements. The analysis set forth the direction of further studies of stress and strain states of the system with the possibility of rational design.

**Key words:** stiffened plate, reinforcing elements, the stress and strain states.

**Бажанова Анастасія Олеговна** – аспірант каф. «Теоретическая механика и машиноведение», Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.