УДК 681.513

С.І. ОСАДЧИЙ

Кіровоградський національний технічний університет, Україна

СТАБІЛІЗАЦІЯ РУХУ СИСТЕМИ РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ В УМОВАХ ДІЇ ВЕКТОРНИХ СТАЦІОНАРНИХ ВИПАДКОВИХ ЗБУРЕНЬ ТА ШУМІВ

Обґрунтовано алгоритм синтезу оптимальних за квадратичним критерієм якості структури та параметрів матриці передаточних функцій багатовимірного регулятора системи стабілізації положення одного рухомого об'єкта відносно іншого (цілі) в умовах дії стаціонарних випадкових корисних сигналів, збурень та шумів. Розглянутий алгоритм поширює дію відомого методу синтезу багатовимірних оптимальних систем стабілізації на випадок вирішення задачі проектування багатовимірної замкнутої системи керування, яка повинна мати зворотній зв'язок за відхиленням та корекцію за рухами цілі. Особливість використання запропонованої процедури синтезу полягає у забезпеченні можливості вирішення задачі без еквівалентного розмикання системи та без необхідності компенсації перехресних зв'язків об'єкта управління.

Ключові слова: *синтез, квадратичний критерій якості, матриця передаточних функцій, матриця спектральних щільностей, блочна матриця, оптимальна стабілізація*

Вступ

Відоме широке коло рухомих об'єктів, що утворюють динамічні системи (ДС), якість та ефективність застосування яких визначається тим, на скільки алгебраїчна сума векторів їх вихідних координат наближається до заданого значення.

Прикладами систем даного класу можуть бути змішані системи самонаведення [1], системи керування польотом групи літаків [2], системи автоматизації стиковки літальних апаратів [2, 3]. Характерною особливістю структури таких ДС (рис. 1.) є наявність двох зворотних зв'язків: за відхиленням (x) та за координатами цілі (x_2).

До складу таких систем входить об'єкт управління (ОУ), що поєднує як мінімум два елементи: літальний апарат, вихідні координати якого x_1 повинні мінімізувати зазначену вище суму, та ціль, інший рухомий об'єкт, вихідні координати якого x_2 можуть бути виміряними

Зміна компонентів вихідних координат рухомих об'єктів [4] є наслідком зміни сигналів управління, збурень та шумів вимірювання, точки
входу яких до ДС не співпадають.

При відомих моделях динаміки ОУ, датчиків кола корекції K_2, зворотного зв'язку K_1, збурень та шумів якість роботи ДС оцінюється тим, на скільки сума векторів

$$x = x_1 + x_2 , \tag{1}$$

наближається до мінімуму, та визначається матрицями передаточних функцій W_1, W_2.

Необхідною умовою досягнення найвищої якості стабілізації [4, 5] є визначення таких структури та параметрів матриць W_1, W_2, щоб забезпечити екстремум обраного критерію якості.

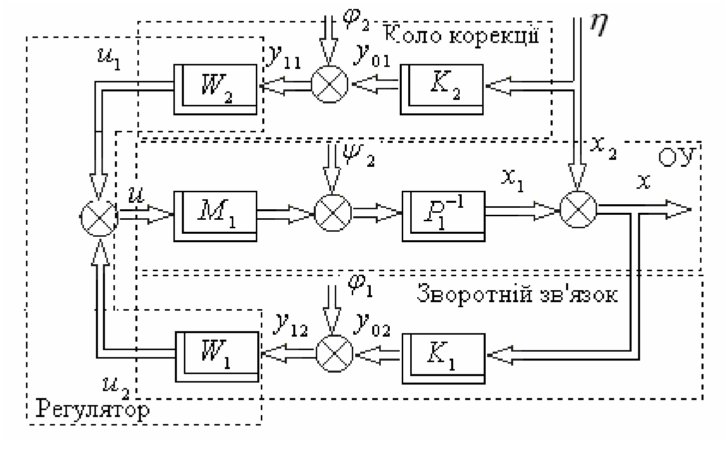

Рис. 1. Структурна схема ДС зі зворотнім зв'язком по відхиленню та корекцією по координатах цілі

Як правило, зовнішні впливи на ДС розглядають у вигляді адитивної суміші регулярної та стаціонарної випадкової складових. З позицій теорії інваріантності вплив регулярних складових збурень та шумів на точність стабілізації може бути компенсовано повністю відповідним вибором матриць W_1, W_2. В той же час, мінімізація впливу випадкових складових збурень та шумів на якість стабілізації може бути досягнута [4] лише у оптимальних система, синтезованих на на основі квадратичного критерію якості у результаті постановки та вирішення відповідної задачі.

Постановка задачі дослідження

Припустимо, що динаміка ОУ відома і задана у вигляді системи звичайних диференційних рівнянь з постійними коефіцієнтами у операторній формі

$$P_1 x = M_1 u + \psi_2 + P_1 \eta \, , \qquad (2)$$

де x – n- вимірний вектор вихідних координат ДС;

u – m- вимірний вектор сигналів управління;

P_1 – відома поліноміальна матриця розмірності $n \times n$ з елементами у вигляді функцій від оператора диференціювання s=d/dt;

M_1 – також відома поліноміальна матриця розміру $n \times m$;

ψ_2 та η – n- вимірні вектори стаціонарних випадкових процесів з нульовими математичними очікуваннями та відомими дробово-раціональними матрицями спектральних щільностей $S_{\psi 2\psi 2}$ і $S_{\eta\eta}$.

Будемо вважати також, що здійснюється вимір усіх компонентів векторів x та η та формуються наступні n- вимірні вектори y_1 і y_2 (рис. 1)

$$y_1 = K_1 x + \varphi_1 \, , \qquad (3)$$

$$y_2 = K_2 \eta + \varphi_2 \, , \qquad (4)$$

де K_1, K_2 – матриці передаточних функцій вимірювачів розміру $n \times n$;

φ_1, φ_2 – n-вимірні вектори стаціонарних випадкових шумів вимірювання з нульовими математичними очікуваннями та дробово-раціональними матрицями спектральних щільностей $S_{\varphi 1\varphi 1}$ та $S_{\varphi 2\varphi 2}$.

Задача полягає у тому, щоб за відомими матрицями P_1, M_1, K_1, K_2, $S_{\psi 2\psi 2}$, $S_{\eta\eta}$, $S_{\varphi 1\varphi 1}$, $S_{\varphi 2\varphi 2}$ знайти блочну матрицю передаточних функцій багатовимірного регулятора у вигляді

$$W = \begin{pmatrix} W_1 & W_2 \end{pmatrix} \, , \qquad (5)$$

увімкнення якого до кола зворотного зв'язку гарантує стійкість замкнутої системи та доставляє мінімум наступному функціоналу якості

$$e = \left\langle x^{/} R_0 x \right\rangle + \left\langle u^{/} C u \right\rangle , \qquad (6)$$

де R_0, C – невід'ємно визначені поліноміальні вагові матриці комплексного аргументу (s=jω) розмірності $n \times n$ та $m \times m$ відповідно;

„ $^{/}$ ” – знак транспонування;

„ ‹ › ” – символ математичного очікування.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

У теперішній час відома велика кількість робіт, наприклад [4 – 6], в яких викладено методи синтезу структури та параметрів оптимальних за критерієм (6) багатовимірних систем стабілізації у частотній та часовій областях. Однак, вони дозволяють вирішити задачу знаходження структури та параметрів матриці передаточних функцій регулятора (5) лише у випадках, коли вектор η, діючих на виході системи збурень, або відсутній або його вхід до системи співпадає з вектором ψ_2.

Мета статті

Розробити алгоритм пошуку оптимальних за критерієм якості (6) структури та параметрів матриці передаточних функцій регулятора W (рис. 1) при наявності на виході ДС векторів додаткових збурень η, які можуть бути повністю виміряні, та неконтрольованих збурень ψ_2.

Основні матеріали досліджень

Для досягнення мети статті використана методологія синтезу оптимальних систем стохастичної стабілізації, викладена у роботі [1]. У відповідності з цією методологією визначено вектор вихідних координат ДС у вигляді

$$x = x_1 + x_2 \, , \qquad (7)$$

де x_1, x_2 – n-вимірні вектори, які задовольняють наступній системі звичайних диференційних рівнянь у операторній формі

$$P_1 x_1 = M_1 u + \psi_2 \, , \qquad (8)$$

$$x_2 = \eta \, .$$

Якщо ввести до розгляду розширені вектори вихідних координат ДС $x_0=(x^{/},\ x^{/}_2)^{/}$ та збурень $\psi_0=(\psi^{/}_2,\ \eta^{/})^{/}$, а також врахувати вирази (7), (8), то узагальнене рівняння заданої частини динаміки системи легко перетворюється на співвідношення

$$P_0 x_0 = M_0 u + \psi_0 \, , \qquad (9)$$

в якому

$$P_0 = \begin{bmatrix} P_1 & -P_1 \\ O_n & E_n \end{bmatrix}; \; M_0 = \begin{bmatrix} M_1 \\ O_{n\times m} \end{bmatrix} \; ; \qquad (10)$$

O_n – нульова матриця розміру $n \times n$;

E_n – одинична матриця розміру $n \times n$;

$O_{n\times m}$ – нульова матриця розмірності $n \times m$.

Визначимо матрицю передаточних функцій вимірювачів розширеного вектору вихідних координат x_0 у вигляді

$$K_0 = \begin{bmatrix} K_1 & O_n \\ O_n & K_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

та вектор шумів вимірювання $\varphi_0=[\varphi'_1, \varphi'_2]'$.

В такому разі, зв'язок між векторами сигналів управління u та розширеним вектором x_0 визначається співвідношенням

$$u = W\left(K_0 x_0 + \varphi_0\right), \quad (12)$$

а задача синтезу зводиться до того, щоб за відомими матрицями M_0 та P_0, дробово-раціональною матрицею передаточних функцій вимірювачів (11) та матрицями спектральних і взаємних спектральних щільностей збурень та шумів вимірювання $S_{\psi0\psi0}$, $S_{\varphi0\psi0}$, $S_{\varphi0\varphi0}$ знайти структуру та параметри блочної матриці W, яка забезпечує стійкість замкнутої системи „об'єкт-регулятор" (рис.1) та доставляє мінімум критерію якості (6).

Для створення алгоритму вирішення поставленої задачі приймемо припущення про стійкість ОУ та стаціонарність збурень та шумів вимірювання, а також визначимо декілька розширених векторів і матриць, що характеризують динаміку замкнутої системи:

- вектори сигналів вимірювачів y_0 та y_1

$$y_0 = \left(y'_{01} \quad y'_{02}\right)' = K_0 x_0, \quad (13)$$

$$y_1 = \left(y'_{11} \quad y'_{12}\right)' = K_0 x_0 + \varphi_0; \quad (14)$$

- поліноміальні матриці розширеного ОУ M і P, на вході якого діють вектори u та ψ, а на виході – вектор y_0

$$P = K_{10} P_0 K_0^{-1}, \; M = K_{10} M_0, \; \psi = K_{10}\psi_0, \quad (15)$$

де K_{10} – поліноміальна матриця-результат видалення полюсів ліворуч [7] або MFD розкладання ліворуч [8] добутку матриць $P_0 K^{-1}_0$;

- розширений вектор впливів на ОУ (15) ξ

$$\xi = \left(\psi'_0 \quad \varphi'_0\right)'; \quad (16)$$

- матриці передаточних функцій системи від вектору збурень до вектору сигналів управління u F^{ψ}_u та від вектору збурень до вектору вихідних координат y_1 F^{ψ}_{y1}

$$F_u^{\psi} = W\left(P - MW\right)^{-1}, \quad (17)$$

$$F_{y1}^{\psi} = \left(P - MW\right)^{-1}, \quad (18)$$

пов'язані між собою рівнянням зв'язку (публікації [4, 5])

$$PF_{y1}^{\psi} - MF_u^{\psi} = E_{2n}, \quad (19)$$

де E_{2n} – одинична матриця розміру $2n\times 2n$;

- матриці передаточних функцій замкнутої системи від вектору впливів ξ до вектору сигналів управління F_2 та до вектору вихідних координат ОУ y_0 F_1

$$F_1 = P^{-1} M F_u^{\psi}\left(K_{10} \quad P\right) + \left(P^{-1} K_{10} \quad O_{2n}\right); \quad (20)$$

$$F_2 = F_u^{\psi}\left(K_{10} \quad P\right), \quad (21)$$

де O_{2n} – нульова матриця розміру $2n\times 2n$.

В такому разі, критерій якості (6), записаний у частотній області, з урахуванням виразів (13)-(21) набуває вигляду квадратичного функціоналу

$$e = \frac{1}{j}\int_{-j\infty}^{j\infty} tr\left[\left(F_{1*} R F_1 + F_{2*} C F_2\right) S'_{\xi\xi}\right] ds, \quad (22)$$

де j – комплексна одиниця;

s – комплексний аргумент (s=jω);

$S'_{\xi\xi}$ – транспонована матриця спектральних щільностей впливів ξ, визначена на основі теореми Вінера-Хінчина у векторній формі як показано нижче

$$S'_{\xi\xi} = \begin{bmatrix} S'_{\psi0\psi0} & S'_{\varphi0\psi0} \\ S'_{\psi0\varphi0} & S'_{\varphi0\varphi0} \end{bmatrix};$$

R – невід'ємно визначена вагова матриця

$$R = K_{0*}^{-1}\left(E_n \quad O_n\right)' R_0 \left(E_n \quad O_n\right) K_0^{-1}; \quad (23)$$

„* " – знак ермітового спряження матриці [9];

tr – знак операції знаходження сліду матриці.

При відомих матрицях P, M, K_{10}, $S_{\xi\xi}$, R та C значення функціоналу (22), очевидно, визначається матрицею передаточних функцій замкнутої системи від вектору збурень до вектору сигналів управління F^{ψ}_u.

Якщо здійснити мінімізацію функціонала (22) на класі стійких та реалізуємих фізично матриць F^{ψ}_u та розв'язати рівняння (17) відносно шуканої блочної матриці W, то можна отримати рівняння

$$W = \left(E_m + F_u^{\psi} M\right)^{-1} F_u^{\psi} P. \quad (24)$$

Таким чином, задача синтезу оптимальної багатовимірної системи стабілізації зведена до задачі пошуку стійкої фізично реалізуємої матриці F^{ψ}_u, яка доставляє мінімум функціоналу (22).

Пошук зазначеної матриці F^{ψ}_u здійснено у результаті застосування процедури Вінера-Колмогорова для мінімізації функціоналу (22) на класі аналітичних у правій півплощині (ППП) комплексної змінної s (s=jω) варіацій δF^{ψ}_u.

У відповідності до цієї процедури визначена перша варіація функціоналу (22) з урахуванням виразів (20), (21) у вигляді

$$\delta e = \frac{1}{j}\int_{-j\infty}^{j\infty} \mathrm{tr}\Big\{\delta F_{u*}^{\psi}\Big[M_* P_*^{-1} R P^{-1} M F_u^{\psi} D D_* + C F_u^{\psi} D D_* +$$

$$+ M_* P_*^{-1} R \begin{pmatrix} P^{-1}K_{10} & O_{2n} \end{pmatrix} S_{\xi\xi}^{/} \begin{pmatrix} K_{10} & P \end{pmatrix}_* \Big] +$$

$$+ \Big[D D_* F_{u*}^{\psi} C + D D_* F_{u*}^{\psi} M_* P_*^{-1} R P^{-1} M + \begin{pmatrix} K_{10} & P \end{pmatrix} S_{\xi\xi}^{/} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} P^{-1}K_{10}^{-1} & O_{2n} \end{pmatrix}_* R P^{-1} M \Big]\Big\} ds , \qquad (25)$$

де D – дробово-раціональна матриця результат факторизації ліворуч [10] наступного добутку матриць

$$D = {}^{+}\Big[\begin{pmatrix} K_{10} & P \end{pmatrix} S_{\xi\xi}^{/} \begin{pmatrix} K_{10} & P \end{pmatrix}_* \Big], \qquad (26)$$

індекс „ + ” у формулі (26) – знак факторизації матриці ліворуч. Позначимо

$$\Gamma = \Big[M_* P_*^{-1} R P^{-1} M + C \Big]^{+}, \qquad (27)$$

$$N = N_0 + N_+ + N_- = \Gamma_*^{-1} M_* P_*^{-1} R \begin{pmatrix} P^{-1}K_{10} & O_{2n} \end{pmatrix} \times$$

$$\times S_{\xi\xi}^{/} \begin{pmatrix} K_{10} & P \end{pmatrix}_* D_*^{-1}, \qquad (28)$$

де індекс „ + ” у формулі (27) – позначення операції факторизації матриці праворуч [10];

індекси „ 0 ”, „ + ”, „ - ” знизу у рівнянні (28) позначають результати вінеровської сепарації [5] правої частини цього рівняння.

Отже перша варіація (25) перетворюється на

$$\delta e = \frac{1}{j}\int_{-j\infty}^{j\infty} \mathrm{tr}\Big[\delta F_{u*}^{\psi} \Gamma_* \Big(\Gamma F_u^{\psi} D + N\Big) D_* +$$

$$+ D \Big(D_* F_{u*}^{\psi} \Gamma_* + N_* \Big) \Gamma \delta F_u^{\psi} \Big] ds , \qquad (29)$$

а стійка матриця передатočних функцій F^{ψ}_u, яка забезпечує нуль виразу (29) [1, 5] дорівнює

$$F_u^{\psi} = -\Gamma^{-1}\big(N_0 + N_+\big) D^{-1}. \qquad (30)$$

Таким чином, вирази (24), (26) – (30) утворюють алгоритм вирішення поставленої задачі пошуку структури та параметрів матриці передаточних функцій регулятора W.

Співвідношення для розрахунку мінімального значення функціоналу якості системи (6), який досягається при включенні знайденого оптимального регулятора до системи рис. 1, визначено у результаті підстановки виразу (30) до функціоналу (22) з урахуванням формул (20), (21), (26)-(28) у вигляді

$$e_{min} = \frac{1}{j}\int_{-j\infty}^{j\infty} \mathrm{tr}\Bigg[\begin{pmatrix} K_{10*} P_*^{-1} \\ O_{2n} \end{pmatrix} R \begin{pmatrix} P^{-1}K_{10} & O_{2n} \end{pmatrix} S_{\xi\xi}^{/} -$$

$$- \big(N_0 + N_+\big)_* \big(N_0 + N_+\big) - \big(N_0 + N_+\big)_* N_- -$$

$$- N_{-*} \big(N_0 + N_+\big) \Big] ds . \qquad (31)$$

Методику застосування обґрунтованого вище алгоритму розглянемо на прикладі.

Приклад застосування алгоритму синтезу

Нехай рух ДС характеризує звичайне диференційне рівняння

$$T_1 \frac{dx}{dt} + x = u + \psi_2 + T_1 \frac{d\eta}{dt} + \eta , \qquad (32)$$

де T_1 – постійна часу ОУ;

ψ_2, η – незалежні центровані стаціонарні випадкові збурення, динаміку яких характеризують спектральні щільності

$$S_{\psi 2\psi 2} = \frac{\sigma^2}{\pi}, \; S_{\eta\eta} = \frac{\sigma^2}{\pi} \cdot \frac{\beta}{\gamma^2 \left(-s^2 + \beta^2\right)} ; \qquad (33)$$

σ, γ, β – константи.

Будемо вважати також, що сигнали x та η можуть бути виміряні датчиками з одиничними передаточними функціями та шумами, інтенсивність зміни яких значно менша за інтенсивність зміни корисних сигналів:

$$K_1 = 1 ; \; K_2 = 1 ; \; S_{\varphi 1\varphi 1} = S_{\varphi 2\varphi 2} = 0 . \qquad (34)$$

Задача полягає у знаходженні таких передаточних функцій регулятору W_1 та W_2 (рис. 1), щоб замкнута система „об'єкт-регулятор” була стійкою та досягав мінімуму критерій якості (6).

Вагові коефіцієнти виразу (6) призначимо у вигляді R_0=1, C=λ^2.

Вирішення поставленої задачі буде здійснене на основі алгоритму синтезу (24), (26)-(30). Його застосування вимагає визначити поліноміальні та дробово-раціональні матриці вихідних даних P, M, K_0, K_{10}, R та $S_{\xi\xi}$ на основі виразів (10), (11), (15), застосованих до числових даних з формул (32), (33), (34). Виконання зазначених дій дозволило знайти шукані матриці у вигляді

$$P = \begin{bmatrix} T_1 s + 1 & -T_1 s - 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; M = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}; K_0 = K_{10} = E_2 ; (35)$$

$$R = \mathrm{diag}\big[1, 0\big]; \; S_{\xi\xi}^{/} = \mathrm{diag}\Big[S_{\psi 2\psi 2}, \; S_{\eta\eta}, \; 0, \; 0\Big]. \; (36)$$

У результаті підстановки співвідношень (35) до виразу (27) отримано дробово-раціональну функцію

$$\Gamma = \left[\frac{-\lambda^2 T_1^2 + 1 + \lambda^2}{-T_1^2 s^2 + 1} \right]^{+},$$

після факторизації якої визначено таке значення Γ

$$\Gamma = \frac{\lambda T s + \mu}{T_1 s + 1}, \; \forall \; \mu = \sqrt{1 + \lambda^2} . \qquad (37)$$

Для знаходження матриці D застосовано алгоритм (26) до матриць K_{10}, P та $S^{/}_{\xi\xi}$ та отримано наступний результат

$$D = \frac{\sigma}{\sqrt{\pi}} \mathrm{diag}\left[1, \frac{\sqrt{\beta}}{\gamma(s + \beta)} \right] . \qquad (38)$$

Підстановка виразів (35) – (38) до співвідношення (28) дозволила представити матрицю вихідних даних N для сепарації як

$$N = \frac{\sigma}{\sqrt{\pi}\left(-\lambda T_1 s + \sqrt{1+\lambda^2}\right)}\begin{bmatrix} \frac{1}{T_1 s + 1} & \frac{\sqrt{\beta}}{\gamma(s+\beta)} \end{bmatrix}. \quad (39)$$

Сепарація дробово-раціональної матриці (39) методом невідомих коефіцієнтів дозволила визначити шукані матриці N_0+N_+ і N_- у вигляді

$$N_0 + N_+ = \frac{\sigma}{\sqrt{\pi}}\left[\frac{1}{(\lambda+\mu)(T_1 s+1)}, \frac{\sqrt{\beta}}{\gamma(\beta\lambda T_1+\mu)(s+\beta)}\right],$$

$$N_- = \frac{\sigma}{\sqrt{\pi}(-\lambda T_1 s+\mu)}\left[\frac{\lambda}{(\lambda+\mu)}, \frac{\lambda T_1\sqrt{\beta}}{\gamma(\beta\lambda T_1+\mu)}\right]. \quad (40)$$

Матриця варійованих передаточних функцій замкнутої системи, яка забезпечує мінімум функціоналу (22) та є аналітичною у ППП F^{ψ}_u, дорівнює

$$F_u^{\psi} = \frac{-1}{\lambda T_1 s + \mu}\begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda+\mu} & \frac{T_1 s + 1}{\beta\lambda T_1 + \mu} \end{bmatrix},$$

а відповідна їй матриця передаточних функцій регулятора, знайдена на основі співвідношення (24), має наступний вигляд

$$W = \frac{1}{(\lambda+\mu)}\begin{bmatrix} \frac{-1}{\lambda} & \frac{\beta T_1 - 1}{(\beta\lambda T_1+\mu)} \end{bmatrix}. \quad (41)$$

Аналіз структури матриці (41) дозволив знайти вирішення поставленої задачі та представити передаточні функції W_1 і W_2 як

$$W_1 = -\frac{1}{\lambda(\lambda+\mu)},\ W_2 = \frac{\beta T_1 - 1}{(\lambda+\mu)(\beta\lambda T_1+\mu)} \quad (42)$$

Отримані результати дають можливість стверджувати, що при стійкому ОУ структура та параметри передаточних функцій (42) оптимального регулятора не залежать від дисперсій збурень ψ_2 і η. В той же час, ваговий коефіцієнт λ суттєво впливає на параметри регулятора та накладає обмеження на точність оптимальній системі стабілізації.

Мінімальне значення функціоналу (31) дозволяє оцінити числовий показник якості стабілізації та ресурсів на керування, необхідних для її досягнення. У результаті підстановки до рівняння (31) вихідних даних, заданих виразами (33), (35), (36) та (41), та знаходження сліду матриці можна визначити, що

$$e_{\min} = \frac{\sigma^2}{j\pi}\int_{-j\infty}^{j\infty}\left(f_1\frac{|a_1 s + a_0|^2}{|b_2 s^2 + b_1 s + b_0|^2} + \right.$$

$$\left. + f_2\frac{|c_1 s + c_0|^2}{|d_2 s^2 + d_1 s + d_0|^2}\right)ds, \quad (43)$$

де

$$f_1 = (\lambda+\mu)^{-1};\ a_1 = \lambda T_1\sqrt{(\lambda+\mu)^2+1};$$

$$a_0 = \sqrt{\left(1+\lambda^2\right)\left[(\lambda+\mu)^2-1\right]-2\lambda\mu};$$

$$b_2 = \lambda T_1^2;\ b_1 = \lambda T_1 + T_1\mu;\ b_0 = \mu;$$

$$f_2 = \frac{\sqrt{\beta}}{\gamma(\beta\lambda T_1+\mu)};\ c_1 = \lambda T_1\sqrt{(\beta\lambda T_1+\mu)^2+1};$$

$$c_0 = \sqrt{\left(1+\lambda^2\right)\left[(\beta\lambda T_1+\mu)^2-1\right]-2\lambda\beta T_1\mu}$$

$$d_2 = \lambda T_1;\ d_1 = \beta\lambda T_1 + \mu;\ d_0 = \beta\mu.$$

Для знаходження інтегралу (43) використано методику, викладену у роботі [11], та отримано наступний результат

$$e_{\min} = \frac{\sigma^2}{\pi}\left[\frac{(\lambda+\mu)^2-1}{T_1(\lambda+\mu)^2} + \frac{(\beta\lambda T_1+\mu)^2-1}{(\beta\lambda T_1+\mu)^2\gamma^2}\right]. \quad (44)$$

Перша складова виразу(44) характеризує зважену з допомогою коефіцієнта λ^2 суму дисперсій сигналів x та u оптимальної системи, які виникають внаслідок дії збурення ψ_2, а друга складова – сума аналогічних дисперсій, які виникають внаслідок зміни координат цілі η. Як видно з аналізу виразу (44), зміна значення вагового коефіцієнту λ суттєво впливає на якість системи.

Висновки

В роботі обгрунтовано новий алгоритм синтезу оптимальних структури і параметрів багатовимірного двоканального регулятора системи стабілізації взаємного положення двох рухомих об’єктів, які знаходяться під впливом багатовимірних стаціонарних збурень. Застосування даного алгоритму на відміну від відомих дозволяє однозначно знаходити структуру і параметри частин регулятора, які забезпечують оптимальне за мінімумом дисперсії похибки ДС зменшення впливу як випадкових коливань координат цілі, так і збурень на об’єкт керування.

Література

1. Авиационные системы радиоуправления в 3-х томах/ Под ред. А.И. Канашенкова и В.И. Меркулова. Т.1: Принципы построения систем радиоуправления. Основы синтеза и анализа. – М.: Радиотехника, 2003. – 190 с.

2. Боднер В.А. Теория автоматического управления полетом / В.А. Боднер. - М.: Наука, 1964. – 698 с.

3. Беберин Г.Г. Системы управления полетом космических аппаратов/ Г.Г. Беберин, Б.С. Скребушевский, Г.А. Соколов. – М.: Машиностроение, 1978. – 272 с.

4. Азарсков В.Н. Методология конструирования оптимальных систем стохастической стабилизации: монография / В.Н. Азарсков, Л.Н. Блохин, Л.С. Житецкий. – К.: НАУ, 2006. – 440 с.

5. Оптимизация линейных инвариантных во времени систем управления / Ф.А. Алиев, В.Б. Ларин, К.И. Науменко и др. – К.: Наук. думка, 1978. – 327 с.

6. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-ти тт. Т.3: Синтез регуляторов систем автоматического управления / Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 616 с.

7. Davis M.C. Factoring the spectral matrix/M.C. Davis // IEEE Trans. Automat. Contr. – 1963. – AC-8, N4. – P. 296-305.

8. Kucera V. Discrete line control: the polynomial equation approach / V. Kucetra. – Praha: Akademia, 1979. – 206 p.

9. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц / Ф.Р. Гантмахер. – 4-е изд. – М.: Наука, 1988. – 552 с.

10. Алиев Ф.А. Факторизация полиномиальных матриц относительномнимой оси и единичной окружности / Ф.А. Алиев, В.А. Бордюг, В.Б. Ларин // Автоматика. – 1989. – №4. – С. 51-58.

11. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-ти тт. Т.2: Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления / Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 616 с.

Надійшла до редакції 29.11.2010

Рецензент: д-р техн. наук, професор, професор кафедри автоматизації виробничих процесів А.Н. Рева, Кіровоградський національний технічний університет, Кіровоград, Україна.

СТАБИЛИЗАЦИЯ ДВИЖЕНИЯ СИСТЕМЫ ПОДВИЖНЫХ ОБЪЕКТОВ В УСЛОВИЯХ ДЕЙСТВИЯ ВЕКТОРНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ И ШУМОВ

С.И. Осадчий

Обосновано алгоритм синтеза оптимальных по квадратичному критерию качества структуры и параметров матрицы передаточных функций многомерного регулятора системы стабилизации положения одного подвижного объекта относительно другого (цели) при стационарных случайных полезных сигналах, возмущениях и шумах. Рассмотренный алгоритм распространяет известный метод синтеза многомерных оптимальных систем стабилизации на случай решения задачи проектирования многомерной замкнутой системы управления, имеющей обратную связь по отклонению и коррекцию по движениям цели. Особенность использования предложенной процедуры синтеза заключается в обеспечении возможности решения задачи синтеза регулятора без эквивалентного размыкания системы и без необходимости компенсации перекрестных связей объекта управления.

Ключевые слова: синтез, квадратичный критерий качества, матрица передаточных функций, матрица спектральных плотностей, блочная матрица, оптимальная стабилизация.

MOBILE OBJECTS SYSTEMS STABILIZATION IN THE CONDITIONS OF VECTORIAL STATIONARY INDIGNATIONS AND NOISES ACTION

S.I. Osadchiy

The synthesis algorithm of the optimum multidimensional regulator's structure and parameters is grounded in the article. Such regulator is intended for work in the system of two objects mutual position stabilization. It is based on the minimization of the quadratic criterion. It is assumed that vector stationary stochastic useful signals, indignations and hindrances operate on the system in the article. The considered algorithm diffuses the known method of multidimensional optimum systems stabilization synthesis in case of the designing such multidimensional close-loop control system which is equipped with a feed-back on deviation and correction on target motions. The feature of the offered synthesis procedure use is to make possible the regulator synthesis task decision without the equivalent breaking of the system and without the necessity of the management object crosstalks .

Keywords: synthesis, quadratic criterion of quality, matrix of transmissions functions, matrix of spectral densities, sectional matrix, optimum stabilizing.

Осадчий Сергій Іванович – канд. техн. наук, доцент, завідувач кафедри автоматизації виробничих процесів Кіровоградського національного технічного університету, Кіровоград, Україна, e-mail: srg2005@ukr.net.