

УДК 681.518.54

В.Ф. МИРГОРОД<sup>1</sup>, Ю.В. ЧЕРКАСОВ<sup>2</sup><sup>1</sup>ОАО «Элемент», Одесса, Украина<sup>2</sup>ГП ЗМКБ «Ивченко-Прогресс», Запорожье, Украина

## РЕГРЕССИОННЫЕ ФОРМЫ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕССОВ УПРАВЛЕНИЯ И КОНТРОЛЯ СОСТОЯНИЯ ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

*Для решения задач управления режимами по косвенным параметрам и контроля состояния применительно к бортовой аппаратуре предлагаются новые регрессионные формы математических моделей газотурбинных двигателей. Основой построения и реализации предлагаемых математических моделей является частичная замена моделируемых параметров ГТД на непосредственно измеряемые с высокой точностью, в частности, обороты турбин двигателя. При такой замене косвенно измеряемые параметры двигателя определяются регрессионными зависимостями от отклонений непосредственно измеряемых. Проведено компьютерное моделирование и сопоставление с данными летной эксплуатации.*

**Ключевые слова:** математическая модель, компьютерная реализация, газотурбинный двигатель

### Введение

Математические модели (ММ) газотурбинных двигателей (ГТД), применяемые на всех стадиях жизненного цикла двигателя, от ТЗ на разработку до оценки остаточного ресурса, достигли в настоящее время высокого уровня совершенства, позволяя расчетным путем получить значения косвенно измеряемых и неизмеряемых параметров ГТД. Проблемным вопросом является их достаточно высокий уровень алгоритмической сложности, что затрудняет компьютерную реализацию в наземных и бортовых средствах измерения, контроля параметров и управления авиационными двигателями. Поэтому отыскание новых форм ММ процессов управления и контроля, пригодных для использования в бортовых ЭСУ профиля FADEC, является актуальной проблемой, важной для решения прикладных задач повышения эффективности ЭСУ указанного типа.

### 1. Постановка проблемы и цель исследования

Применяемые ММ ГТД, в зависимости от назначения, разделяются на ряд типов [1]. Для моделирования процессов управления применяются преимущественно имитационные кусочно-линейные динамические модели (КЛДМ) [2, 3], являющиеся в настоящее время необходимой составной частью ТЗ на проектирование ЭСУ профиля FADEC. Имитационные модели ГТД используются в стендах-имитаторах, позволяя на этапе проектирования совершенствовать алгоритмы контроля состояния,

управления режимами и диагностики. Успешность применения КЛДМ обусловила разработку ряда их модификаций, среди которых наиболее важными представляются стохастические Марковские ММ [4] и ММ с неопределенными собственными значениями [5]. Компьютерно ориентированные ММ модальной формы и в виде интегральных уравнений Вольтера предложены в [6].

Принципиальным недостатком известных ММ является их итеративный характер, требующий значительных вычислительных ресурсов при компьютерной реализации. Другим недостатком известных ММ является значительное число входных параметров, измеряемых с различной точностью, что затрудняет интерпретацию результатов моделирования.

Таким образом, для решения задач моделирования процессов управления ГТД в масштабе времени, близком к реальному, требуется отыскание таких форм их математического описания, которые имеют безитеративный характер и используют наиболее достоверную априорную информацию, что и является целью настоящего исследования.

### 2. Основные результаты исследований

Идейной основой настоящего исследования является минимизация уровня априорной неопределенности при построении компьютерно ориентированных ММ процессов управления ГТД., что обеспечивает их рациональное упрощение при сохранении адекватности. Отправной точкой являются КЛДМ процессов управления, как наиболее совер-

шенные из имеющихся. Точность таки ММ определяется, во-первых, точностью задания статических (дроссельных) характеристик, во-вторых, точностью задания матриц в динамической модели пространства состояния, под которым понимается пространство угловых скоростей (оборотов) турбин. Если полагать, что КЛДМ являются адекватными моделями процессов управления, что подтверждается их успешным применением при проектировании ЭСУ и реализацией в стендах-имитаторах, то вполне естественным представляется такое направление их совершенствования, при котором уменьшается степень априорной неопределенности. Реализация такого направления связана, во-первых, с точным определением статических характеристик, индивидуализированных к конкретному экземпляру двигателя, во-вторых, с заменой в КЛДМ моделируемых оборотов турбин на их истинные значения, измеряемые, как известно, с высокой точностью.

Общепринятые КЛДМ ГТД имеют следующее описание.

Статическая модель задается в виде основных зависимостей, отражающих дроссельные характеристики двигателя

$$\bar{x}_{ст} = \bar{F}(\bar{S}), \quad (1)$$

где  $\bar{x}_{ст} = \text{col}[n_i, T_i, P_k, \pi_k, N]$ ;  $n_i$  – обороты турбин;  $T_i$  – температуры газов за ними;  $P_k$  – давление за компрессором;  $\pi_k$  – степень повышения давления;  $N$  – мощность либо тяга ГТД;  $\bar{F}$  – нелинейная вектор-функция;  $\bar{S}$  – вектор управляющих и возмущающих воздействий, основным из которых является расход топлива  $G_T$ .

Следует заметить, что модель (1) задается для приведенных к стандартным атмосферным условиям термогазодинамическим параметрам (ТГП), что отражает нелинейный характер влияния внешних возмущающих воздействий в виде температуры  $T_{вх}$  и давления на входе  $P_{вх}$ . Зависимости (1) задаются таблично.

Применяемые динамические модели ГТД являются кусочно-линейными дифференциальными моделями пространства состояний и имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \Delta \bar{x} &= A \Delta \bar{x} + B \Delta \bar{u}; \\ \Delta \bar{y} &= C \Delta \bar{x} + D \Delta \bar{u}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $\Delta \bar{x} = \text{col} \cdot [n_{ст i} - n_i]$  – вектор фазовых динамических координат;  $\Delta \bar{u}$  – вектор отклонений управляющих и возмущающих воздействий;  $\Delta \bar{y} = \text{col} \cdot [\Delta n_i, \Delta T_i, \Delta P_k, \Delta \pi_k, \Delta N]$  – вектор отклонений выходных координат,  $A, B, C, D$  – матрицы, коэффициенты которых являются кусочно-постоянными

функциями режимного параметра ( $G_T$  либо  $\pi_k = P_k / P_{вх}$ , обороты свободной турбины для турбовального ГТД).

Структурная организация КЛДМ ГТД, представленная на рис.1, весьма специфична и существенно отличается от общепринятых моделей пространства состояния динамических объектов.

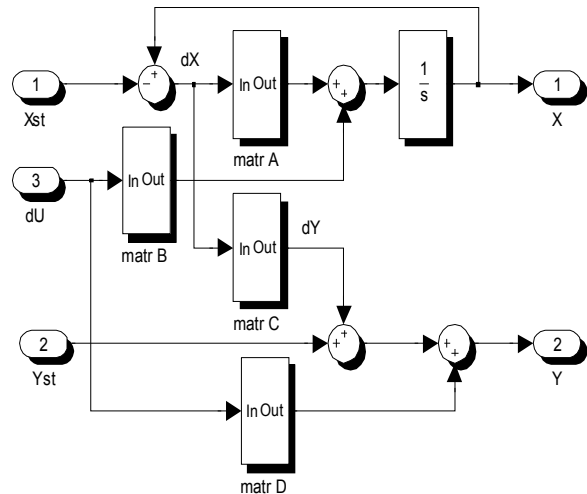


Рис. 1. Схема пространства состояния КЛДМ ГТД

Указанные КЛДМ успешно применяются в качестве средства модельной поддержки разработки САУ и реализуются в стендах-имитаторах, однако имеют ряд существенных недостатков, основными из которых являются следующие:

- 1) по своей организации такие ММ являются численным средством решения систем нелинейных дифференциальных уравнений и требуют значительных вычислительных ресурсов;
- 2) при достаточно высокой точности статической модели, уточняемой обычно на стендовых испытаниях, динамическая модель является плохо идентифицируемой, в особенности что касается матрицы  $A$ ;
- 3) имеют место разрывы в точках сопряжения диапазонов аппроксимации, а так как координаты состояния являются оборотами турбин, то наблюдается разрывность ускорений, что недопустимо, в частности при моделировании турбовальных ГТД.

Поэтому КЛДМ нуждаются в усовершенствовании для решения традиционных задач и существенной доработке для получения оценок косвенно измеряемых ТГП (КТГП) в САУ.

Особенностью представленных на рис.1 КЛДМ является включение матрицы  $A$  в канал формирования разностного сигнала  $\Delta \bar{x} = \text{col} \cdot [n_{ст i} - n_i]$ . На рис. 2 представлена часть КЛДМ, используемая при моделировании температурного режима двухвального ГТД.

Для получения оценок КТПП в масштабе Real Time имеет место избыточность применяемых КЛДМ ГТД, позволяющих воспроизвести все ТПП ГТД при заданных управляющих и возмущающих воздействиях, в то время как часть таких параметров являются непосредственно измеряемыми (обороты турбин  $n_i$ ) с высокой точностью (0,1%).

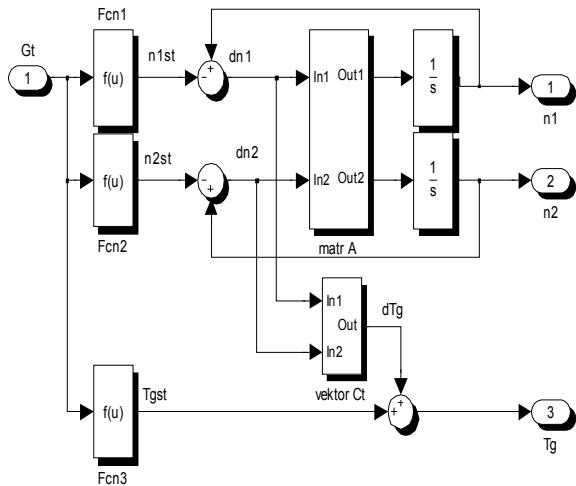


Рис.2. Схема пространства состояния КЛДМ двухвального ГТД

Целесообразно использовать такие параметры в качестве входных в ММ, что существенно упрощает ее структуру и обеспечивает безитерационное получение КТПП. В таких безитерационных математических моделях (БИММ) необходимо использовать только второе уравнение из динамической модели (2), заменяя в нем модельные значения оборотов турбин фактически измеренными

$$\Delta \bar{u} = C \Delta \bar{n}_{ism} + D \Delta \bar{u}, \quad (3)$$

где  $\Delta n_{ismk} = n_{ismk} - n_{stk}$  – приращение оборотов к-й турбины.

Схемную организацию БИММ иллюстрирует рис. 3.

Очевидными достоинствами предложенной модели является необходимость определения только статических характеристик двигателя, которые известны с высокой точностью по результатам стендовых приемочных испытаний, и элементов матрицы C, методы уточнения которых будут рассмотрены отдельно.

Второй вариант определения КТПП, тесно связан с первым и основан на использовании первого уравнения в (2) согласно соотношению

$$\Delta \bar{u} = CA^{-1} \frac{d}{dt} \bar{n}_{ism} + D \Delta \bar{u}. \quad (4)$$

Ввиду необходимости использовать производные измеряемых оборотов турбин, имеющиеся в САУ, такая модель названа ММ с динамической

коррекцией (ММДК). Схемную реализацию ММДК иллюстрирует рис.4.

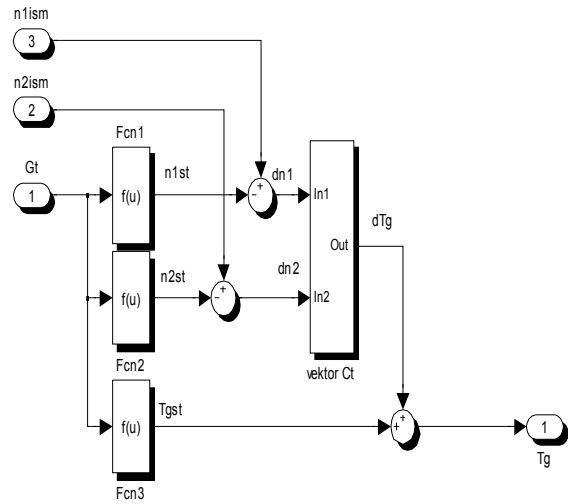


Рис. 3. Схема реализации БИММ двухвального ГТД

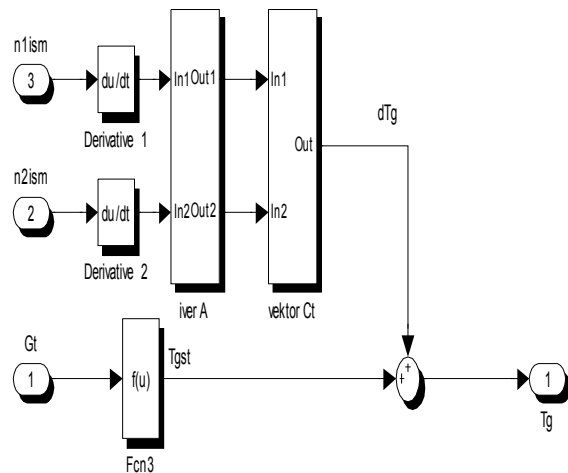


Рис. 4. Схема реализации ММДК двухвального ГТД

Выполнена компьютерная реализация предлагаемых КЛДМ для трехвального двигателя Д-436 в режиме «приемистость» в сопоставлении с реальными базами данных и проведена численная оценка точности моделей. Изменение  $\pi_k$  иллюстрирует рис. 5. Среднеквадратическая ошибка (СКО) модельных значений относительно фактически измеренных составила 0,72% для КЛДМ, 0,73% для БИММ и 2,7% для ММДК. На рис. 5 представлены результаты оценки  $T_T^*$ . СКО модельных значений относительно фактически измеренных составила 0,86% для КЛДМ, 1,06% для БИММ и 0,89% для ММДК.

На рис. 6 представлено изменение температуры двигателя как косвенного параметра, определенного по БИММ путем линейной замены переменных:

оборотов турбины вентилятора на измеренное значение  $\pi_k$ . СКО при такой замене составила 1,25%.

Идейной основой такой замены переменных является тот факт, что в пространстве состояния модели параметры отклонений оборотов турбин составляют базис, а соотношения (3) можно трактовать как формулу замены такого базиса.

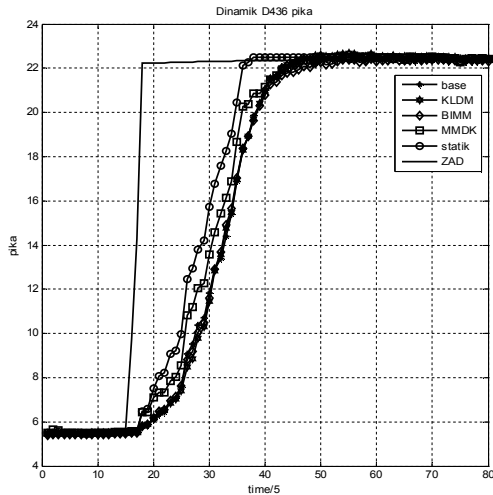


Рис. 5. Результаты моделирования Д-436 по  $\pi_k$

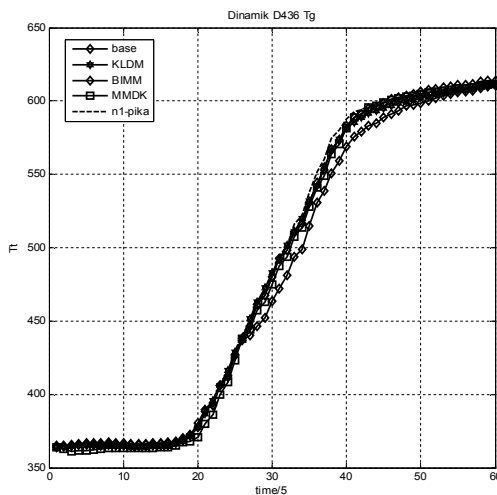


Рис. 6. Результаты моделирования Д-436 по  $T_g^*$

Получено общее соотношение указанной замены через элементы матрицы  $C$  в следующем виде:

$$\Delta \bar{y}_k = (c_{kj} / c_{mj}) \cdot \Delta y_m + \sum_{i=1}^n [(-c_{ki} / c_{mj}) \cdot c_{mi} + c_{ki}] \cdot \Delta x_i, \quad (5)$$

где  $\Delta x_i$  – заменяемый параметр;  $\Delta y_m$  – включаемый параметр.

Развитие предложенного подхода позволяет обеспечить повышение достоверности оценок ТГП

на основе избыточности формируемого координатного базиса ММ. Следовательно, при отказе любого из ИК имеется возможность замены измеряемого параметра его вычисленным по ММ значением. Так как все бортовые ИК имеют резервирование, то, кроме того, может выполнено диагностирование состояния и замещение ИК с непараметрическим отказом путем организации мажоритарного решения «2 из 3-х».

Соотношение (3) может рассматриваться как уравнение регрессии параметров  $\Delta x_i$  на параметры  $\Delta y_m$ , а элементы матрицы  $C$  суть коэффициенты такой регрессии. Регрессионный статистический анализ БД испытаний и эксплуатации таким образом позволяет установить значения указанных коэффициентов с заданной доверительной вероятностью и их изменение как для различных режимов, так и в процессе эксплуатации и, тем самым, повысить адекватность ММ текущему состоянию ГТД и точность формирования КТГП. На рис.7 представлены результаты регрессионного анализа параметров двигателя Д-436-03 по базам данных бортовой регистрации в полете № 207 на крейсерском режиме.

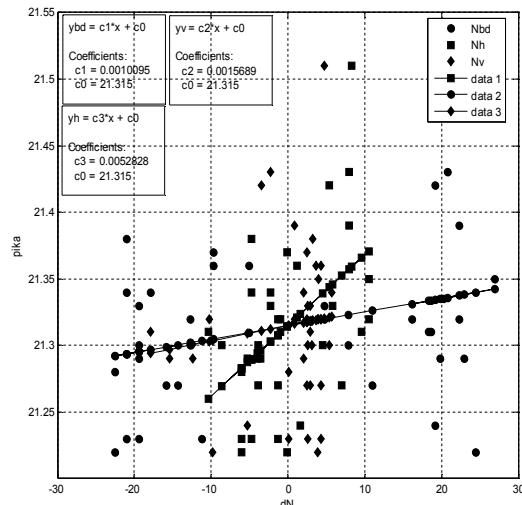


Рис. 7. Результаты оценки ММ Д-436

### Заключение

Предложенные регрессионные формы ММ процессов управления и контроля параметров ГТД являются естественным упрощением КЛДМ исключительно к предлагаемой области применения: получения оценок косвенно измеряемых параметров в бортовых и наземных средствах. Для проектирования ЭСУ и реализации в стендах-имитаторах, разумеется, необходимы полноформатные ММ. Однако и в указанных задачах, при использовании для тестирования ЭСУ реальных баз данных стендовых испытаний ГТД предлагаемые ММ могут быть полезными.

Дальнейшее усовершенствование предлагаемых регрессионных форм ММ может быть достигнуто путем применения соответствующих методов оценки матрицы С в КЛДМ непосредственно по базам данных летной эксплуатации, что определяет перспективы дальнейших исследований.

### Литература

1. Синтез систем управления и диагностирования газотурбинных двигателей / С.В. Епифанов, В.И. Кузнецов, И.И. Богаенко и др. – К.: Техника, 1998. – 312 с.
2. Оптимизация многомерных систем управления газотурбинных двигателей / А.А. Шевяков, Т.С. Мартыанова и др. – М.: Машиностроение, 1989. – 256 с.
3. Гольберг Ф.Д. Математические модели газотурбинных двигателей как объектов управления / Ф.Д. Гольберг, А.В. Батенин. – М.: МАИ, 1999. – 80 с.
4. Лейбов Р.Л. Системы с неопределенными собственными значениями / Р.Л. Лейбов. – М.: Изд-во асс. строит. вузов, 2006. – 184 с.
5. Марковские модели сложных динамических систем: идентификация, моделирование и контроль состояния / Г.Г. Куликов, П.Дж. Флеминг, Т.В. Брейкин и др. – Уфа: Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т, 1998. – 104 с.
6. Миргород В.Ф. Модальная и интегральная формы математических моделей газотурбинных двигателей / В.Ф. Миргород, В.М. Грудинкин // Вестник двигателестроения. – 2008. – № 3. – С. 185-189.

Поступила в редакцию 24.05.2010

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. С.Г. Антошук, Одесский национальный политехнический университет, Одесса.

### РЕГРЕСИВНІ ФОРМИ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕСІВ УПРАВЛІННЯ ТА КОНТРОЛЮ СТАНУ ПАРАМЕТРІВ РЕЄСТРАЦІЇ ГАЗОТУРБІННИХ ДВИГУНІВ

*В.Ф. Миргород, Ю.В. Черкасов*

Для вирішення завдань управління режимами по непрямим параметрах і контролю стану стосовно бортової апаратури пропонуються нові регресійні форми математичних моделей газотурбінних двигунів. Основою побудови та реалізації пропонуєваних математичних моделей є часткова заміна модельованих параметрів ГТД на безпосередньо вимірювані із високою точністю, зокрема, оберти турбін двигуна. При такій заміні вимірювані параметри двигуна визначаються регресійними залежностями від відхилень безпосередньо вимірювальних. Проведено комп'ютерне моделювання та співставлення з даними політної експлуатації.

**Ключові слова:** математична модель, комп'ютерна реалізація, газотурбінний двигун.

### REGRESSIVE FORMS OF MATHEMATICAL MODELS FOR MANAGEMENT AND CONTROL PROCESSES OF THE GAS TURBINE ENGINE STATE

*V.F. Virgorod, Y.V. Cherkasov*

For the decision of tasks of management on indirect parameters and control of the state the modes primentel'no to the airborne equipment the new regressive forms of mathematical models of turbo-engines are offered. Basis of construction and realization of the offered mathematical models is partial replacement of the designed parameters of GTD on directly measureable with high exactness, in particular, turns of turbines of engine. At such replacement the indirectly measureable pair-meters of engine are determined.

**Key words:** mathematical model, computer realization, turbo-engine.

**Миргород Владимир Федорович** – канд. техн. наук, заместитель директора по научной работе ОАО "Элемент", Одесса, Украина, e-mail:odessa@element.od.ua.

**Черкасов Юрий Владимирович** – начальник отдела ГП ЗМКБ "Ивченко-Прогресс", Запорожье, Украина, e-mail:03509@ivchenko-progress.com.