

УДК 621.74.045

А.В. МАЛАХАТКО

ОАО «Мотор – Сич», Запорожье, Украина

ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ НЕОТОЖЕННЫХ КЕРАМИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ

Приведено моделирование напряженно-деформированного состояния внутренней структуры неотожженных керамических стержней. Внутренняя структура стержня представляется как трехкомпонентная система: абсолютно твердый субстрат – адгезионный пограничный слой – жестко – пластичный наполнитель. Пограничный слой задается как анизотропная упруго – пластическая среда, которая обеспечивает целостность и прочность стержня. Использование гипотезы об анизотропии пограничного слоя как математического приема позволяет решать задачи прочности стержней в CAD/CAM/CAE – системах.

Ключевые слова: лопатка, керамические стержни, пластификатор, пограничный слой, анизотропная упруго-пластическая среда, расчет на прочность.

Введение

Повышение требований к ресурсу и надежности авиационных двигателей, а также рабочих температур в турбине значительно усложнило конструкцию внутренних полостей лопаток. В связи с этим возникают значительные технологические сложности в процессе производства керамических стержней, которые формируют внутренние полости лопаток при их литье методом выплавляемых моделей. Поэтому, разработка оптимальной конструкции керамических стержней на базе компьютерного моделирования является очень актуальной задачей.

В предыдущих работах приведены прогрессивные способы проектирования литейной оснастки для лопаток авиадвигателей, которые базируются на применении метода аналитических эталонов и компьютерных инженерных расчетов [1, 2]. Применение этого метода позволяет автоматизировать построение и расчеты сложной геометрии деталей литейных форм и технологического процесса их изготовления. Но такие задачи как расчеты напряженно-деформированного состояния являются очень приближительными. Причина этого заключается в том, что стержень представляется в виде гомогенного тела с изотропными механическими свойствами.

Для получения более корректных результатов необходимо представлять стержень как многокомпонентную систему и учитывать влияние физических процессов при формировании стержня на механические свойства. С учетом этих требований, в представленной работе рассмотрено моделирование напряженно-деформированного состояния стержня на базе гипотезы об анизотропии адгезионного пограничного слоя [3].

Результаты исследований

Для построения решаемой математической модели структура стержневого состава до затвердевания стержня представляется как двухкомпонентная система (рис. 1). Первый компонент – это частицы огнеупорного порошка и минерализатора, которые представляются как абсолютно твердые недеформируемые сферические частицы. Второй компонент – пластификатор, заполняющий промежутки между частицами первого компонента и обладающего до затвердевания свойствами идеальной жидкости, а после затвердевания – свойствами жестко пластичного тела.

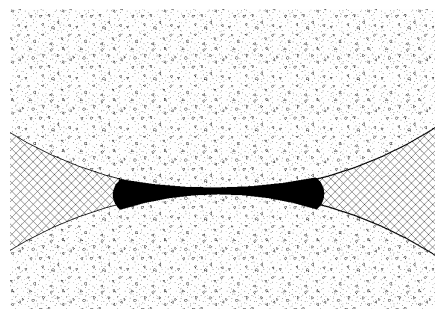


Рис. 1. Структура стержневого состава

Процесс затвердевания пластификатора начинается в точке касания сферических частиц из-за возникновения на контактной площадке зоны повышенного давления. Вокруг точки полимеризации образуются полимерные цепи $\text{CH}_2 = \text{CH}_2$ полиэтилена, входящего в состав пластификатора, и формируют эллипсоид с центром в точке полимеризации. Одновременно в результате действия повышенного давления происходит вытеснение части жестко пластичных компонентов пластификатора (парафина,

черезина и т.п.) за пределы зоны контактной площадки, в следствие чего формируется пограничный слой со свойствами отличными от остального пластификатора.

Принимая во внимание радиальное ориентирование полимерных цепей полиэтилена, становится возможным применить гипотезу об анизотропных свойствах адгезионных соединений [3]. Согласно этой гипотезе пограничный слой адгезива представляется в виде анизотропной упруго-пластической сплошной среды, модуль упругости и предел текучести которой в направлении параллельном поверхности контактной площадки стремится к нулю. В нашем случае пограничный слой трактуется как массив цилиндрических полимерных стержней, формирующих эллипсоид и обладающими анизотропными упруго-пластическими свойствами (рис. 2).

С учетом принятых условий ($E_{\rho\rho} \rightarrow 0; E_{\varphi\varphi} \rightarrow 0$), уравнения равновесия в полярных координатах приобретают вид:

$$\begin{cases} \frac{1}{\rho \cdot \sin \theta} \cdot \frac{\partial \sigma_{\rho\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \sigma_{\rho\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_{\rho\theta} \cdot \text{ctg} \theta - \sigma_{\theta\theta}}{\rho} = 0; \\ \frac{\partial \sigma_{\rho\varphi}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \sigma_{\varphi\theta}}{\partial \theta} + \frac{3\sigma_{\rho\varphi} + \sigma_{\theta\theta} \cdot \text{ctg} \theta}{\rho} = 0; \\ \frac{\partial \sigma_{\rho\theta}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho \cdot \sin \theta} \cdot \frac{\partial \sigma_{\varphi\theta}}{\partial \varphi} + \frac{3\sigma_{\rho\theta} + \sigma_{\theta\theta} \cdot \text{ctg} \theta}{\rho} = 0. \end{cases}$$

В зоне упругого напряженно-деформированного состояния в соответствии с законом Гука, зависимости деформаций от напряжений принимают вид:

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{(1+\mu) \cdot (1-\mu)}{E_{\theta\theta}} \cdot \sigma_{\theta\theta}; \varepsilon_{\rho\rho(\varphi\varphi)} \rightarrow 0;$$

$$\varepsilon_{\rho\varphi(\rho\theta, \varphi\theta)} = \frac{1}{2G} \cdot \sigma_{\rho\varphi(\rho\theta, \varphi\theta)}.$$

Для решения системы уравнений равновесия в упругой зоне необходимо добавить одно из уравнений неразрывности, записанное с учетом предыдущих соотношений деформаций от напряжений:

$$2 \cdot \frac{(1+\mu) \cdot (1-\mu)}{E_{\theta\theta}} \cdot \frac{\partial^2 \sigma_{\theta\theta}}{\partial \rho \cdot \partial \varphi} = \frac{1}{2G} \cdot \left(\frac{\partial^2 \sigma_{\rho\theta}}{\partial \theta \cdot \partial \varphi} + \frac{\partial^2 \sigma_{\varphi\theta}}{\partial \theta \cdot \partial \rho} - \frac{\partial^2 \sigma_{\rho\varphi}}{\partial^2 \theta} \right);$$

$$\text{или } \frac{\partial^2 \sigma_{\rho\theta}}{\partial \theta \cdot \partial \varphi} + \frac{\partial^2 \sigma_{\varphi\theta}}{\partial \theta \cdot \partial \rho} - \frac{\partial^2 \sigma_{\rho\varphi}}{\partial^2 \theta} - 2 \cdot G \cdot (1-\mu) \cdot \frac{\partial^2 \sigma_{\theta\theta}}{\partial \rho \cdot \partial \varphi} = 0.$$

Квадратичное условие пластичности принимает вид:

$$\sigma_{\theta\theta}^2 + 4B\sigma_{\rho\theta}^2 + 4C\sigma_{\varphi\theta}^2 + 4D\sigma_{\theta\theta} \cdot \sigma_{\rho\theta} + 4E\sigma_{\rho\theta} \times \times \sigma_{\varphi\theta} + 8F\sigma_{\varphi\theta} \cdot \sigma_{\rho\varphi} = 1.$$

Для частного случая одноосного растяжения и чистого сдвига получаем соотношение:

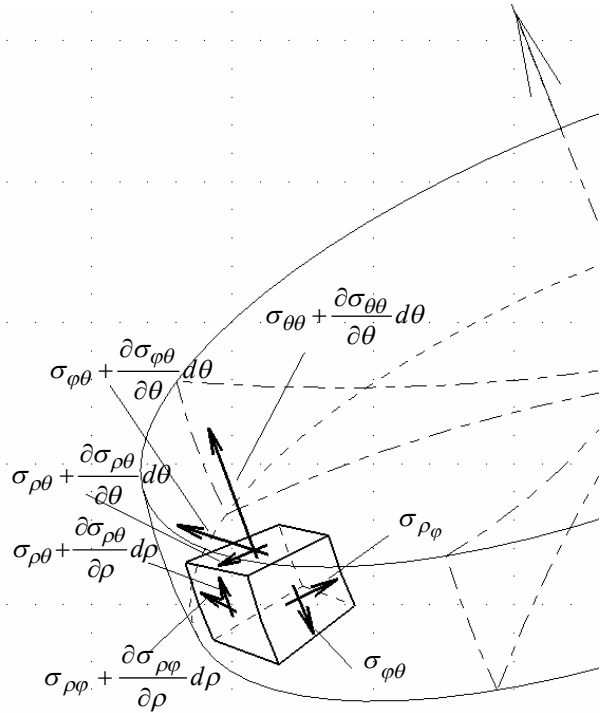


Рис. 2. Напряжения в основном элементе пограничного слоя

$$\frac{\sigma_{\theta\theta}^2}{\sigma_t^2} + \frac{\sigma_{\rho\theta}^2}{\sigma_t^2} + \frac{\sigma_{\varphi\theta}^2}{\sigma_t^2} + 2 \frac{\sigma_{\theta\theta} \cdot \sigma_{\rho\theta}}{\sigma_t^2} + 2 \frac{\sigma_{\theta\theta} \cdot \sigma_{\varphi\theta}}{\sigma_t^2} + 2 \frac{\sigma_{\varphi\theta} \cdot \sigma_{\rho\theta}}{\sigma_t^2} = 1,$$

где σ_t – предел текучести при растяжении;

$$\text{или } \sigma_{\theta\theta}^2 + \sigma_{\rho\theta}^2 + \sigma_{\varphi\theta}^2 + 2\sigma_{\theta\theta} \cdot \sigma_{\rho\theta} + 2\sigma_{\theta\theta} \cdot \sigma_{\varphi\theta} + 2\sigma_{\varphi\theta} \cdot \sigma_{\rho\theta} = \sigma_t^2.$$

В соответствии с ассоциированным законом пластического течения по зависимости деформаций от напряжений приобретают вид:

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} \cdot \sigma_{\theta\theta}; \varepsilon_{\varphi\varphi(\rho\rho)} \rightarrow 0;$$

$$\varepsilon_{\rho\varphi(\rho\theta, \varphi\theta)} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} \cdot \sigma_{\rho\varphi(\rho\theta, \varphi\theta)}.$$

Четвертое необходимое для решения задачи вычисления четырех неизвестных напряжений уравнение неразрывности имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \sigma_{\theta\theta}}{\partial \rho \partial \varphi} = \frac{\partial^2 \sigma_{\rho\theta}}{\partial \theta \partial \varphi} + \frac{\partial^2 \sigma_{\varphi\theta}}{\partial \theta \partial \rho} - \frac{\partial^2 \sigma_{\rho\varphi}}{\partial^2 \theta}$$

$$\text{или } \frac{\partial^2 \sigma_{\theta\theta}}{\partial \rho \cdot \partial \varphi} + \frac{\partial^2 \sigma_{\rho\varphi}}{\partial^2 \theta} - \frac{\partial^2 \sigma_{\rho\theta}}{\partial \theta \cdot \partial \varphi} - \frac{\partial^2 \sigma_{\varphi\theta}}{\partial \theta \cdot \partial \rho} = 0.$$

В силу сохранения неразрывности на границах пограничный слой – частица должны выполняться условия непрерывности перемещений, т.е. на границах

перемещения u и v пограничного слоя и прилегающих к ним частиц должны быть равны друг другу.

Вторым граничным условием является отсутствие касательных напряжений на границах пограничного слоя: $\sigma_{\rho\phi} = \sigma_{\rho\theta} = \sigma_{\phi\theta} \Big|_{\rho=R} = 0$.

Для определения критериев разрушения рассматриваемой модели принимаем, что разрушение модели происходит по двум типам: 1) отрывом – по достижении нормальным растягивающим напряжением некоторого критического значения $\sigma_{ад}^{кр}$, характеризующим нормальную адгезионную прочность пары частица – пограничный слой; 2) сдвигом – по достижении максимального значения критического значения $\tau_{ад}^{кр}$, превышающее касательных напряжений

Вывод

Таким образом, в приведенной работе была рассмотрена модель напряженно-деформированного состояния внутренней структуры керамических стержней, которые используются в литье по выплавляемым моделям лопаток авиадвигателей.

Модель базируется на гипотезе анизотропии адгезионного пограничного слоя. Использование этой гипотезы как математического приема, а также построенных аналитических эталонов стержней, позволяет выполнять расчеты на прочность керамических стержней в CAD/CAM/CAE – системах (ANSYS, Nastran и т.п.).

Литература

1. Липский Е.Р. *Прогрессивные способы проектирования и изготовления пресс-форм для выплавляемых моделей лопаток турбин* / Е.Р. Липский, В.Ф. Сорокин // *Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии*. – 2002. – Вып. 14. – С. 15-24.
2. Сорокин В.Ф. *Особенности оценки температурного и напряженно-деформированного состояния пресс-форм для литья лопаток авиационных двигателей* / В.Ф. Сорокин, А.В. Малахатко // *Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии*. – 2004. – Вып. 17. – С. 42-47.
3. Фрейдин А.С. *Свойства и расчет адгезионных соединений* // А.С. Фрейдин, Р.А. Турусов. – М.: Химия, 1990. – 256 с.

Поступила в редакцию 26.05.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой А.Я. Качан, Запорожский национальный технический университет, Запорожье.

ОСОБЛИВОСТІ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ НЕВИПАЛЕНИХ КЕРАМІЧНИХ СТРИЖНІВ

А.В. Малахатко

Наведено моделювання напружено-деформованого стану внутрішньої структури невивалених керамічних стрижнів. Внутрішня структура стрижня уявляється як трикомпонентна система: абсолютно твердий субстрат – адгезійний граничний шар – жорстко-пластичний наповнювач. Граничний шар задається як анізотропна пружно-пластичне середовище, яке забезпечує цілісність та міцність стрижня. Використання гіпотези про анізотропію граничного шару як математичного прийому дозволяє виконувати розрахунки міцності стрижнів у CAD/CAM/CAE – системах.

Ключові слова: лопатка, керамічні стрижні, пластифікатор, граничний шар, анізотропне пружно-пластичне середовище, розрахунки на міцність.

PARTICULAR QUALITIES OF DEFLECTED MODE MODELLING OF UNANNEALED CERAMIC CORES

A.V. Malahatko

There is submitted deflected mode modelling of unannealed ceramic cores internal structure. Core internal structure is represented as three-component system which includes perfectly fast substrate, adhesion interface and stiff-plastic filler. Interface is presented as anisotropic elastic-plastic medium which support core solidity and strength. Using of hypothesis of interface anisotropy allows to solve cores strength problems in CAD/CAM/CAE systems.

Key words: blade, ceramic cores, plasticizer, interface, anisotropic elastic-plastic medium, strength solving.

Малахатко Андрей Васильевич – начальник бюро управления Главного технолога Открытого акционерного общества «Мотор – Сич», Запорожье, Украина, ugt@motorsich.com.