УДК 62-755

А.Н. ГОРБЕНКО

Керченский государственный морской технологический университет

ОБЩАЯ СТРУКТУРА УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ РОТОРНЫХ МАШИН С АВТОБАЛАНСИРОМ ПАССИВНОГО ТИПА

В работе рассматривается проблема нелинейной устойчивости многомассового автобалансирующего устройства пассивного типа, установленного на произвольную роторную машину. Предложена классификация обобщенных координат, на основе чего получена общая математическая модель движения механической системы. Получена обобщенная система уравнений возмущенного движения. Показана возможность сокращения числа уравнений и независимых переменных для исследования устойчивости автобалансировки. Выполнен анализ структуры обобщенной системы уравнений движения. Рассмотрены особенности некоторых частных случаев.

Ключевые слова: *роторная машина, ротор, автобалансировка, пассивный автобалансир, уравнения движения, устойчивость.*

1. Постановка проблемы. Анализ существующих исследований. Цель работы

Среди способов снижения вибрации роторных машин (РМ) находят применение автобалансирующие устройства (АБУ) пассивного типа (см. например [1-8] и др.). При определенных условиях они автоматически уравновешивают ротор, устраняя силы от дисбалансов и снижая вибрацию машины в процессе ее работы. Подобные устройства относятся к существенно нелинейным многомассовым механическим системам (МС) с нетривиальными свойствами, что вызывает трудности их исследования.

Большинство существующих к настоящему времени работ данного направления отличаются фрагментарностью, носят индивидуальный несистемный характер, уравнения движения составляются лишь для конкретной РМ с АБУ и далее выполняется их анализ. Отсутствие единого обобщенного подхода к анализу устойчивости автобалансировки роторных машин произвольного вида ограничивает возможности выявления их общих свойств и закономерностей. Отметим, однако, что элементы системного подхода к исследованию РМ различных видов имеются в работах [1, 2, 7].

В связи со сказанным, существует актуальная потребность разработки обобщенных подходов и методов аналитического исследования динамики (прежде всего устойчивости) МС рассматриваемого типа. Очевидно, что при этом необходимо глубокое изучение специфических особенностей всего класса МС РМ с АБУ (а не их частных вариантов), выявление общих структурных свойств уравнений движения (невозмущенного и возмущенного), а также их использование при анализе.

Целью работы является получение и анализ структуры обобщенных уравнений динамики и устойчивости роторных машин широкого класса, оснащенных многомассовым автобалансиром пассивного типа.

2. Класс рассматриваемых механических систем

В работе рассматриваются механические системы, состоящие из обобщенной роторной машины (ОРМ) с пассивным многомассовым автобалансиром, прикрепленным к одной из точек оси вала ротора (рис. 1).

Под термином «обобщенная роторная машина» (или подсистема РМ, подсистема ротора) будем далее в общем случае понимать машину, состоящую из вращающегося многодискового ротора (или нескольких роторов, связанных между собой), который посредством произвольного количества опор (подшипников) соединен с произвольным числом тел (корпус и пр.), связанных друг с другом и имеющих некоторые степени свободы колебательного движения. На рис. 1 подсистема ОРМ показана в условном виде. Ротор в общем случае статически и динамически неуравновешен. Центр масс (ЦМ) ротора не обязательно находится в плоскости АБУ. Таким образом, рассматриваются многомассовые РМ весьма общего состава и конструкции.

К одной из точек вала ротора (точка А) прикреплен автобалансир пассивного типа, состоящий из n компенсирующих грузов (КГ), в качестве которых могут быть тела качения (шары, ролики и др.), маятники и т.п. Число КГ произвольное, но не менее двух ($n \geq 2$). Плоскость АБУ перпендикулярна оси вала в точке крепления. КГ имеют возможность перемещения в плоскости АБУ (не препятствуя друг другу) относительно оси ротора по окружности радиуса R с центром в точке A крепления к валу. Будем полагать также, что АБУ совершает плоскопараллельное движение. Отметим, однако, что данное допущение не является условием, существенно ограничивающим спектр рассматриваемых МС. По меньшей мере при малых массах КГ в сравнении с ротором (что как правило имеет место) слагаемые, отражающие влияние угловых поворотов плоскости АБУ, имеют высокий порядок малости и в уравнениях движения отбрасываются даже если ротор совершает пространственное движение.

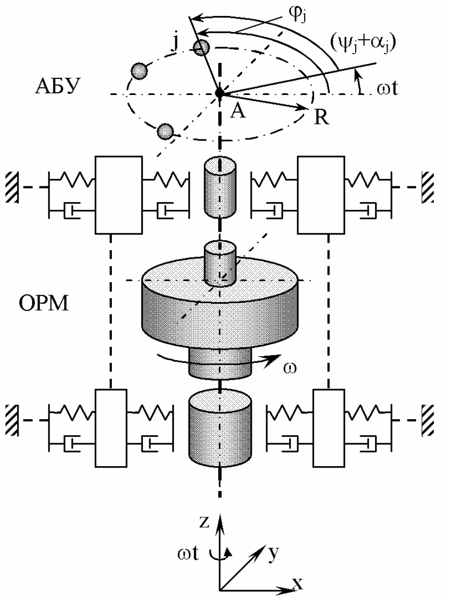

Рис. 1. Схема механической системы «обобщенная роторная машина – автобалансир»

В целом механическую систему ОРМ с АБУ можно рассматривать как совокупность связанных между собой двух подсистем: подсистемы ОРМ и подсистемы КГ в АБУ (или просто подсистемы АБУ). Отметим, что при этом подсистема АБУ, в отличие от ОРМ, рассматривается не в обобщенном, а в конкретном виде с однозначно определенным набором обобщенных координат. В процессе движения МС подсистемы ОРМ и АБУ взаимодействуют друг с другом только через точку крепления A.

3. Уравнения движения и особенности их структуры в общем случае

Для однозначного описания движения МС ОРМ с АБУ необходимо выбрать набор независимых обобщенных координат (ОК). Выбор ОК роторной машины зависит от ее конструкции и особенностей движения. Поэтому количество и вектор ОК ОРМ здесь не конкретизируется, а рассматривается в общем виде. Однако, следует учесть особую роль точки A на оси ротора, в которой расположен автобалансир, поскольку именно через нее происходит взаимодействие ОРМ с подсистемой АБУ. Поэтому будем полагать, что в выбранном наборе независимых ОК ОРМ присутствуют координаты точки A. В этом случае упрощается запись уравнений движения МС. Отметим, однако, что это условие не является необходимым, поскольку в противном случае координаты точки A могут быть легко выражены через независимые ОК ОРМ.

Текущее положение элементов ОРМ будем описывать, используя декартову систему координат xyz, ось z которой совпадает с осью ротора в неподвижном состоянии. Текущее положение отдельного КГ АБУ характеризуется угловой координатой φ_j, отсчитываемой в плоскости АБУ от некоторого положения, фиксированного по отношению к ротору (см. рис. 1).

Введем следующую систему классификации независимых ОК МС:

1) $\{q\} = \begin{Bmatrix} \{q_r\} \\ -- \\ \{q_a\} \end{Bmatrix} = q_i$, $i = 1, 2, \ldots, n_r$ – группа обобщенных координат ОРМ, в которой в свою очередь будем различать две подгруппы:

– $\{q_r\} = q_{ir}$, $i_r = 1, 2, \ldots, n_b$ – ОК ОРМ, не связанные непосредственно с КГ АБУ;

– $\{q_a\} = \begin{Bmatrix} x_A \\ y_A \end{Bmatrix} = q_{ia}$, $i_a = 1, 2$ – ОК точки A крепления АБУ к валу ротора, характеризующие её поперечные отклонения (рисунок 1);

2) $\{\varphi\} = \varphi_j$, $j = 1, 2, \ldots, n$ – группа обобщенных координат КГ в АБУ.

Общее количество ОК МС равно $n_s = (n_r + n)$, где n – число КГ в АБУ; $n_r = (n_b + 2)$ – число ОК ОРМ, в том числе две координаты точки A.

Полный вектор обобщенных координат МС может рассматриваться как совокупность подвекторов ОК подсистемы ОРМ и подсистемы КГ:

$$\{v\} = \left(\{q\}^T \quad \{\varphi\}^T\right)^T = \left(\{q_r\}^T \quad \{q_a\}^T \quad \{\varphi\}^T\right)^T. \quad (1)$$

Для получения обобщенных уравнений движения МС рассматриваемого класса воспользуемся формализмом уравнений Лагранжа второго рода.

Кинетическая энергия всей МС в общем виде равна сумме энергий её подсистем:

$$T(\{v\}) = T_R(\{\dot{q}\}, \{q\}, t) + T_{ABU}(\{\dot{q}_a\}, \{\dot{\varphi}\}, \{\varphi\}), \quad (2)$$

где $T_R(\{\dot{q}\},\{q\},t)$ – кинетическая энергия подсистемы ОРМ, зависящая от ОК ОРМ и их скоростей, а также времени t, поскольку ротор неуравновешен;

$T_{ABU}(\{\dot{q}_a\},\{\dot{\varphi}\},\{\varphi\})$ – кинетическая энергия подсистемы АБУ.

Здесь и далее точка над символом, а также штрих, означают производную по времени.

При этом важно, что кинетическая энергия подсистемы АБУ может быть записана в виде конкретного выражения через ОК:

$$T_{ABU}(\{\dot{q}_a\},\{\dot{\varphi}\},\{\varphi\}) = \frac{1}{2}m\sum_{j=1}^{n}\left(\dot{x}_j^2+\dot{y}_j^2\right) = \\ = \frac{m}{2}\sum_{j=1}^{n}\left[\left(\dot{x}_A - R\dot{\varphi}_j\sin\varphi_j\right)^2 + \left(\dot{y}_A + R\dot{\varphi}_j\cos\varphi_j\right)^2\right], \quad (3)$$

где m – масса одного КГ; x_j, y_j – текущие абсолютные координаты j-го КГ.

Уравнения движения МС в форме уравнений Лагранжа 2-го рода:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{v}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial v_i} = F_i, \quad i = 1\ldots n_s, \; n_s = (n_r + n), \quad (4)$$

где F_i – обобщенная сила, соответствующая i-й ОК.

Используя принятую выше классификацию ОК и (1) – (4), выпишем уравнения Лагранжа отдельно по координатам подсистем МС:

– по координатам ОРМ $\{q_r\}$:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T_R}{\partial \dot{q}_{ir}}\right) - \frac{\partial T_R}{\partial q_{ir}} = F_{ir}(\{q\},\{\dot{q}\}), \quad i_r = 1\ldots n_b, \quad (5)$$

где F_{ir} – обобщенные силы по i_r-й ОК ОРМ;

– по координатам $\{q_a\}$ точки А на роторе ОРМ:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T_R}{\partial \dot{q}_{ia}}\right) - \frac{\partial T_R}{\partial q_{ia}} + f_{ia} = F_{ia}(\{q\},\{\dot{q}\}), \quad i_a = 1,2, \quad (6)$$

где $f_{ia} = \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial T_{ABU}}{\partial \dot{q}_{ia}}\right)$;

F_{ia} – обобщенные силы по i_a-й ОК ОРМ;

– по координатам АБУ $\{\varphi\}$:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T_{ABU}}{\partial \dot{\varphi}_j}\right) - \frac{\partial T_{ABU}}{\partial \varphi_j} = F_j(\dot{\varphi}_j), \quad j = 1\ldots n, \quad (7)$$

где F_j – обобщенная сила по j-й ОК КГ.

Зависимость (3) позволяет далее получить для величин f_{ia}, входящих в уравнения ОРМ (6), их выражения непосредственно через ОК:

$$f_1 = f_{xA} = nm\ddot{x}_A + mR\sum_{j=1}^{n}\left(\cos\varphi_j\right)'', \quad i_a = 1; \\ f_2 = f_{yA} = nm\ddot{y}_A + mR\sum_{j=1}^{n}\left(\sin\varphi_j\right)'', \quad i_a = 2. \quad (8)$$

Кроме того, уравнения движения КГ по координатам φ_j в (7) также можно выразить непосредственно через ОК:

$$mR\left(R\ddot{\varphi}_j - \ddot{x}_A\sin\varphi_j + \ddot{y}_A\cos\varphi_j\right) = F_j, \quad j = 1\ldots n, \quad (9)$$

где $F_j = -\beta_\varphi R^2\left(\dot{\varphi}_j - \omega\right)$ – обобщенная сила (момент) вязкого сопротивления движению КГ в АБУ; β_φ – коэффициент демпфирования КГ в АБУ, $кг \cdot с^{-1}$.

Как известно уравнения Лагранжа могут быть преобразованы к форме системы дифференциальных уравнений второго порядка. Тогда на основе (5)-(9) система уравнений движения МС ОРМ с АБУ для общего случая может быть приведена к виду:

$$[M_\Sigma]\{\ddot{q}\} + [H]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} + \begin{Bmatrix}\{0\}\\ \{f_a\}\end{Bmatrix} = \\ = \begin{Bmatrix}\{d_{rc}\}\\ \{d_{ac}\}\end{Bmatrix}\cos\omega t + \begin{Bmatrix}\{d_{rs}\}\\ \{d_{as}\}\end{Bmatrix}\sin\omega t; \\ \ddot{\varphi}_j + h_\varphi\left(\dot{\varphi}_j - \omega\right) - \\ - \frac{1}{R}\ddot{x}_A\sin\varphi_j + \frac{1}{R}\ddot{y}_A\cos\varphi_j = 0, \quad j = 1\ldots n, \quad (10)$$

где

$$\{q\} = \begin{Bmatrix}\{q_r\}\\ \{q_a\}\end{Bmatrix}; \; [M_\Sigma] = \begin{bmatrix}[M_r] & [M_{ra}]\\ [M_{ar}] & [M_{a\Sigma}]\end{bmatrix};$$

$$[H] = \begin{bmatrix}[H_r] & [H_{ra}]\\ [H_{ar}] & [H_a]\end{bmatrix}; \quad [K] = \begin{bmatrix}[K_r] & [K_{ra}]\\ [K_{ar}] & [K_a]\end{bmatrix};$$

$$[M_{a\Sigma}] = [M_a] + nm[E]; \; \{f_a\} = \begin{Bmatrix} mR\sum_{j=1}^{n}\left(\cos\varphi_j\right)'' \\ mR\sum_{j=1}^{n}\left(\sin\varphi_j\right)'' \end{Bmatrix};$$

$$h_\varphi = \frac{\beta_\varphi}{m}; \quad [E] = \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}.$$

$[M_\Sigma]$, $[H]$, $[K]$ – квадратные матрицы инерции, демпфирования (и/или гироскопичности) и жесткости РМ размером (n_r, n_r), где $n_r = n_b + 2$;

$\{d_{rc}\}, \{d_{rs}\}, \{d_{ac}\}, \{d_{as}\}$ – векторы статического и динамического дисбалансов ротора ОРМ.

Обобщенная система уравнений (10) представлена с использованием блочно-матричной формы записи как наиболее удобной и наглядной при изучении МС с многими степенями свободы. Дадим некоторые пояснения к ней.

Квадратные матрицы $[M_\Sigma]$, $[H]$, $[K]$ в соответствии с логикой принятой классификации ОК разбиты на соответствующие блоки (подматрицы) и считаются постоянными. При этом подматрицы имеют следующие размеры:

– подматрицы $[M_r], [H_r], [K_r]$ – квадратные размером (n_b, n_b);

– подматрицы $[M_{a\Sigma}],[H_a],[K_a]$ – квадратные размером (2, 2);

– подматрицы $[M_{ra}],[H_{ra}],[K_{ra}]$ – прямоугольные размером (n_b, 2);

– подматрицы $[M_{ar}],[H_{ar}],[K_{ar}]$ – прямоугольные размером (2, n_b).

Отметим, что если в первой группе уравнений системы (10) положить =0, то получатся уравнения движения собственно роторной машины (без АБУ).

Таким образом, полученная в общем виде система уравнений (10) описывает движение МС произвольной РМ с автобалансиром пассивного типа. В структуре этих уравнений достаточно четко выделяются группы уравнений двух подсистем МС: первые n_r уравнений движения ОРМ (записанные в матричной форме) и последние n уравнений движения КГ в АБУ. Связь между подсистемами осуществляется посредством величин $\{f_a\}$, $nm[E]$, $\ddot{x}_A, \ddot{y}_A$ и носит несимметричный инерционный характер.

Важно отметить, что независимо от устройства и сложности конкретной РМ, уравнения движения КГ АБУ и их связь с подсистемой РМ всегда имеют одинаковый вид (инвариантны по отношению к подсистеме РМ). Данное обстоятельство создает основу для разработки единого общего подхода к изучению динамики АБУ, установленного на произвольную роторную машину, и выявлению фундаментальных закономерностей. Эта возможность является следствием принятой выше системы классификации ОК МС, благодаря чему удается кинетическую энергию подсистемы АБУ выразить явным образом через конкретные ОК.

4. Уравнения возмущенного движения

Полученные выше обобщенные уравнения невозмущенного движения МС (10) при некоторых дополнительных условиях допускают частный случай решения, соответствующий режиму идеальной автобалансировки системы. В этом случае КГ неподвижны относительно ротора, вращаясь абсолютно синхронно с ним с частотой ω, а колебания точки А отсутствуют. При этом движение МС описывается выражениями:

$$\{q_r\}=\{\tilde{q}_r(t)\};\quad \{q_a\}=\{\tilde{q}_a(t)\}=\begin{Bmatrix}\tilde{x}_A(t)\\ \tilde{y}_A(t)\end{Bmatrix}\equiv 0;$$
$$\varphi_j=\tilde{\varphi}_j(t)=\omega t+\alpha_j,\quad \alpha_j=\mathrm{const},\quad j=1,...,n. \tag{11}$$

Здесь выражение для $\{\tilde{q}_r(t)\}$, а также суммарные характеристики расположения КГ в АБУ $\sum_{j=1}^{n}\cos\alpha_j$, $\sum_{j=1}^{n}\sin\alpha_j$, определяются на основе (10) с учетом (11) (см. [7]).

Дадим вариации обобщенным координатам:

$$\{q_r\}=\{\tilde{q}_r\}+\{\delta q_r\};$$
$$\{q_a\}=\{\tilde{q}_a(t)\}+\{\delta q_a\}=\{\delta q_a\}=\begin{Bmatrix}\delta x_A\\ \delta y_A\end{Bmatrix}; \tag{12}$$
$$\varphi_j=\tilde{\varphi}_j+\psi_j=\omega t+\alpha_j+\psi_j,\quad j=1\ldots n,$$

где $\{\delta q_r\}$, $\{\delta q_a\}$ и $\delta\varphi_j=\psi_j$ – вариации ОК МС.

Далее подставляем (12) в систему (10) с учетом (11) и после преобразований линеаризируем.

В результате получаем обобщенные уравнения возмущенного движения МС, определяющие устойчивость автобалансировки, [7]:

$$[M_\Sigma]\{\delta\ddot{q}\}+[H]\{\delta\dot{q}\}+[K]\{\delta q\}+mR\begin{Bmatrix}\{0\}\\ \{\ddot{f}_a\}\end{Bmatrix}=\{0\};$$
$$\ddot{\psi}_j+h_\varphi\dot{\psi}_j-\frac{1}{R}\delta\ddot{x}_A\sin(\omega t+\alpha_j)+ \tag{13}$$
$$+\frac{1}{R}\delta\ddot{y}_A\cos(\omega t+\alpha_j)=0,\quad j=1\ldots n,$$

где

$$\{\delta q\}=\begin{Bmatrix}\{\delta q_r\}\\ \{\delta q_a\}\end{Bmatrix};\quad \{f_a\}=\begin{Bmatrix}-\sum_{j=1}^{n}\psi_j\sin(\omega t+\alpha_j)\\ \sum_{j=1}^{n}\psi_j\cos(\omega t+\alpha_j)\end{Bmatrix}.$$

5. Уравнения возмущенного движения с суммарными координатами АБУ

Анализ системы уравнений (13) в общем случае затрудняется неопределенностью количества уравнений и неизвестных в ней, которое зависит от числа КГ n. Однако существует возможность перейти от системы (13) к эквивалентной системе дифференциальных уравнений минимально возможной размерности независимо от параметра n [2, 3, 5, 7].

Введем новые суммарные обобщенные координаты, представляющие собой смещение общего центра масс всех КГ АБУ от его положения при идеальной (синхронной) автобалансировке. Эти суммарные ОК АБУ в проекциях на координатные оси, вращающиеся вместе с ротором, имеют вид:

$$\{\psi\}=\begin{Bmatrix}\psi_s\\ \psi_c\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}-\sum_{j=1}^{n}\psi_j\sin\alpha_j\\ \sum_{j=1}^{n}\psi_j\cos\alpha_j\end{Bmatrix}, \tag{14}$$

а в проекциях на неподвижные координатные оси:

$$\{f_a\}=\begin{Bmatrix}f_{as}\\ f_{ac}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}-\sum_{j=1}^{n}\psi_j\sin(\omega t+\alpha_j)\\ \sum_{j=1}^{n}\psi_j\cos(\omega t+\alpha_j)\end{Bmatrix}. \tag{15}$$

Связь между ними

$$\{f_a\}=[T]\{\psi\} \text{ или } \{\psi\}=[T]^{-1}\{f_a\}, \qquad (16)$$

где

$$[T(t)]=\begin{bmatrix}\cos\omega t & -\sin\omega t\\ \sin\omega t & \cos\omega t\end{bmatrix};$$

$$[T]^{-1}=\begin{bmatrix}\cos\omega t & \sin\omega t\\ -\sin\omega t & \cos\omega t\end{bmatrix}.$$

Суммарные ОК в виде (14) или в виде (15) уже фактически присутствуют в уравнениях движения ОРМ в (13). Далее уравнение для j-го КГ в (13) умножаем на $\sin\alpha_j$ и суммируем по всем КГ $j=1,2,\ldots,n$. То же самое проделываем с $\cos\alpha_j$. В результате получаем два уравнения движения общего центра масс всех КГ. Причем эти уравнения зависят от суммарных ОК ψ_s , ψ_c и не зависят от координат φ_j отдельных КГ.

Используя введенные суммарные ОК АБУ $\{\psi\}$ в форме (14), обобщенная система (13) уравнений возмущенного движения МС для анализа устойчивости автобалансировки по первому приближению может быть преобразована к виду [7]:

$$\begin{cases}[M_\Sigma]\{\delta\ddot{q}\}+[H]\{\delta\dot{q}\}+[K]\{\delta q\}+mR\begin{Bmatrix}\{0\}\\ \{\ddot{f}_a\}\end{Bmatrix}=\{0\};\\ \{\ddot{\psi}\}+h_\varphi\{\dot{\psi}\}+\dfrac{1}{2R}[d_c][T]^{-1}\{\delta\ddot{q}_a\}=\{0\},\end{cases} \qquad (17)$$

где

$$\{f_a\}=[T]\{\psi\};$$

$$\{\ddot{f}_a\}=[T]\left(\{\ddot{\psi}\}+2\omega[E_c]\{\dot{\psi}\}-\omega^2\{\psi\}\right);$$

$$[d_c]=2\sum_{j=1}^{n}\begin{bmatrix}\sin^2\alpha_j & -\sin\alpha_j\cos\alpha_j\\ -\sin\alpha_j\cos\alpha_j & \cos^2\alpha_j\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix}(n-D_c) & -D_s\\ -D_s & (n+D_c)\end{bmatrix};$$

$$D_c=\sum_{j=1}^{n}\cos 2\alpha_j;\; D_s=\sum_{j=1}^{n}\sin 2\alpha_j;\; [E_c]=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}.$$

Эти же уравнения могут быть выписаны и через суммарные ОК АБУ $\{f_a\}$ в форме (15), для чего следует выполнить замену переменных (16).

Тогда обобщенная система уравнений возмущенного движения МС примет вид:

$$[M_\Sigma]\{\delta\ddot{q}\}+[H]\{\delta\dot{q}\}+[K]\{\delta q\}+mR\begin{Bmatrix}\{0\}\\ \{\ddot{f}_a\}\end{Bmatrix}=\{0\};$$

$$\{\ddot{f}_a\}+[H_\varphi]\{\dot{f}_a\}-[K_\varphi]\{f_a\}+ \qquad (18)$$

$$+\frac{1}{2R}[T][d_c][T]^{-1}\{\delta\ddot{q}_a\}=\{0\},$$

где

$$[H_\varphi]=\begin{bmatrix}h_\varphi & 2\omega\\ -2\omega & h_\varphi\end{bmatrix};\; [K_\varphi]=\begin{bmatrix}\omega^2 & -h_\varphi\omega\\ h_\varphi\omega & \omega^2\end{bmatrix}.$$

Отметим, что матрица $[d_c]$, входящая в (17) и (18), характеризует общее геометрическое расположение всех КГ в АБУ в режиме идеальной автобалансировки. Она имеет физический смысл суммарного тензора инерции автобалансира относительно поперечных осей вращающегося ротора.

Полученные системы линейных уравнений движения МС в форме (17) или в форме (18) являются замкнутыми и, в отличие от (13), содержат минимально возможное число уравнений и независимых ОК, равное $(n_r + 2)$, причем независимо от числа КГ n. Соответственно анализ устойчивости автобалансировки можно выполнять по части ОК МС (а не по всем), что расширяет его возможности.

Структурно система уравнений возмущенного движения (17) (или (18)) разделяется на уравнения движения подсистемы ОРМ и подсистемы АБУ. Взаимосвязь между подсистемами в целом носит несимметричный инерционный характер. Причем подсистема ОРМ влияет на движения КГ только через силы инерции движения точки А крепления автобалансира (ускорения $\{\delta\ddot{q}_a\}$). Кроме того, особенностью системы (17) является отсутствие восстанавливающей силы в подсистеме КГ АБУ.

В общем случае система уравнений возмущенного движения в форме (17) или (18) содержит периодические коэффициенты. Частота изменения этих коэффициентов в системе (17) равна ω, а в системе (18) – 2ω. Периодические коэффициенты входят во внедиагональные подматрицы связей между подсистемами МС, причем в форме матриц $[T]$ перехода к вращающейся системе координат. Будучи линейными, полученные уравнения движения допускают принципиальную возможность перехода к уравнениям с постоянными коэффициентами. В случае если роторная машина обладает осесимметричными свойствами, то это осуществляется путем перехода к вращающейся системе координат.

Обратим внимание также на следующую особенность уравнений движения в форме (18). В случае, если геометрическая матрица $[d_c]$ пропорциональна единичной матрице, система (18) принимает вид уравнений с постоянными коэффициентами, причем без трудоемкого перехода к вращающейся системе координат и для любой ОРМ. Такой частный случай расположения КГ в АБУ вполне возможен, более того по меньшей мере для простейшего ротора с автобалансиром он является самым неблагоприятным с точки зрения устойчивости [2, 4, 6].

Таким образом, исследование устойчивости в таком частном (особом) случае, с одной стороны, упрощается, а с другой стороны, вполне достаточно с практической точки зрения. Подобный подход в частности в работе [8] позволил впервые получить точное аналитическое решение для границы устойчивости автобалансировки простейшего ротора с многомассовым автоабалансиром.

Заключение

Таким образом, в работе получены обобщенные уравнения движения роторных машин с многомассовым автобалансиром, выявлены особенности их структуры и показаны возможности повышения эффективности исследования устойчивости автобалансировки. Результаты получены на основе единого общего подхода и применимы для роторных машин весьма широкого класса.

Литература

1. Нестеренко В.П. Автоматическая балансировка роторов приборов и машин со многими степенями свободы / В.П. Нестеренко. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 1985. – 84 с.

2. Філімоніхін Г.Б. Зрівноваження і віброзахист роторів автобалансирами з твердими коригувальними вантажами / Г.Б. Філімоніхін. – Кіровоград: КНТУ, 2004. – 352 с.

3. Філімоніхін Г.Б. Методика складання диференціальних рівнянь руху роторних систем з автобалансирами і її застосування до системи ротор – масивний корпус – автобалансир / Г.Б.Філімоніхін, В.В.Гончаров // Зб. наук. праць КНТУ, 2009, Вип. 22. – С. 357-363.

4. Горбенко А.Н. Об устойчивости автобалансировки ротора с помощью шариков / А.Н. Горбенко // Проблемы прочности – 2003. – № 3 (363). – С. 120-129.

5. Горбенко А.Н. О формах собственных колебаний механической системы «ротор – автобалансир» / А.Н. Горбенко // Вибрации в технике и технологиях – 2007. – №2 (47). – С. 43-47.

6. Горбенко А.Н. Изменение границы устойчивости автобалансировки ротора шарами в процессе эксплуатации / А.Н. Горбенко // Авиационно-космическая техника и технология. – 2008. – №8 (55). – С. 156-159.

7. Горбенко А.Н. Основы общего подхода к анализу устойчивости роторных машин с пассивным автобалансиром / А.Н. Горбенко; Керченский гос. морской технол. ун-т. – Керчь, 2008. – 52с. – Рус. – (Деп. в ГНТБ Украины 07.07.2008, №108 – Ук2008).

8. Горбенко А.Н. Аналитическая оценка эксплуатационной устойчивости автобалансировки ротора на основе точного решения частной задачи / А.Н. Горбенко // Двигатели внутреннего сгорания. – 2009. – № 2. – С. 109-114.

Поступила в редакцию 1.06.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф., проф. кафедры А.А. Кислый, Керченский государственный морской технологический университет, Керчь, Украина.

ЗАГАЛЬНА СТРУКТУРА РІВНЯНЬ РУХУ РОТОРНИХ МАШИН З АВТОБАЛАНСИРОМ ПАСИВНОГО ТИПА

О.М. Горбенко

У роботі розглядається проблема нелінійної стійкості багатомасового автобалансуючого пристрою пасивного типа, встановленого на довільну роторну машину. Запропонована класифікація узагальнених координат, на основі чого отримана загальна математична модель руху механічної системи. Отримана узагальнена система рівнянь збудженого руху. Показана можливість скорочення числа рівнянь і незалежних змінних для дослідження стійкості автобалансування. Виконаний аналіз структури узагальненої системи рівнянь руху. Розглянуті особливості деяких окремих випадків.

Ключові слова: роторна машина, ротор, автобалансування, автобалансир, рівняння руху, стійкість.

THE GENERAL STRUCTURE OF THE MOVEMENT EQUATIONS OF ROTOR MACHINES WITH THE AUTOBALANCER OF PASSIVE TYPE

A.N. Gorbenko

The problem of nonlinear stability of the multimass autobalancing device of the passive type installed on rotor machines car is considered in the article. Classification of the generalized coordinates of mechanical system is offered and the general mathematical model of its movement is received. The generalized system of the equations of the perturbed movement is received. Possibility of cutting-down of number of the equations and independent variables for stability researching of autobalancing is shown. The analysis of structure of the generalized system of the equations of movement is made. Features of some special cases are considered.

Key words: rotor machine, rotor, autobalancing, the passive autobalancer, the movement equations, stability.

Горбенко Александр Николаевич – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры судовых энергетических установок Керченского государственного морского технологического университета, Керчь, Украина, e-mail: gan@kerch.net., www.gorbenko-a-n.narod.ru.