

УДК 669.293.782.018.44

Ю.Б. НАЗАРЕНКО

Федеральное Государственное унитарное предприятие «Научно-производственный центр Газотурбостроения» «Салют», Россия

### ПЛОСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ВРАЩАЮЩИХСЯ РОТОРОВ ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ НА АНИЗОТРОПНО УПРУГИХ ОПОРАХ

Рассматриваются плоские колебания вращающихся роторов на анизотропных упругих опорах. При вращении роторов на анизотропно упругих опорах возникают гармонические нагрузки, которые действуют на вал и на диски роторов с частотой, равной удвоенной частоте вращения ротора, и возбуждают колебания роторов. В результате рассмотрения уравнений динамического равновесия вращающегося ротора на анизотропно упругих опорах при реализации им плоских колебаний разработана методика определения критических частот вращения ротора, основанная на создании эквивалентной модели, позволяющей простым путем с применением метода конечных элементов (МКЭ) получать искомые результаты при определении собственных частот колебаний ротора.

**Ключевые слова:** ротор, вал, роликовый подшипник, критическая частота вращения ротора, плоские колебания, собственная частота колебаний, анизотропно упругие опоры, дисбаланс ротора, гармонические нагрузки, регулярная прецессия, синхронная прецессия.

#### Введение

Динамические расчеты вращающихся роторов ограничиваются, как правило, рассмотрением регулярной прецессии. При синхронной прецессии изогнутая ось вала вращается с частотой вращения ротора и не совершает физических колебаний. Возникновение в этом случае физических колебаний ротора невозможно, так как центробежные силы будут этому препятствовать.

В работе [1, 2] рассматривалась возможность возникновения плоских колебаний при создании ударных нагрузок на опоре.

В данной работе рассматривается возможность возникновения плоских колебаний во вращающихся роторах на анизотропно упругих опорах. Это возможно при появлении в системе возмущающей силы, действующей синхронно с колебаниями.

Плоские колебания приводят к возникновению новой критической частоты, которая не определяется традиционными методами расчета [3, 4].

#### 1. Кинематика движения ротора на анизотропно упругих опорах

Рассмотрим кинематику движения ротора на анизотропно упругой опоре и критику ротора по первой изгибаемой форме колебаний.

Для оценки траектории движения ротора на анизотропно упругой опоре «В» и влияния анизотропии на изгиб вала рассмотрим вал с одним диском (рис. 1).

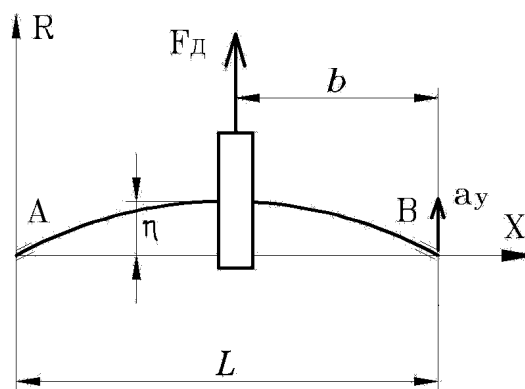


Рис. 1. Расчетная схема приложения силы к диску и на опоре

При действии на диск центробежной силы  $F_d$  при его дисбалансе на опоре В будет действовать сила равная  $F_B = F_d * (L - b) / L$ .

На изотропной опоре перемещения ротора, на опоре составит

$$R_0 = \frac{M * \eta * \omega^2 * (L - b)}{C_0 * L}, \quad (1)$$

где  $M$  – масса диска;

$\eta$  – смещение центра масс диска относительно его оси вращения;

$\omega$  – круговая частота вращения ротора;

$C_0$  – жесткость изотропной опоры.

В случае анизотропных опор при различных жесткостях опор в направлении X и Y ротор на опоре будет совершать эллиптическое движение (рис. 2).

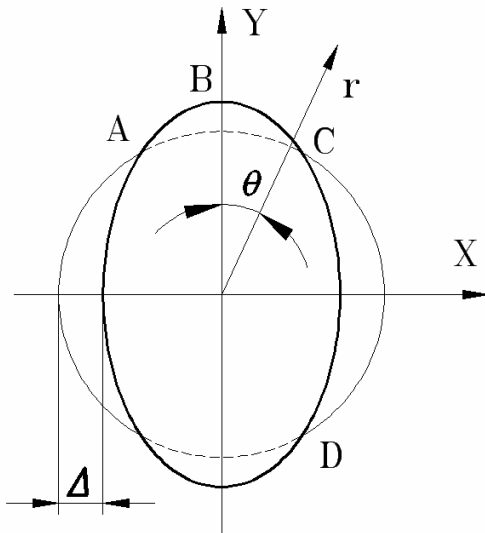


Рис. 2. Кинематика движения ротора на анизотропно упругой опоре

Уравнение перемещения оси вала ротора в цилиндрических координатах на анизотропно упругой опоре от центробежной силы опишем тригонометрической функцией

$$R = R_0 + \Delta * \cos(2\omega t), \tag{2}$$

где  $\Delta$  – амплитуда (максимальное значение) отклонения траектории вращения вала от круговой формы на опоре;  $t$  – время движения.

При отклонении траектории движения ротора от кругового движения на опоре будет возникать дополнительная реакция

$$F = \Delta F * \cos(2\omega t) \tag{3}$$

и дополнительное линейное ускорение  $a = \Delta F/m$  (где  $m$  – масса ротора, приходящаяся на анизотропную опору).

Амплитуду отклонения траектории вращения от круговой формы определим как перемещение от действия дополнительного ускорения при вращении ротора от т. А до т. В (начало координат смещаем в т. А)

$$\Delta = \int_0^{T/8} (\Delta F/m) * \cos 2(\omega t - \pi/4) * t * dt = (\Delta F/m) * (1/2\omega)^2 * [(-2\omega * t) * \sin 2(\omega t - \pi/4) + \cos 2(\omega t - \pi/4)] = \frac{(\Delta F/m)}{(2\omega)^2} \tag{4}$$

На первом этапе принимаем амплитуду изменения дополнительной силы без учета радиального перемещения вала ротора на опоре

$$\Delta F = \frac{F_B * (C_X - C_Y)}{(C_X + C_Y)}, \tag{5}$$

где  $C_X$  и  $C_Y$  – жесткости опоры в направлении осей X и Y.

Подставляя (5) в (4), получим амплитуду отклонения траектории вращения вала от круговой формы на опоре и уточненное значение амплитуды отклонения дополнительной силы

$$\Delta F = \frac{F_B * (C_X - C_Y)^2}{8 * \omega^2 * m * (C_Y + C_X)}. \tag{6}$$

При этом при перемещении ротора от т. А до т. С на опоре будет действовать сила и ускорение, направленные в ту же сторону, что и прогиб вала.

Это ускорение приведет к уменьшению центробежной силы, вызывающей прогиб вала. Вал в этом случае будет уменьшать свой прогиб.

При перемещении ротора от т. С до т. D дополнительная сила на опоре будет действовать навстречу центробежной силе от неуравновешенной массы диска и в этом случае будет происходить увеличение прогиба вала.

Кроме этого, дополнительная сила, возникающая из-за разности жесткостей в ортогональных направлениях, будет возбуждать вынужденные колебания ротора с удвоенной частотой его вращения.

## 2. Плоские колебания вращающегося ротора на анизотропных опорах

Для определения условия потери устойчивости ротора на критической частоте при возмущающей силе, действующей с удвоенной частотой вращения ротора, рассмотрим уравнения динамического равновесия инерционных и упругих сил вала одного диска при невращающемся роторе (рис. 3).

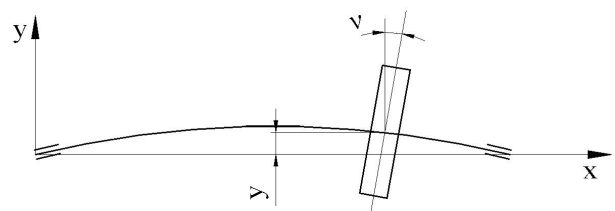


Рис. 3. Расчетная схема ротора с одним диском

$$m \ddot{y} + \alpha y - \delta v = 0 \tag{7}$$

$$J_c \ddot{v} - \gamma y + \beta v = 0,$$

где  $\alpha$  и  $\gamma$  – поперечная сила и момент от единичного прогиба вала вместе установки диска;

$\delta$  и  $\beta$  – поперечная сила и момент от единичного углового смещения диска;

$m$  и  $J_c$  – масса и осевой момент инерции диска;

$y$  и  $v$  – поперечное перемещение и угол поворота диска.

Подставляя решение уравнений (7) в виде  $y=y_0 \cos 2pt$  и  $v=v_0 \cos 2pt$ , получим

$$\begin{aligned} -4mp^2 y_0 + \alpha y_0 - \delta v_0 &= 0; \\ -4J_c p^2 v_0 - \eta y_0 + \beta v_0 &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $y_0$  и  $v_0$  – амплитуда поперечных и угловых перемещений плоских колебаний;  $p$  – частота колебаний.

Для вращающегося диска в системе координат, связанной с ним (совершающей круговое движение с частотой  $\omega$ ), в уравнение (8) необходимо добавить центробежные силы и гироскопический момент

$$\begin{aligned} m \ddot{y} + m\omega^2 y + \alpha y - \delta v &= 0; \\ J_c \ddot{v} - (J_p \lambda - J_c \omega) v \lambda - \eta y + \beta v &= 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $J_p$  – полярный момент инерции;  $\lambda$  – частота прецессии.

Во вращающейся системе координат ротор совершает два движения: круговое вращение и гармоническое колебание.

Принимая для тонких дисков  $J_c = J_p/2$  и рассматривая прецессию как синхронную при изменяющихся значениях поперечных и угловых перемещений в соответствии с фазой колебаний, получим значение гироскопического момента

$$M = (J_p \lambda - J_c \omega) v \lambda = -J_c v \omega^2. \quad (10)$$

Подставляя решение уравнений (9) в виде  $y=y_0 \cos 2\omega t$  и  $v=v_0 \cos 2\omega t$  и после упрощений (10), получим уравнение плоских колебаний вращающегося ротора

$$\begin{aligned} -5m\omega^2 y_0 + \alpha y_0 - \delta v_0 &= 0; \\ -3J_c \omega^2 v_0 - \eta y_0 + \beta v_0 &= 0, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $y_0$  и  $v_0$  – амплитуда поперечных и угловых перемещений плоских колебаний вращающегося ротора.

Как видно из уравнений (11), при возбуждении колебаний дисков ротора силой, вызванной анизотропией опоры, с частотой колебаний равной удвоенной частотой его вращения, критическую частоту вращения ротора можно рассчитать как собственную частоту неподвижного ротора при увеличении осевого момента инерции дисков в три раза и увеличения их массы в пять раз.

Произведем расчет критической частоты вращения вала с одним диском при его удалении от анизотропно-упругой опоры на расстояние  $b=L/4$ .

Принимаем вал с изгибной жесткостью  $EJ=1,66 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$  при его длине  $L=1000 \text{ мм}$  и погонной массе  $5,3 \text{ кг/м}$ . Диск с массой  $30,6 \text{ кг}$  и осевым моментом инерции  $0,48 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .

Критическая частота вращения ротора составит  $46,2 \text{ Гц}$ , а собственная частота плоских колебаний –  $92,4 \text{ Гц}$  (рис. 4). При этом критическая частота ротора на изотропных опорах составляет  $107,9 \text{ Гц}$ .

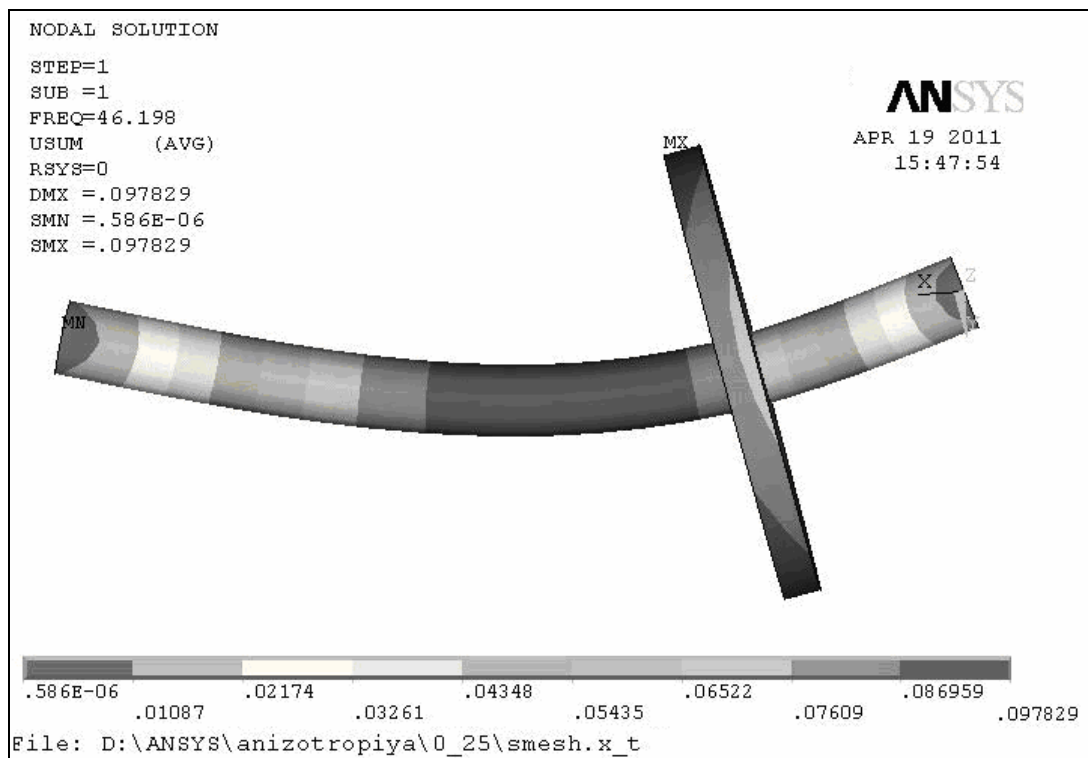


Рис. 4. Критическая частота вала с одним диском при его удалении от анизотропной опоры на расстоянии  $b = L/4$

### Заключение

Как видно из проведенных исследований наличие анизотропии опор приводит к возникновению возбуждающей силы с удвоенной частотой вращения ротора, которая даже в отсутствии резонанса возбуждает вынужденные колебания ротора с удвоенной частотой его вращения.

Данное явление неоднократно наблюдалось и фиксировалось методами вибродиагностики в спектре частот на корпусах работающих двигателей.

### Литература

1. Назаренко Ю.Б. Проблемы надежности межроторного подшипника при динамическом

взаимодействии роторов двухвалных турбореактивных двигателей / Ю.Б. Назаренко, Л.Ф. Светашова // Двигатель (ЦИАМ). – 2010. – №3. – С. 32-34.

2. Назаренко Ю.Б. Критические частоты роторов газотурбинных двигателей при ударных нагрузках на опорах / Ю.Б. Назаренко, Л.Ф. Светашова // Вестник двигателестроения. – 2010. – №2. – С. 146-149.

3. Хронин Д.В. Теория и расчет колебаний в двигателях летательных аппаратов / Д.В. Хронин. – М.: Машиностроение, 1970. – 411 с.

4. Биргер И.А. Расчет на прочность деталей машин: справочник / И.А. Биргер, Б.Ф. Шорр, Г.Б. Иосилевич. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1979. – 702 с.

Поступила в редакцию 25.05.2011

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. М.Е. Колотников, Генеральный конструктор ФГУП «НПЦ Газотурбостроения «Салют», Москва, Россия.

## ПЛОСКІ КОЛИВАННЯ РОТОРІВ ГАЗОТУРБІННИХ ДВИГУНІВ НА АНІЗОТРОПНИХ ПРУЖНИХ ОПОРАХ ПРИ ЇХ ОБЕРТАННІ

*Ю.Б. Назаренко*

Розглядаються плоскі коливання роторів на анізотропно-пружних опорах при їх обертанні. При обертанні роторів на анізотропно-пружних опорах виникають гармонічні навантаження, які, діючи на вал та на диски роторів з частотою, яка дорівнює подвійній частоті обертання ротора, збуджують коливання останнього. В результаті розгляду рівнянь динамічної рівноваги ротора на анізотропно-пружних опорах при реалізації ним плоских коливань розроблена методика визначення критичних частот обертання ротора, яка основана на створенні еквівалентної моделі, дозволяючої простим шляхом із застосуванням методу кінцевих елементів (МКЕ) одержати шукані результати при визначенні власних коливань ротора.

**Ключові слова:** ротор, вал, роликівий підшипник, критична частота обертання ротора, плоскі коливання, власна частота коливань, анізотропно-пружні опори, дисбаланс ротора, гармонічні навантаження, регулярна прецесія, синхронна прецесія.

## THE PLANAR VIBRATIONS OF THE ROTATING GAS TURBINE ENGINE ROTORS ON THE ANISOTROPIC ELASTIC SUPPORT BEARINGS

*Yu.B. Nazarenko*

In this article the analysis of the planar vibrations of the rotating rotors on the anisotropic elastic support bearings is presented. During the rotor rotation on the anisotropic elastic support bearings the harmonic loads are brought about; these harmonic loads influence the shaft and the rotor discs with a frequency equal to a duplicated frequency of the rotor rotation and excite the rotor oscillations. The analysis of the equation of the dynamic balance of the rotating rotor on the anisotropic elastic support bearings in the process of rotor's planar vibrations gave the opportunity to create a method of estimating the value of critical revolution frequency of the rotors, based on elaboration of the equivalent model, which provides a means of rotor's self-resonant frequency calculation with a simple procedure using Finite element analysis (FEA).

**Key words:** rotor, bearing shaft, roller bearing, critical revolution frequency of the rotor, planar vibrations, self-resonant frequency, anisotropic elastic support bearings, rotor imbalance, harmonic loads, regular precession, synchronous precession.

**Назаренко Юрий Борисович** – канд. техн. наук, ведущий конструктор ФГУП «НПЦ Газотурбостроения «САЛЮТ», Москва, Россия.