УДК 681.518.5

В.М. ГРУДИНКИН[1], В.Ф. МИРГОРОД[1], В.А. КАЧУРА[2]

[1]***ОАО «Элемент», Одесса, Украина***
[2]***ОАО «Мотор Сич», Запорожье, Украина***

СРЕДСТВА МОДЕЛЬНОЙ ПОДДЕРЖКИ ПРОЦЕССОВ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ И ПРОГРАММНО-ТЕХНИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ ДЛЯ ИСПЫТАНИЙ ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

В работе предлагается усовершенствование известных и создание новых математических моделей процессов управления и контроля параметров таких сложных нелинейных многорежимных объектов, какими являются газотурбинные двигатели и силовые установки на их основе. Путем линеаризации в окрестностях рабочей точки получена линейная математическая модель пространства состояний, являющаяся моделью приближенной динамики в отклонениях. Математическая модель процесса управления и контроля параметров исследуемого объекта создается как модель динамических отклонений от перемещающейся рабочей точки на его статической характеристике и является следящей системой с астатизмом первого порядка относительно семейства статических характеристик.

Ключевые слова: *математическая модель пространства состояний, статическая характеристика, модель процесса управления и контроля параметров, следящая система, ряд Тейлора.*

Введение

Проблемным вопросом создания средств модельной поддержки (СМП) процессов стендовых испытаний газотурбинных двигателей (ГТД) является выбор такой совокупности математических моделей (ММ) изменения их состояния, которая позволила бы получать оценки непосредственно неизмеряемых параметров (выходных переменны), таких как мощность, тяга запас газодинамической устойчивости и других, для формирования электронного формуляра двигателя, определения характеристик объекта в широком диапазоне условий эксплуатации, замещая трудоемкие этапы стендовых испытаний компьютерным моделированием. Важные научно-практические задачи состоят в обосновании компромисса между точностью оценок и вычислительной сложностью компьютерно реализуемых моделей изменения состояния ГТД в установившихся и переходных режимах.

Известные теоретические ММ термогазодинамических процессов превращения энергии в ГТД [1, 2] обеспечиваю высокую точность получения требуемых оценок, однако требуют задания множества входных параметров и значительных вычислительных ресурсов для численной реализации таких моделей. Феменологические кусочно-линейные динамические модели (КЛДМ) пространства состояний [1, 3 – 5] в большей степени соответствуют требованиям реализации в реальном времени, однако ошибки моделирования при использовании таких ММ существенно превышают ошибки измерительных каналов (ИК) для непосредственно измеряемых параметров ГТД.

Целью настоящей работы является структурно-параметрическое обоснование ММ управляемых процессов изменения состояния ГТД в форме, соответствующей требованиям численной реализации непосредственно в составе ПТК испытаний.

Основные результаты

Первым этапом получения ММ процессов управления ОЭ является линеаризация в окрестностях k-ой рабочей точки нелинейной модели пространства состояний [1,4] в виде векторно-матричных уравнений к линейной математической модели пространства состояний (ММПС)

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\vec{x}_m}{dt} &= A_k x_m + B_k \vec{u}_m; \\ \vec{y}_m &= C_k \vec{x}_m + D_k \vec{u}_m, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где A_k, B_k, C_k, D_k – матрицы Якоби в выбранной рабочей точке, зависящие от

$$\vec{x}_k, \vec{u}_k, \vec{v}_k, \vec{x}_m = \vec{x} - \vec{x}_k, \vec{u}_m = \vec{u} - \vec{u}_k, \vec{y}_m = \vec{y} - \vec{y}_k .$$

ММПС [4] является моделью приближенной динамики в отклонениях. Ее достоинства определяются универсальностью применения и удачной формой, т.к. основные методы современной теории управления ориентированы именно на такую исходную форму ММ процессов управления и позволяют решать задачи оптимальной оценки состояния, идентификации, а также оптимального синтеза законов управления по различным критериям. Однако указанная ММПС имеет ряд недостатков. Статическая точность ММПС определяется уравнением

$$A_k \vec{x}_{st} + B_k \vec{u}_{st} = 0, \qquad (2)$$

откуда следует $\vec{x}_{st} = A_k^{-1} B_k \vec{u}_{st} = S_k \vec{u}_{st}$.

Условие (2) удовлетворяется лишь в точках заранее заданных установившихся режимов. Наибольшая ошибка статики ММПС будет в том случае, если установившийся режим возникает ранее в точке $\vec{u}_{st} = \vec{u}_k - \delta\vec{u}$. При этом ММПС обуславливает искусственный гистерезис СХ, что является крайне неблагоприятным фактором. Так как в ММПС вид СХ не учитывается в явной форме, то результаты решения (2) могут не совпадать и на практике не совпадают с экспериментально полученными СХ.

Допустим, что семейство СХ получено экспериментально в функции от режимной переменной:

$$\vec{x}_{st} = \vec{x}_{st}(s) = \phi_1(s);\ \vec{y}_{st} = \vec{y}_{st}(s) = \phi_2(s).$$

Уравнения объекта в параметризованном и приведенном к стандартным атмосферным условиям виде могут быть представлены следующим образом

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\vec{x}}{dt} &= \vec{f}_1\left(\vec{x}, \vec{u}(s), s\right); \\ \vec{y} &= \vec{f}_2\left(\vec{x}, \vec{u}(s), s\right), \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

где $\vec{x}$ – вектор состояния; $\vec{u}$ – вектор управления; $\vec{y}$ – вектор наблюдения; $\vec{f}_1$ и $\vec{f}_2$ – нелинейные вещественные векторные функции.

Будем полагать, что в окрестности исследуемого установившегося режима, соответствующего на СХ точке $s_k, \vec{x}_{st}(s_k), \vec{y}_{st}(s_k)$, отклонения $\Delta\vec{u}$ не имеют места.

Выполним линеаризацию (3):

$$\left.\begin{aligned} \vec{f}_1(\vec{x},s) &\approx \vec{f}_1\left[\vec{x}_{st}(s_k), s_k\right] + J_{1xk}\left[\vec{x} - \vec{x}_{st}(s_k)\right] + \vec{j}_{1sk}(s - s_k); \\ \vec{f}_2(\vec{x},s) &\approx \vec{f}_2\left[\vec{x}_{st}(s_k), s_k\right] + J_{2xk}\left[\vec{x} - \vec{x}_{st}(s_k)\right] + \vec{j}_{2sk}(s - s_k), \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

где $\vec{j}_{1sk}, \vec{j}_{2sk}$ – градиенты правых частей уравнений (3) по режимной переменной. Для установившегося режима $\begin{aligned} &\vec{f}_1\left[\vec{x}_{st}(s_k), s_k\right] = 0 \\ &\vec{f}_2\left[\vec{x}_{st}(s_k), s_k\right] = \vec{y}_{st}(s_k) \end{aligned}$ поэтому из (4) следует ММ пространства состояний:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{x}}{dt} &= J_{1x}\left[\vec{x} - \vec{x}_{st}(s_k)\right] + \vec{j}_{1s}(s - s_k); \\ \vec{y} &= \vec{y}_{st} + J_{2x}\left[\vec{x} - \vec{x}_{st}(s_k)\right] + \vec{j}_{2s}(s - s_k). \end{aligned} \qquad (5)$$

Для существования стационарного режима требуется выполнение условия

$$\left.\frac{d\vec{f}}{ds}\right|_{s_k} = \left.\frac{\partial\vec{f}}{\partial s}\right|_{s_k} + \left.\frac{\partial f}{\partial\vec{x}}\right|_{\vec{x}(s_k)} \bullet \left.\frac{d\vec{x}_{st}(s)}{ds}\right|_{s_k} = 0,$$

откуда следует соотношение:

$$\vec{j}_{sk} + J_{xk} \left.\frac{d\vec{x}_{st}(s)}{ds}\right|_{sk} = 0,$$

позволяющее представить (4) следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\vec{x}}{dt} &= J_{1x}\left[\vec{x} - \vec{x}_{st}(s_k)\right] - \frac{d\vec{x}_{st}(s)}{ds}\bigg|_{s_k}(s - s_k); \\ \vec{y} &= \vec{y}_{st}(s_k) + J_{2x}\left[\vec{x} - \vec{x}_{st}(s_k)\right] - \frac{d\vec{x}_{st}(s)}{ds}\bigg|_{s_k}(s - s_k). \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

ММ в виде (6) является усовершенствованием известных моделей и имеет следующие достоинства: в явном виде учитывается вид СХ и их крутизна в рабочих точках; число идентифицируемых матриц сокращается наполовину; модель организована по принципу следящей системы, и при изменении положения рабочей точки на СХ, отслеживает такое изменение.

Следует заметить, что дополнительное слагаемое в скобках правой части является линейным приближением реальной функции СХ в виде ряда Тейлора, поэтому при задании СХ естественно заменить такое приближение истинным значением:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{x}}{dt} &= J_{1x}\left[\vec{x} - \vec{x}_{st}(s)\right]; \\ \vec{y} &= \vec{y}_{st} + J_{2x}\left[\vec{x} - \vec{x}_{st}(s)\right]. \end{aligned} \qquad (7)$$

При учете дополнительных управляющих воздействий ММСС типа (7) имеет вид, представленный блок-схемой на рис. 1.

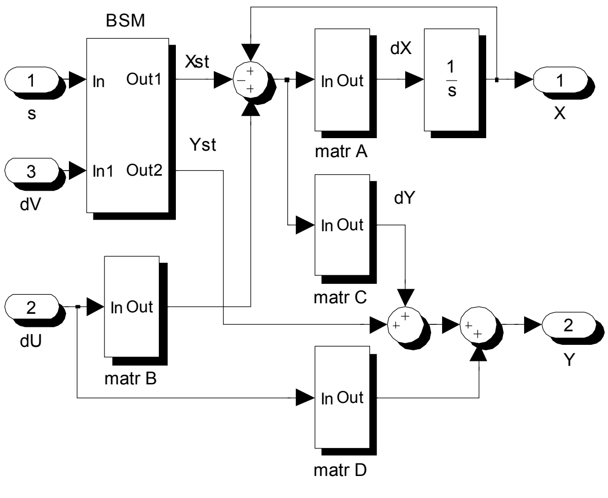

Рис. 1. Блок-схема ММСС

ММ (7) является параметризованной, линейной по координатам состояния и нелинейной по режимной переменной, поскольку выражение в квадратных скобках представляет собой разложение в ряд Тейлора функции СХ. Пренебрегая остатками ряда, из последнего выражения получаем ММ в виде следящей системы, которая описывается уравнениями в параметрической форме относительно *s*. Центральной идеей (гипотезой) построения новых ММ является динамическое слежение за СХ, т.е. ММ создается в виде ММ динамических отклонений от перемещающейся рабочей точки на СХ. Блок-схема такой ММ приведена на рис. 1. Такая ММ является по своей структуре следящей системой с астатизмом первого порядка относительно семейства СХ и обозначается далее ММСС. На рис. 1 блок формирования СХ обозначен как BSM.

Важнейшей отличительной особенностью ММСС, является включение матрицы А не в обратную связь, как в ММПС и в КЛДМ, а в канал сигнала ошибки (невязки) между текущим значением, вычисленным по СХ, и выходным значением координаты состояния. В работе [6] приведено детальное обоснование ММ вида (7) на основе оценки нелинейных членов ряда Тейлора и условия ее применения, в частности, в виде полиномиальной аппроксимации СХ, для которой выполняются условия залегания первого и высших порядков вплоть до порядка полиномов аппроксимации.

Математическая модель (7), является обобщением ранее рассмотренных моделей. Если функция, описывающая статические характеристики, разлагается в ряд Тейлора с удержанием линейных членов, то получается ММ вида (7). Если выполняются условия залегания первого порядка, то получается классическая ММПС вида (1). Если СХ заданы в табличном виде, являются кусочно-постоянными, то указанная функция является кусочно-постоянной, и, соответственно ММ (7) переходит в КЛДМ вида.

Для динамического контроля состояния в переходных режимах предлагаемая дифференциальная ММСС в виде (7) допускает решение задачи оценки состояния с помощью следующего наблюдателя

$$\frac{d\vec{x}_m}{dt} = A_m\left(\vec{x}_m - \vec{x}_{stm}\right) + B_m\Delta\vec{u} + K\left(\Delta\vec{y} - \Delta\vec{y}_m\right);$$
$$\Delta\vec{y}_m = \vec{y}_m - \vec{y}_{stm} = C_m\left(\vec{x}_m - \vec{x}_{stm}\right) + D_m\Delta\vec{u}, \tag{8}$$

где индекс m обозначает принадлежность переменных и матриц наблюдателю.

При условии точного воспроизведения моделей статики и динамики, а также $\vec{x}_{stm} = \vec{x}_{st}, \vec{y}_{stm} = \vec{y}_{st}$, уравнение ошибки наблюдения записывается в виде, совпадающем с наблюдателями в классе ММПС

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{x} - \vec{x}_m\right) = \left(A - KC\right)\left(\vec{x} - \vec{x}_m\right), \tag{9}$$

что дает возможность путем выбора матрицы *K* синтезировать наблюдатель с требуемым временем обучения.

Как это следует из (8), (9), характеристики наблюдателя определяются соответствием его параметров в виде ММСС реальным параметрам объекта (в особенности виду СХ). На практике такое отличие всегда имеется, т.к. СХ устанавливаются в процессе стендовых испытаний и их получению сопутствуют ошибки измерения, вариации режимной переменной и другие случайные факторы.

Результаты таких измерений допустимо представить в виде

$$\vec{x}_{st} = \vec{x}_{sts} + \delta\vec{x}_{st};$$
$$\vec{y}_{st} = \vec{y}_{st} + \delta\vec{y}_{st},$$

где $\vec{x}_{sts}, \vec{y}_{sts}$ – известные детерминированные функции режимной переменной; $\delta\vec{x}_{st}, \delta\vec{y}_{st}$ – независимые случайные компоненты, для которых предполагается справедливым допущение о нормальности распределения с известными дисперсиями.

Введя обозначения

$$\vec{v}_1 = -A\delta\vec{x}_{st};$$
$$\vec{v}_2 = -C\delta\vec{x}_{st} + \delta\vec{y}_{st},$$

получаем согласно (8) уравнения движения в виде

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = A\Delta\vec{x} = B\Delta\vec{u} + \vec{v}_1;$$
$$\Delta\vec{y} = C\Delta\vec{x} + D\Delta\vec{u} + \vec{v}_2,$$

которые позволяют рассматривать оптимальный наблюдатель при коррелированных возмущениях, соответствующий фильтру Калмана-Бьюиси, со следующим решением

$$K(t) = \left[P(t)C^T + V_{12}\right]V_2^{-1},$$

где $P(t)$ – решение матричного уравнения Риккатти:

$$\frac{dP(t)}{dt} = \left[A - V_{12}V_2^{-1}C\right]P(t) + P(t)\left[A - V_{12}V_2^{-1}C\right]^T -$$
$$-P(t)C^T V_2^{-1}CP(t) + V_1 - V_{12}V_2^{-1}V_{12}^T,$$

где V_1, V_2, V_{12} – матрицы дисперсий.

Так как матрицы, входящие в это уравнение, известны для каждой рабочей точки, то решение уравнения Риккатти может быть получено заблаговременно. Рассматриваемый стохастический оптимальный наблюдатель реализуется в окрестности некоторого установившегося режима, для которого коэффициенты матриц модели принимаются постоянными.

Заключение

Предложенные в работе новые формы ММ процессов управления и контроля параметров ГТД представляют собой аппроксимационное преобразование ММПС и имеют предпочтение при получении оценок неизмеряемых и косвенно измеряемых параметров в бортовых и наземных средствах управления, контроля и диагностики.

Дальнейшее усовершенствование предлагаемых форм ММ может быть достигнуто путем применения соответствующих методов оценки матриц в моделях пространства состояний непосредственно по базам данных эксплуатации, а также путем повышения точности оценок статических характеристик.

Литература

1. *Синтез систем управления и диагностирования газотурбинных двигателей / С.В. Епифанов, В.И. Кузнецов, И.И. Богаенко и др. – К.: Техника, 1998. – 312 с.*
2. *Оптимизация многомерных систем управления газотурбинных двигателей / А.А. Шевяков, Т.С. Мартьянова и др. – М.: Машиностроение, 1989. – 256 с.*
3. *Гольберг Ф.Д. Математические модели газотурбинных двигателей как объектов управления / Ф.Д. Гольберг, А.В. Батенин. – М.: МАИ, 1999. – 80 с.*
4. *Лейбов Р.Л. Системы с неопределенными собственными значениями / Р.Л. Лейбов. – М.: Изд-во асс. строит. вузов, 2006. – 184 с.*
5. *Марковские модели сложных динамических систем: идентификация, моделирование и контроль состояния / Г.Г. Куликов, П.Дж. Флеминг, Т.В. Брейкин и др. – Уфа.: Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т, 1998. – 104 с.*
6. *Миргород В.Ф. Эквивалентные формы линейных математических моделей процессов управления объектами энергетики / В.Ф. Миргород, И.М. Гвоздева // Електромашинобудування та електрообладнання. – К., 2010. – Вип. 76. – С. 180-86.*

Поступила в редакцию 16.05.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. С.А. Положаенко, Одесский национальный политехнический университет, Одесса, Украина.

ЗАСОБИ МОДЕЛЬНОЇ ПІДТРИМКИ ПРОЦЕСІВ ПРОЕКТУВАННЯ ЕЛЕКТРОННИХ СИСТЕМ І ПРОГРАМНО-ТЕХНІЧНИХ КОМПЛЕКСІВ ДЛЯ ВИПРОБУВАНЬ ГАЗОТУРБІННИХ ДВИГУНІВ

В.М. Грудинкін, В.Ф. Миргород, В.А. Качура

У роботі пропонується удосконалення відомих і створення нових математичних моделей процесів управління і контролю параметрів таких складних нелінійних багаторежимних об'єктів, якими є газотурбінні двигуни та силові установки на їх основі. Шляхом лінеаризації в околицях робочої точки отримана лінійна математична модель простору станів, що є моделлю наближеною динаміки у відхиленнях. Математична модель процесу управління і контролю параметрів досліджуваного об'єкта створюється як модель динамічних відхилень від переміщається робочої точки на його статичної характеристики й є стежить системою з астатизмом першого порядку щодо сімейства статичних характеристик.

Ключові слова: математична модель простору станів, статична характеристика, модель процесу управління і контролю параметрів, слідкуюча система, ряд Тейлору.

MEANS OF MODELING SUPPORT FOR PROCESSES OF ENGINEERING OF ELECTRONIC SYSTEMS AND PROGRAMM-TCHNICAL COMPLEXES FOR GAS TURBINE ENGINES TESTING

V.M. Grudinkin, V.F. Mirgorod, V.A. Kachura

In work it is offered the improvement of known and creation of new mathematical models of management processes and the parameters control of such complex nonlinear multimode objects as gas turbine engines and power-plants on their basis. By linearization in neighborhood space of an operation point the linear mathematical model of state space which is model of approximate dynamics in deviation is received. Mathematical models of management processes and the parameters control of parameters of researched object is created as model of dynamic deviations from an moving operation point on its static characteristic and is the servo-mechanism with astaticism of the first order concerning family of static characteristics.

Key words: mathematical models, space states, static characteristic, models of management processes and the parameters control, servo-mechanism, Taylor series.

Грудинкин Вячеслав Михайлович – заместитель главного конструктора ОАО «Элемент», Одесса, Украина, e-mail: odessa@element.od.ua.

Миргород Владимир Федорович – канд. техн. наук, доцент, заместитель директора ОАО «Элемент» по научной работе, Одесса, Украина, e-mail: odessa@element.od.ua.

Качура Владимир Андреевич – заместитель начальника цеха № 39 ОАО «Мотор Сич», Запорожье, Украина.