

УДК 629.7.036.3.001

**В.А. ГРИГОРЬЕВ, В.М. РАДЬКО, Д.С. КАЛАБУХОВ***Самарский государственный аэрокосмический университет им. акад. С.П. Королёва (национальный исследовательский университет), Самара, Россия*

### **АППРОКСИМАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ КРИТЕРИЕВ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ МАЛОРАЗМЕРНОГО ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ ДЛЯ МНОГОЦЕЛЕВОГО ВЕРТОЛЕТА**

*Рассмотрена одна из проблем начального проектирования малоразмерных газотурбинных двигателей со свободной турбиной (МГТД СТ) для многоцелевых вертолетов – методы формирования математических моделей критериев оценки эффективности МГТД СТ. Показаны недостатки существующих методов формирования математических моделей. С помощью аппроксимации методом наименьших квадратов исходных данных, полученных при выполнении вычислительного эксперимента, получены регрессионные модели основных критериев оценки эффективности многоцелевых вертолетов, выполняющих пассажирские и транспортные работы. Эти модели показали свою эффективность при оптимизации параметров МГТД СТ в системе вертолета и при определении границ локальных областей рациональных значений параметров рабочего процесса.*

**Ключевые слова:** малоразмерные двигатели, вертолет, аппроксимация, регрессионная модель, расчетный эксперимент, критерии оценки эффективности, экстремум.

#### **Введение**

Значительная часть вертолетных ГТД со свободной турбиной относится к малоразмерным двигателям (МГТД СТ). Для МГТД СТ характерно, с одной стороны, разнообразие типов конструктивных решений (различные способы вывода вала, осевые и центробежные компрессоры, разнообразные типы камер сгорания, осевые и радиально-осевые турбины, наличие или отсутствие редуктора и т.д.), а с другой стороны – ограниченные возможности повышения эффективности за счет совершенствования рабочего процесса, так как повышение значений параметров рабочего процесса  $\pi_k^*$  и  $T_g^*$  затрудняют пониженные значения КПД узлов из-за уменьшения размеров элементов проточной части. Учет этих принципиальных особенностей МГТД СТ имеет особое значение при начальном проектировании [1].

Исследования проблем начального проектирования МГТД СТ с использованием САПР ведутся достаточно давно и к настоящему времени достигнуты существенные результаты, которые были внедрены в практику проектирования отечественных двигателестроительных конструкторских бюро страны. Однако еще не все вопросы этих проблем решены.

Проблемы выбора критериев оценки эффективности, идентификация модели, повышение точности расчетов по модели – решаются проектировщиками на начальном этапе. Применение тех или

иных методов решения этих проблем зависит от особенностей поставленной им задачи, технических возможностей, а также ограничений по срокам выполнения задания.

Инженерные вычисления являются основным способом снижения затрат на проектирование новой продукции, поскольку позволяют сократить длительные испытания на натурных образцах при доводке конструкции. Существующие математические методы оптимизации позволяют расчетным путем найти наиболее эффективное сочетание параметров изделия прежде, чем начинать изготовление опытных экземпляров. Особенно продуктивным оказывается применение многокритериальной оптимизации. Однако ее использование ведет к значительному увеличению числа выполняемых расчетов. Очень часто связи между целевыми функциями и независимыми переменными описываются системами нелинейных уравнений.

Для решения задачи формирования облика рабочего процесса при начальном проектировании МГТД СТ в настоящее время применяют системный подход для оценки эффективности системы ДВИГАТЕЛЬ-ВЕРТОЛЕТ. Исходные математические модели данной системы носят алгоритмический характер, что не позволяет получить аналитические выражения, непосредственно связывающие оптимизируемые параметры, внутренние и внешние исходные данные и целевые функции [1]. Из-за большой трудоемкости проведения расчетов по этим моделям

прямо использовать их для нахождения оптимумов практически невозможно, так как применение методов прямого поиска для оптимизации требует несколько сот обращений к исходной системе моделей, что при существующем быстродействии современных ЭВМ не позволяет найти решение за приемлемое время.

Васильевым Г.В. впервые было предложено использование методов теории планирования эксперимента и регрессионного анализа для получения моделей целевых функций авиационных ГТД, позволяющих существенно сократить объем вычислений [1]. Применительно к МГТД СТ Ивановым А.Б. в 1990 г. были разработаны регрессионные модели для удельного расхода топлива  $C_{e\text{кр}}$  и массы двигателя  $M_{\text{дв}}$ , справедливые в диапазоне  $\pi_k^* = 5 \dots 15$  и  $T_{\text{г}}^* = 1150 \dots 1650$  К при величинах потерь в проточной части и КПД узлов, соответствующих современному на тот момент уровню [2]. Техно-экономические критерии оценки эффективности вертолета выражаются через параметры варианта вертолета (различные статистические коэффициенты массовых и технико-экономических характеристик, режим и профиль полета). С помощью этих моделей можно оценить устойчивость оптимальных значений  $\pi_k^*$  и  $T_{\text{г}}^*$  к влиянию неопределенности исходной проектной информации без трудоемких расчетов, связанных с согласованием МГТД и вертолета по исходной модели.

К настоящему времени появились МГТД СТ четвертого поколения, а в перспективе создание МГТД СТ пятого поколения, характеризующиеся высокими значениями параметров  $\pi_k^*$  и  $T_{\text{г}}^*$  и значительно улучшенными удельными показателями двигателя. Однако эффективность системы ДВИГАТЕЛЬ-ВЕРТОЛЕТ с такими ГТД еще недостаточно обоснована, для ее оценки требуется создание новых математических моделей критериев, учитывающих влияние малоразмерности и неопределенности проектной информации (многокритериальность задачи, неполная определенность исходных данных, предпосылки, допущения и погрешности методик расчета и др.).

#### Аппроксимация зависимостей критериев оценки эффективности от оптимизируемых параметров методом наименьших квадратов

Существующие методы формирования математических моделей критериев оценки эффективности МГТД СТ отличаются громоздкостью выражений и высокой трудоемкостью проведения оптимизационных расчетов по ним, затрудняющие автоматизацию последних. Целесообразным путем является создание регрессионных аналитических зависимостей

технико-экономических и массовых критериев от оптимизируемых параметров рабочего процесса  $\pi_k^*$  и  $T_{\text{г}}^*$  с помощью аппроксимации исходных данных. Эти данные представляют собой величины критериев, полученные расчетным путем по исходным алгоритмическим моделям системы ДВИГАТЕЛЬ-ВЕРТОЛЕТ, которые включают в себя многочисленные параметры, значения которых принимаются на основе статистической информации по выполненным МГТД СТ и вертолетам. Они носят неопределенный характер, поэтому значения величин исходных данных, соответствующих определенному сочетанию значений  $\pi_k^*$  и  $T_{\text{г}}^*$  являются усредненными.

Поскольку зависимости критериев оценки эффективности от параметров рабочего процесса имеют вид близкий к квадратичному [3], в качестве аппроксимирующей поверхности была выбрана модель второго порядка, которая представляет собой эллиптический параболоид. Для решения поставленной задачи аппроксимации был выбран метод наименьших квадратов (МНК), что обусловлено простотой его реализации с одной стороны и достоверностью приближения функций с другой. Привлечение так называемых робастных методов оценивания результатов расчетного эксперимента позволяют свести к минимуму влияние грубых ошибок эксперимента на адекватность модели.

Моделируемая по МНК функция, регрессионная модель, в нашем случае имеет вид:

$$z = ax_1^2 + bx_2^2 + cx_1x_2 + dx_1 + ex_2 + f, \quad (1)$$

где  $x_1$  – независимая переменная, соответствующая степени повышения давления  $\pi_k^*$ ;  $x_2$  – независимая переменная, соответствующая температуре газов за камерой сгорания  $T_{\text{г}}^*$ ;  $Y$  – зависимая переменная или переменная отклика (функция отклика), соответствующая критерию оценки эффективности;  $a, b, c, d, e, f$  – коэффициенты модели, подлежащие определению с помощью МНК.

Находя частные производные от функции (1), определяют её минимум (максимум) и соответствующие ему величины  $x$  и  $y$ :

$$\begin{cases} z'_{x_1} = 2ax_1 + cx_2 + d = 0; \\ z'_{x_2} = 2bx_2 + cx_1 + e = 0. \end{cases} \quad (2)$$

В данной работе для оценки эффективности МГТД СТ в системе ДВИГАТЕЛЬ-ВЕРТОЛЕТ был использован комплекс технико-экономических и массовых критериев, соответствующих выполнению вертолетом пассажирских и транспортных операций [1]:

$M_0$  – взлетная масса вертолета, кг;

$S_{\text{ж дв}}$  – стоимость жизненного цикла двигателя, млн. руб;

$M_{\text{СУ+Т}}$  – масса силовой установки и топлива на вертолете, кг;

$C_{\text{Т-км}}$  – удельные затраты топлива на 1 т·км, кг/(т·км)

$a_{\text{пр ОКР}}$  – приведенные затраты на 1 т·км с учетом стоимости ОКР по вертолету и двигателю, руб/(т·км);

$S_{\text{Ж В}}$  – стоимость жизненного цикла вертолѐта, млн.руб;

$S_{\text{ОКР}}$  – затраты на опытно-конструкторские работы по разработке двигателя, руб.

$A$  – стоимость летного часа эксплуатации, руб/ч;

$a$  – себестоимость перевозок, руб/(т·км);

В исходных алгоритмических моделях перечисленные критерии зависят от удельного крейсерского топливного расхода  $C_{\text{е кр}}$ , кг/(кВт·ч) и массы двигателя  $M_{\text{дв}}$ , кг. Поэтому для сравнения значений оптимальных величин  $\pi_{\text{к}}^*$  и  $T_{\text{г}}^*$  по выходным данным двигателя и критериям оценки эффективности необходимо составить модели типа (1) для  $C_{\text{е кр}}$  и  $M_{\text{дв}}$ .

Ниже представлены математические модели перечисленных критериев и результаты вычислений по этим моделям.

### Результаты расчетного эксперимента по математическим моделям критериев оценки эффективности

При выполнении вычислительного эксперимента параметр  $\pi_{\text{к}}^*$  варьировался в характерном для МГТД диапазоне значений 8...24 с шагом варьирования  $\Delta\pi_{\text{к}}^* = 4$ , а  $T_{\text{г}}^*$  варьировалась в диапазоне значений 1200...1800 К (нижняя граница обусловлена недопустимостью высоких значений  $C_{\text{е кр}}$ , а верхняя – максимально допустимыми температурами нагрева лопаток турбины МГТД, сопоставимыми с эффективностью охлаждения на текущий момент) с шагом варьирования  $\Delta T_{\text{г}}^* = 200$  К. Таким образом, комбинации всех уровней варьирования значений этих параметров в эксперименте можно реализовать при числе опытов  $n = 20$ .

Регрессионные выражения для выходных данных и критериев оценки эффективности МГТД СТ имеют следующий вид:

$$M_{\text{дв}} = Y_1 = -0,01933x_1x_2 + 0,00054x_2^2 + 27,01089x_1 - 1,52576x_2 + 1142,181; \quad (3)$$

$$C_{\text{е кр}} = Y_2 = 0,00043x_1^2 - 0,005733x_1 + 0,0007x_2 + 0,93498; \quad (4)$$

$$M_0 = Y_3 = 5,3031x_1^2 - 0,19559x_1x_2 + 0,005984x_2^2 + 187,7179x_1 - 17,03407x_2 + 18752,83; \quad (5)$$

$$S_{\text{Ж ДВ}} = Y_4 = 333,3705x_1^2 - 9,64625x_1x_2 + 0,30888x_2^2 - 881,415x_2 + 806560; \quad (6)$$

$$M_{\text{СУ+Т}} = Y_5 = 3,17493x_1^2 - 0,11825x_1x_2 + 0,00362x_2^2 +$$

$$+114,3853x_1 - 10,31844x_2 + 8816,397; \quad (7)$$

$$C_{\text{Т-км}} = Y_6 = 0,00133x_1^2 - 0,00003x_1x_2 - 0,00314x_2 + 3,02155; \quad (8)$$

$$a_{\text{пр ОКР}} = Y_7 = 0,25422x_1^2 - 0,00919x_1x_2 + 0,00028x_2^2 + 8,64104x_1 - 0,79657x_2 + 791,4785; \quad (9)$$

$$S_{\text{Ж В}} = Y_8 = 0,7863x_1^2 - 0,02553x_1x_2 + 0,0008x_2^2 - 2,27356x_2 + 2210,602; \quad (10)$$

$$N_{\text{е вкл}} = Y_9 = 0,6212x_1^2 - 0,024855x_1x_2 + 0,00075x_2^2 + 25,77563x_1 - 2,14169x_2 + 2373,048; \quad (11)$$

$$A = Y_{10} = 42,53348x_1^2 - 1,379125x_1x_2 + 0,043363x_2^2 - 123,5705x_2 + 124210; \quad (12)$$

$$a = Y_{11} = 0,12598x_1^2 - 0,00409x_1x_2 + 0,00013x_2^2 - 0,36591x_2 + 367,8324; \quad (13)$$

$$S_{\text{ОКР}} = Y_{12} = 0,06338x_1^2 - 0,00264x_1x_2 + 0,00009x_2^2 + 2,9992x_1 - 0,2642x_2 + 235,2066. \quad (14)$$

Оценка адекватности данных моделей производилась с помощью множественного коэффициента детерминации  $R^2$ , показывающего какая доля дисперсии функции отклика объясняется влиянием независимых переменных. Для моделей (3) – (14) величина  $R^2 = 0,91 \dots 0,94$ , что говорит о достаточно сильной корреляции между независимыми переменными и откликами.

Оценка статистической значимости коэффициентов моделей проводилась с помощью критерия  $r$  на уровне значимости  $\alpha = 0,05$ . Если при оценке значимости какого-либо коэффициента  $r < 0,05$ , то гипотеза о его значимости отвергается, и он принимается равным нулю.

Робастное оценивание остатков (т.е. погрешность вычисления значений функции отклика по модели относительно исходных ее значений) в пакете STATISTICA показало, что остатки независимы, а закон их распределения близок к нормальному с нулевым средним, т.е. модели адекватно описывают искомые зависимости.

Важным показателем качества регрессионной модели является средняя ошибка аппроксимации, которая определяется по формуле

$$A_{\text{апп}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{Y_{\text{јисх}} - Y_{\text{јмод}}}{Y_{\text{јисх}}} \right| \cdot 100\%, \quad (15)$$

где  $Y_{\text{јисх}}$  и  $Y_{\text{јмод}}$  – соответственно исходные и рассчитанные по модели значения функции  $j$ -го критерия оценки эффективности. Величина  $A_{\text{апп}}$  не должна превышать значения 8...10%, в противном случае регрессионная модель считается подобранной неверно. Сформированные полиномиальные критерияльные модели имеют значения  $A_{\text{апп}} = 1,1 \dots 4,8\%$  за исключением модели для критерия  $M_{\text{дв}}$ , у которой  $A_{\text{апп}} = 9,1$ . Поэтому было принято решение заменить полиномиальную модель логарифмической следующего вида:

$$\ln Y_1 = 0,0619x_1 + 0,006x_2 - 10,768 \cdot \ln x_2 + 74,1544. \quad (16)$$

Модель (16) имеет  $A_{\text{appr}} = 5,8\%$  и  $R^2 = 0,9608$ , т.е. удовлетворяет требованиям адекватности.

Регрессионные модели справедливы только для выделенных диапазонов параметров рабочего процесса.

После определения частных производных по уравнениям функций отклика (3) – (14) и (15) можно найти значения независимых переменных, в которых функции имеет минимум (максимум), а затем вычислить минимальное (максимальное) значение функции. Экстремальные значения параметров и критериев оценки эффективности и соответствующие им оптимальные значения параметров сведены в табл. 1. Из нее следует, что оптимальные значения  $\pi_k^*$  для параметров  $C_{\text{с кр}}$  и  $M_{\text{дв}}$  являются соответственно максимальными и минимальными, а оптимальные  $T_{\text{г}}^*$  – максимальными по отношению к критериям оценки эффективности, что свидетельствует об адекватности описания истинного характера влияния параметров рабочего процесса на величины критериев

Таблица 1

Экстремальные значения параметров и критериев оценки эффективности и соответствующие им оптимальные значения параметров

Критерий оценки эффективности		$\pi_k^*$ opt	$T_{\text{г}}^*$ opt, К
$M_{\text{дв min}}$ , кг	114,206	8	1794,67
$C_{\text{с кр min}}$ , кг/(кВт·ч)	0,30392	16,538	1658,037
$M_o \text{ min}$ , кг	6075,963	12,235	1623,253
$S_{\text{ж дв min}}$ , млн. руб	127,809	13,911	1644,048
$M_{\text{су+т min}}$ , кг	1144,887	12,194	1622,139
$C_{\text{т-км min}}$ , кг/(т·км)	0,529	14,991	1650,927
$a_{\text{пр ОКР min}}$ , руб/(т·км)	197,706	12,384	1625,17
$S_{\text{ж в min}}$ , млн. руб	489,386	13,237	1636,096
$A$ , руб/ч	30597,04	13,293	1636,24
$a$ , руб/(т·км)	90,664	13,292	1636,31
$S_{\text{ОКР}}$ , млн. руб	42,367	8,784	1559,42

В целом, результаты анализа табл. 1 показывают, что принимать проектные значения  $\pi_k^* > 15$  и  $T_{\text{г}}^* < 1550$  К не рационально. Поэтому создание МГТД СТ нового поколения обосновано с точки зрения повышения эффективности системы ДВИГАТЕЛЬ-ВЕРТОЛЕТ. При этом нет необходимости принимать значения  $\pi_k^*$  и  $T_{\text{г}}^*$ , соответствующих конструктивно-технологическим ограничениям на теку-

щий момент ( $\pi_k^* = 24$ ,  $T_{\text{г}}^* = 1800$  К). Однако определение только теоретических оптимумов недостаточно при решении задачи начального проектирования, т.к. даже незначительные отступления от них могут давать существенные схемные, компоновочные, технологические, эксплуатационные и другие преимущества [3]. Поэтому интерес представляет определение областей рациональных значений параметров в окрестностях экстремумов критериев оценки эффективности, ограниченных величиной допустимого отклонения  $\Delta y_j\%$  от экстремальных значений критериев. Графически такая область ограничивается изолиниями – сечениями плоскостью  $Y_j = \text{const}$  соответствующих поверхностей  $Y_j = f(x_1, x_2)$ .

На рис. 1 показаны аппроксимационные зависимости некоторых критериев от  $\pi_k^*$  и  $T_{\text{г}}^*$  с нанесенными на них изолиниями и проекциями последних на плоскость  $\pi_k^* - 0 - T_{\text{г}}^*$ .

При одинаковой для различных критериев величине  $\Delta y_j$  площади областей рациональных значений (эти области выделены одним цветом) могут существенно отличаться, что вызвано разным уровнем пологости соответствующих поверхностей в окрестности экстремума. При решении задачи оптимизации обычно исследуются области, ограниченные плоскостью, отстоящей от экстремума на величину  $\Delta y_j = 1 \dots 3\%$ .

## Заключение

В данной работе показано, что методы решения задачи многокритериальной оптимизации, основанные на использовании существующих полуэмпирических математических моделей критериев оценки эффективности МГТД СТ, полученных с помощью корреляционно-регрессионного анализа предполагают весьма высокую трудоемкость расчетов. Для сокращения трудоемкости таких расчетов авторы предложили применять более простые регрессионные (как правило, полиномиальные) модели основных критериев оценки эффективности, которые были получены ими при аппроксимации МНК начального проектирования МГТД СТ формулам.

Результаты расчетного эксперимента в дальнейшем могут применяться при определении зон компромиссных значений параметров  $\pi_k^*$  и  $T_{\text{г}}^*$ , образованных пересечением областей их рациональных значений по комплексу критериев оценки эффективности МГТД СТ.

## Литература

1. Вертолетные газотурбинные двигатели / Под общ. ред. Б.А. Пономарева, В.А. Григорьева. – М.: Машиностроение, 2007. – 490 с.

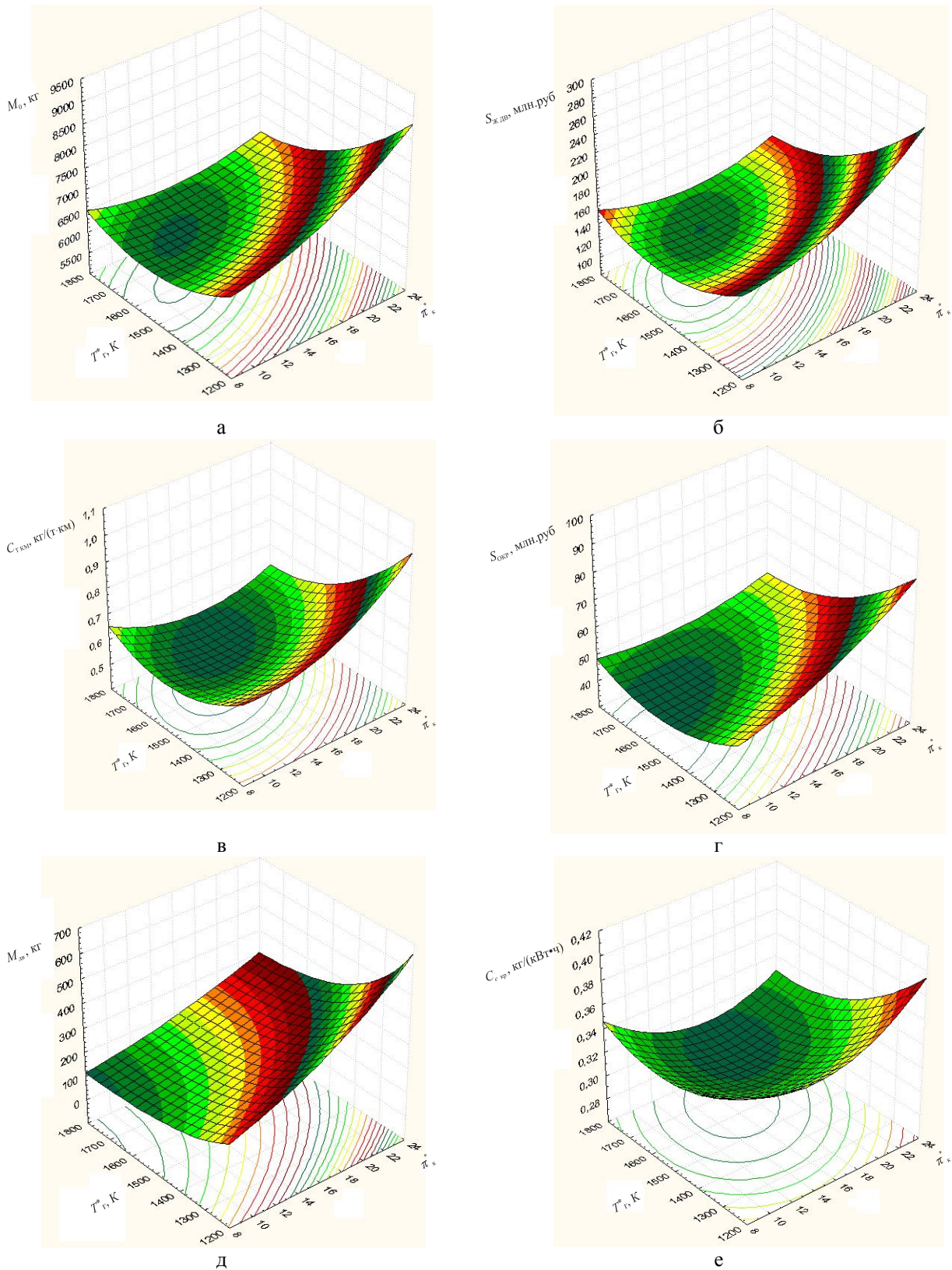


Рис. 1. Аппроксимационные зависимости критериев оценки эффективности МГТД СТ от параметров рабочего процесса для критериев: а –  $M_0$ ; б –  $S_{ж.дв}$ ; в –  $C_{уд.кр}$ ; г –  $N_{уд}$ ; д –  $M_{дв}$ ; е –  $S_{окр}$

2. Иванов А.Б. *Оптимальное согласование параметров вертолетов и двигателей в подсистеме «Аппарат» САПР малоразмерных ГТД* / А.Б. Иванов, В.А. Григорьев // *Труды вторых науч. чтений,*

*посвященных памяти акад. Б.Н. Юрьева.* – М.: ИИ-ЕТ АН СССР, 1988. – С. 38-47.

3. Маслов В.Г. *Теория выбора оптимальных параметров ГТД: монография* / В.Г. Маслов. – М.: Машиностроение, 1981. – 123 с.

Поступила в редакцию 23.05.2011

**Рецензент:** д-р техн. наук, зам. главного конструктора А.А. Маркин, ГНПРКЦ «ЦСКБ-Прогресс», Самара, Россия.

### АПРОКСИМАЦІЙНІ МОДЕЛІ КРИТЕРІЇВ ОЦІНКИ ЕФЕКТИВНОСТІ МАЛОРОЗМІРНОГО ГАЗОТУРБІННОГО ДВИГУНА ДЛЯ БАГАТОЦІЛЬОВОГО ВЕРТОЛЬОТА

*В.О. Григорьев, В.М. Радько, Д.С. Калабухов*

Розглянуто одна з проблем початкового проектування малорозмірних газотурбінних двигунів з вільною турбіною (МГТД ВТ) для багатоцільових вертольотів – методи формування математичних моделей критеріїв оцінки ефективності МГТД ВТ. Показано недоліки існуючих методів формування математичних моделей. За допомогою апроксимації методом найменших квадратів вихідних даних, отриманих при виконанні обчислювального експерименту, отримані регресійні моделі основних критеріїв оцінки ефективності багатоцільових вертольотів, що виконують пасажирські та транспортні роботи. Ці моделі показали свою ефективність при оптимізації параметрів МГТД СТ в системі вертольота і при визначенні меж локальних областей раціональних значень параметрів робочого процесу.

**Ключові слова:** малорозмірні двигуни, вертоліт, апроксимація, регресійна модель, розрахунковий експеримент, критерії оцінки ефективності, екстремум

### APPROXIMATION MODELS OF CRITERIA FOR EVALUATING SMALL GAS TURBINE EFFICIENCY FOR MULTIPURPOSE HELICOPTER

*V.A. Grigoriev, V.M. Rad'ko, D.S. Kalabuhov*

The one is initial design problems of small gas turbine engine with free turbine (SGTE FT) for multi-purpose helicopters – forming mathematical models of the criteria for evaluation SGTE FT are considered. The drawbacks of existing methods for the formation of mathematical models are shown. Using the approximation method of least squares original data obtained in the performance of you, the numeral of the experiment were developed regression models of the main criteria for evaluating the effectiveness of multi-purpose helicopters, carrying passengers and vehicles work. These models are shown to be effective in optimizing the parameters SGTE FT in the helicopter and in defining the boundaries of local rational values areas of the workflow parameters.

**Key words:** small-sized engines, helicopter, approximation, regression model, the calculated experiment, performance measures, the extremum

**Григорьев Владимир Алексеевич** – д-р техн. наук, профессор кафедры теории двигателей летательных аппаратов Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет), Самара, Россия, e-mail: va\_grig@ssau.ru.

**Радько Владислав Михайлович** – канд. техн. наук, доцент кафедры теории двигателей летательных аппаратов Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет), Самара, Россия, e-mail: radko@ssau.ru.

**Калабухов Дмитрий Сергеевич** – аспирант кафедры теории двигателей летательных аппаратов Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет), Самара, Россия, e-mail: stream\_dk@mail.ru.