

УДК 621.833.1

В.Л. ДОРОФЕЕВ, В.В. ГОЛОВАНОВ, В.М. АНАНЬЕВ*Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И.Баранова, Россия***МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЕКТИРОВАНИЯ
АВИАЦИОННЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ**

Приведено описание ключевых уравнений, реализованных в математической модели авиационной зубчатой передачи. Для использования возможностей новых зубошлифовальных станков обрабатывать колеса с модификацией профиля в математическую модель включен модуль, позволяющий отразить влияние любого отклонения профиля или погрешности изготовления на контактные напряжения. Для расчета распределения нагрузок по ширине зубьев получена и применена функция Грина в аналитической форме. Приводятся результаты применения математической модели для проектирования авиационных зубчатых передач.

Ключевые слова: зубчатая передача, математическая модель, напряжения, вибрации, модификация.

Условные обозначения

$f(\varphi, x, i)$ – многозначная функция кинематической погрешности;

$D(t)$ – функция, определяющая динамическую погрешность движения ведомого колеса относительно ведущего в направлении линии зацепления;

i – номер пары зубьев, входящей в группу зубьев, находящихся в зацеплении в фазе φ ;

j – номер зуба в зацепляющейся паре;

v_1, v_2, v_1^*, v_2^* – теоретические и фактические углы развернутости эвольвенты, относительно которой измерена погрешность профиля зубьев;

$f_{z1}(v_1, x)$ и $f_{z2}(v_2, x)$ – функции прерывных кинематических погрешностей колес, измеренных в сечениях x ;

Z_1, Z_2 – номера взаимодействующих зубьев, образующие i – ю пару;

r_{b1}, r_{b2} – радиусы основных окружностей ведущего и ведомого колес;

v_a – угол развернутости эвольвенты на вершине зуба;

φ_a – угол заплоского перекрытия;

z_1 и z_2 – числа зубьев ведущего и ведомого колес;

N – максимальное число зубьев, находящихся в зацеплении в торцевом сечении;

$g(t, i)$ – функция контакта зубьев, определяемая условием $g(t, i)=1$, если есть контакт зубьев, и $g(t, i)=0$, если между зубьями имеется зазор;

$T(q, t, P_\Sigma)$ – вектор–функция обобщенных координат, вид которой зависит от конструкции передачи;

t – время;

P_Σ – сумма или интеграл сил, распределенных по линиям контакта зубьев;

q – вектор обобщенных координат. Элементами вектора q являются крутильные колебания ведущего колебания ведущего $q_1(t)$ и ведомого $q_2(t)$ колес, радиальные колебания ведущего $q_3(t)$ и ведомого $q_4(t)$ колес; кроме того, в вектор q могут входить и другие функции, например крутильные колебания присоединённых масс;

S – совокупная область касания зубьев;

$K(\varphi, x; \varphi, s)$ – функция прогиба контактных линий в точке (φ, x) под действием единичной силы, приложенной в точке с координатами (φ, s) , имеет также название функции Грина или функции влияния;

y – расстояние от контактной точки до точки, относительно изотропной точки;

C_u – удельная жесткость зуба;

G – модуль сдвига;

I_z – момент инерции торцевого сечения зуба;

B_o – ширина зуба.

Введение

Зубчатые передачи в турбореактивных двигателях являются источником вибраций. Повышенный уровень динамических нагрузок, передаваемых на вращающиеся детали двигателя может вызвать повреждение лопаток компрессора [1, 2]

Основные причины возбуждения вибраций авиационного двигателя зубчатыми передачами хорошо известны: погрешности профиля зубьев и изменение жесткости зацепления в процессе вращения колес. Влияет также изменение направления сил при кромочном зацеплении, погрешности подшипников, явления резонанса.

Для производства зубчатых колес на российских и украинских предприятиях применяются станки

P600/800G, изготовленные фирмой Gleason-Pfauter с особо высокой точностью. Зубчатые колеса, обработанные на этих станках, имеют погрешность профиля не более 3 мкм. Однако проблема возбуждения вибраций не может быть решена только путем повышения точности изготовления колес. Следующий шаг в решении проблемы снижения уровня вибраций делается путем совершенствовании теории расчета уровня вибраций зубчатых передач, выбора рациональной геометрии, оптимальной модификации зубьев и уменьшением износа профиля зубьев в процессе эксплуатации авиационных двигателей.

В авиационных двигателях 95% - прямозубые цилиндрические зубчатые колеса, 5% – косозубые и шевронные. По этой причине теоретические работы по авиационным цилиндрическим зубчатым колесам посвящены в основном прямозубым передачам [3-5]. Зубья цилиндрических колес выполняются с симметричным профилем, а на двигателе ТВ7-117 - с асимметричным профилем. Геометрические размеры зубчатых колес рассчитываются методом обобщающих параметров [3-5].

1. Динамические процессы на поверхности зубьев

При входе зубьев в зону зацепления или выходе из него происходит контакт профиля с кромками зубьев. Кинематика взаимодействия зубьев на входе и выходе почти одинакова, но динамические процессы на поверхности отличаются существенно.

Движение зубьев при входе в зацепление показано на рис. 1. Вход зубьев менее благоприятен с точки зрения износа и динамики, чем выход. При кромочном контакте на входе зубьев образующая волна деформаций направлена за пределы активной поверхности. Поскольку, как будет показано ниже, контактные напряжения в этой зоне превы-

шают предел текучести, то материал выдавливается с поверхности ножек ведущего колеса. На поверхности ножек образуется лунка, а на головках ведомых зубьев - следы заедания. После того как глубина лунки становится равной величине деформации, дальнейший её рост обычно прекращается. Движение зубьев при выходе из зацепления, показанное на рис.2, протекает в иных условиях. В процессе кромочного контакта на выходе зубьев волны пластических деформаций перемещают поверхностные слои внутрь активной поверхности зуба, материал, находящийся в пластическом состоянии, волнообразно возвращается на прежнее место. Поэтому на выходе зубьев из зацепления на ножках зубьев ведомых колес образуется либо наклеп, либо микропиттинг.

Описанное явление ранее учитывается путем применения “профильного отвода”, который выполнялся назначением разных углов исходного контура на ведущем и ведомом профилях зубьев[1]. В момент входа ненагруженных зубьев в зацепление “разноконтурные” зубья имеют зазор, который выбирается при нагрузке. Однако такая конструкция не позволяет устранить высокие контактные напряжения на выходе зубьев из зацепления.

Применив более сложную модификацию зубьев, можно устранить эти негативные явления.

Если сравнить кинематику зацепления, показанную на рис. 1,(положение 2) с кинематикой зацепления на выходе зубьев, показанную на рис. 2, (положение 4), то видно, что без учета явлений движения металла в поверхностных слоях эти фазы эквивалентны. Следовательно, в пределах теории упругости, расчетные значения контактных напряжений в кромочных фазах зацепления должны быть одинаковыми, а по этой причине “профильный отвод” надо выполнять как на входе, так и на выходе зубьев из зацепления.

Ранее был разработан прямой метод расчета зубчатых передач без использования уточняющих коэффициентов [6], позволяющий, при допущении отсут-

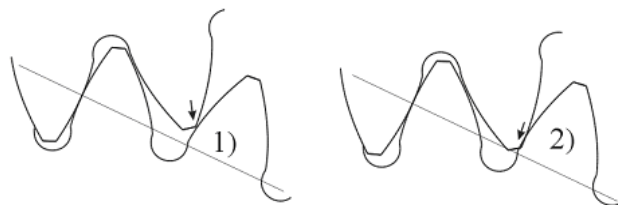


Рис. 1. Движение зубьев при входе в зацепление



Рис. 2. Движение зубьев при выходе из зацепления

ствия пластических деформаций проследить весь ход изменения контактных напряжений от входа зубьев в зацепление до выхода из него. Результаты натуральных экспериментов показывают, что на входе или на выходе имеют место пики контактных напряжений.

Эвольвентограммы, полученные измерением отклонения от эвольвенты, представленные на рис. 3, позволяют наблюдать характер разрушения контактной поверхности. Из анализа результатов измерения износа поверхности зубьев следует, что контактное разрушение имеет место, и возникает в тех местах профиля, которые соответствуют контакту кромок зубьев с активными участками профиля сопряженного колеса.



Рис. 3. Эвольвентограммы колес после ресурсных испытаний

2 Теоретический выбор параметров модификации профиля, обеспечивающий работу зубчатой передачи с малой вибрацией и без износа активных поверхностей

Наблюдения показывают, что если зубья колес контактируют через слой масла, который не обрывается на всем протяжении зацепления, то износ активной поверхности зубьев не происходит. Если обеспечить достаточную толщину слоя смазки, как на активных профилях, так и на участках кромочного зацепления, то отсутствие износа будет достигнуто. Расчет контактных напряжений на кромках зубьев должен выполняться несколькими шагами. На первом шаге рассчитывается зубчатая передача, обеспечивающая ресурс по контактным напряжениям только в полюсе. Для этой цели можно использовать методики типа ISO 6336, DIN 3990 или ГОСТ 21354-87, а также отраслевые методики расчёта. На следующем шаге - необходимо пользоваться методами компьютерного моделирования для расчета формы линии модификации профиля.

В простейшем случае для исключения кромочного контакта достаточно выполнить модификацию ведущего колеса. Можно также модифицировать ножки колес, или одновременно выполнить утонение головок зубьев ведущего и ножек ведомого. В этом случае профиль каждого зуба будет ми-

нимально отклоняться от эвольвенты. Нужно отметить, что модификация только вершин не исключает колебания колес от изменения жесткости зацепления. Двойная модификация одно- и двухпарных зон зацепления компенсирует разность деформаций при передаче нагрузки одной или двумя парами зубьев [7].

Если сгладить линию двойной модификации, то получается известная С-бочкообразность [1, с. 56]. Кинематическая погрешность колес с такой модификацией показана на рис. 5.

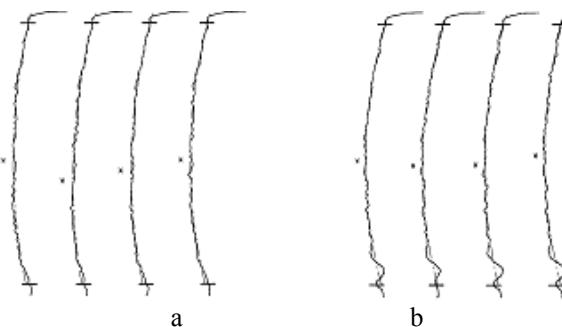


Рис. 4. Эвольвентограммы модифицированных колес: а – до испытаний; б – после испытаний

При расчетах авиационных высокоскоростных зубчатых передач оптимальная модификация определяется методом компьютерного моделирования. Применяется метод вариации величины дуги и назначения того значения, при котором уровень виброактивности минимальный (рис. 5). Расчет линии модификации профиля зубьев требует аналитического определения кинематической погрешности (рис. 5), которая для каждой фазы зацепления является многозначной функцией. Такая задача сводится к поиску минимума целевой функции, определяющей кратчайшее расстояние между множеством различных точек на профилях смежных зубьев.

Если погрешность профиля выразить функцией угла развернутости эвольвенты, то в фазе зацепления v целевая функция будет иметь вид

$$A(v_1^*, f) = r_{b1} \sin \Delta_1 + r_{b1} v_1(\phi, x, i) + R_1 \cos \Delta_1 + r_{b2} \sin \Delta_2 + r_{b2} v_2(\phi, x, i) + R_2 \cos \Delta_2, \quad (1)$$

где $\Delta_1 = v_1^* - v_1(\phi, x, i)$;

$$\Delta_2 = v_2^* - v_2(\phi, x, i) + f(\phi, x, i) / r_{b2};$$

$$R_1 = r_{b1} v_1^* - f_{z1}(v_1^*, x); R_2 = r_{b2} v_2^* + f_{z2}(v_2^*, x).$$

Здесь связь теоретических углов развернутости в точке контакта зубьев ведущего колеса и ведомого устанавливается по формуле

$$v_2(\phi, x, i) = [(z_1 + z_2) / \operatorname{tg} \alpha_{\text{то}} - z_1 v_1(\phi, x, i)] / z_2,$$

а связь угла v_1 с фазой зацепления – по зависимости

$$v_1(\phi, x, i) = [\phi + x \sin \beta_b / r_{b1} - 2\pi(i-1) / z_1] \times \operatorname{mod}(2\pi N / z_1) + v_a + \phi_a.$$

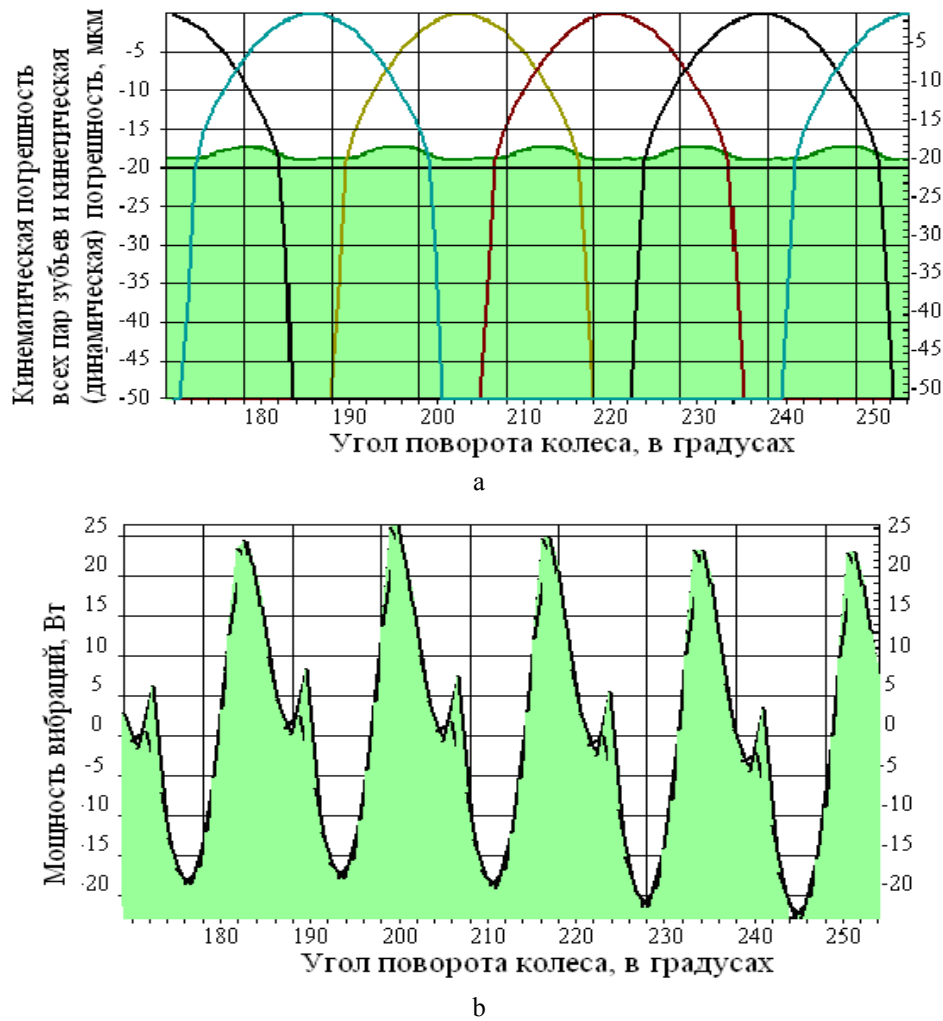


Рис.4. Графики погрешности (а) и виброактивности (б), применяемые при расчете модификации

Более подробно вопрос определения многозначной функции кинематической погрешности рассмотрен в работе [6].

Вычисляя сумму сил, действующую на зубья прямозубых колес, или интеграл по области распределения контактных нагрузок, и подставляя в дифференциальное уравнение, можно рассчитать колебательные процессы в зубчатой передаче. Общая форма дифференциального уравнения колебательного движения имеет вид:

$$\ddot{q} = T(q, P_{\Sigma}, t), \tag{2}$$

Дифференциальное уравнение записано здесь в общем виде, конкретный вид зависит от динамической схемы привода.

Вычисленные из решения обобщенные координаты позволяют найти динамическую погрешность движения ведомого колеса, необходимую для решения уравнений (2) и (3). Кинетическая погрешность определяется по зависимости

$$D(t) = q_1(t)r_{b1} + q_2(t)r_{b2} - q_3(t) + q_4(t).$$

Распределение нагрузок по ширине зубьев определяется из решения нелинейного уравнением Фредгольма

$$D(t) - f(\phi, x) = \int \sum_{j=1}^2 K_j[\phi, x; \phi, s; g(t, x); g(t, x)]p(t, s)ds, \tag{3}$$

где при $s \leq x$

$$K_j(s, x) = \frac{\mu ch(\mu x) ch(\mu B_{\omega} - \mu s)}{C_{uj} sh(\mu B_{\omega})},$$

где $\mu = \gamma(C_u / (G I_z))^{(0,5)}$, $ch(\cdot)$ -гиперболический косинус, $sh(\cdot)$ -гиперболический синус.

После определения распределения нагрузок по ширине всех зубьев определяется суммарная сила, действующая в зацеплении:

$$P_Z(t) = \sum_{i=1}^N \int_S p_i(t, s)ds.$$

Эта суммарная нагрузка подставляется в дифференциальное уравнение движения (2). Решением

уравнения (2) являются силы в зацеплении зубьев, крутильные и поперечных колебания колес, а также скорости и ускорения деталей передачи.

Для сертификации программ компьютерного моделирования на были выполнены экспериментальные исследования. На экспериментальных колесах выполнялась дуговая С-бочкообразная модификация. Глубина дуги была выбрана на 3 мкм меньше расчетной величины и равнялась 10 мкм. (рис. 6, а).

Эксперименты показали, что при 10 мкм модификации износ остается.

Из этого следует предположение, что контактные напряжения, достигающие пределов пластичности, остаются (рис. 4, б). Компьютерное моделирование подтвердило это предположение.

Расчетные контактные напряжения на кромках при модификации 10 мкм превышают предел текучести и составляют 2831 МПа, (рис. 6, а). Следствием чего является износ на ножках зубьев (рис. 4, б).

При увеличении глубины модификации до 13 мкм. Контактные напряжения на кромках зубьев не превышают пределов упругости и составляют 1384 МПа, (рис. 6, б).

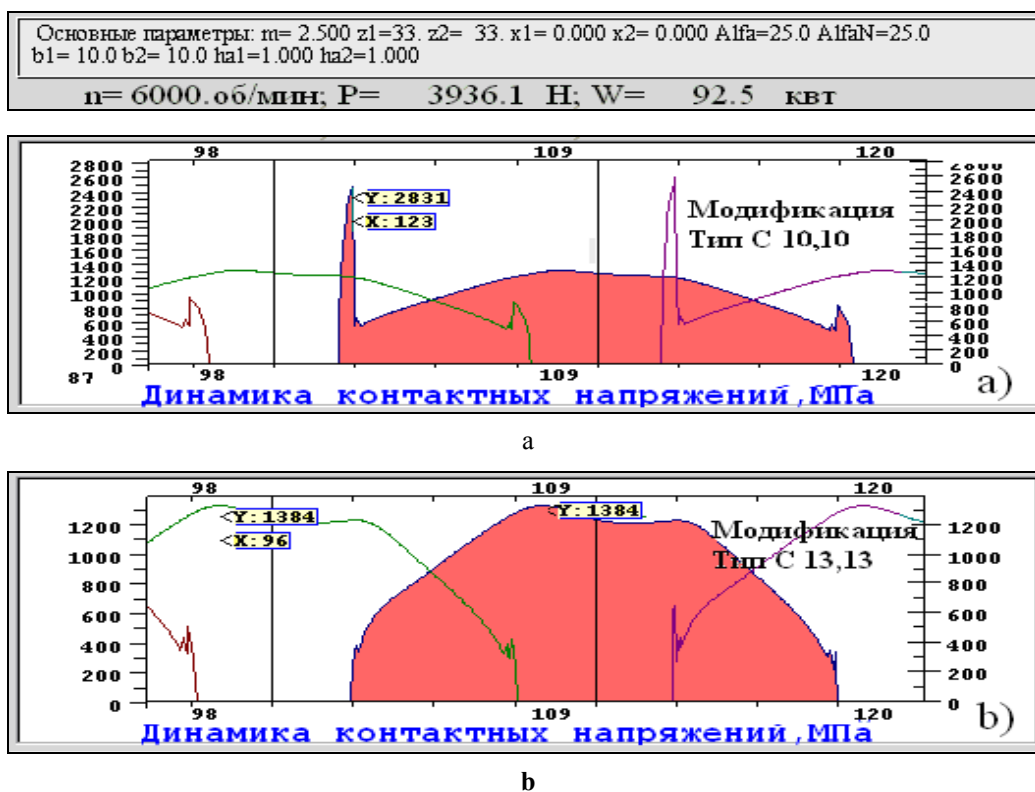


Рис. 6. Графики контактных напряжений:

а – при глубине модификации 10 мкм и б – при глубине модификации 13 мкм

Заключение

На кромках зубьев возникают пиковые контактные напряжения, разрушающие поверхность ножек на профиле зубьев сопряженного колеса.

С помощью программ компьютерного моделирования, разработанных в Центральном институте авиационного моторостроения им. П.И. Баранова, можно с достаточной для практики точностью путем вычислительного эксперимента найти такие параметры модификации профиля зубьев авиационных зубчатых колес, при которых износ зубьев на профиле, включая фазы кромочного зацепления, многократно уменьшается и контактные напряжения не превышают пределов упругости.

Литература

1. Производство зубчатых колес газотурбинных двигателей [Текст]: произв.-практ. издание / Ю.С. Елисеев, В.В.Крымов, И.П.Нежурин и др.; под ред. Ю.С. Елисеева. – М.: Высш. шк., 2001. – 493 с.
2. Чуйко, В.М. А.Г. Ивченко – стратег, организатор, ученый, конструктор [Текст] / В.М. Чуйко // Конверсия в машиностроении. – 2004. – № 4. – С. 103 – 106.
3. Вулгаков, Э.Б. Высоконапряженные зубчатые передачи [Текст] / Э. Б. Вулгаков. – М.: Машиностроение, 1969. – 104 с.
4. Авиационные зубчатые передачи и редукторы [Текст]: справ. / В.И. Алексеев, В.М. Ананьев, М.М. Булыгина и др.; под ред. Э.Б. Вулгакова. – М.: Машиностроение, 1981, – 374 с.

5. Вулгаков, Э.Б. Компьютерное проектирование эвольвентных зубчатых передач в обобщающих параметрах [Текст] / Э.Б. Вулгаков, В.Л. Дорофеев // Конверсия в машиностроении. – 2002. – № 6. – С. 148 – 154.

6. Дорофеев, В.Л. Основы расчета нагрузок и напряжений, действующих в зацеплении цилиндри-

ческих зубчатых передач [Текст] / В.Л. Дорофеев // Вестник машиностроения. – 1983. – № 3. – С. 14 - 16.

7. Дорофеев, В.Л. Технология производства высокопрочных зубчатых передач. Двойная модификация профиля зубьев [Текст] / В.Л. Дорофеев // Конверсия в машиностроении. – 2001. – № 5. – С. 79 – 84.

Поступила в редакцию 12.05.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.А. Гейкин, ФГУП «НПЦ газотурбостроения «САЛЮТ», Москва, Россия.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЕКТУВАННЯ АВІАЦІЙНИХ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ

В.Л. Дорофеев, В.В. Голованов, В.М. Ананьев

Приведений опис ключових рівнянь, реалізованих в математичній моделі авіаційної зубчастої передачі. Для використання можливостей нових зубошліфувальних верстатів: обробляти колеса з модифікацією профілю, в математичну модель включений модуль, що дозволяє відобразити вплив будь-якого відхилення профілю або погрешності виготовлення на контактні напруження. Для розрахунку розподілу навантажень по ширині зубів виведена і застосована функція Гріна в аналітичній формі. Наводяться результати застосування математичної моделі для проектування авіаційних зубчастих передач.

Ключові слова: зубчаста передача, математична модель, вібрації, модифікація.

MATHEMATICAL MODEL OF THE AVIATION GEAR DESIGN

V.L. Dorofeev, V.V. Golovanov, V.M. Ananiev

The key equations of the aviation gear mathematical model are described. In order to realize capability of modern gear grinding machines to grind gears with the modified tooth profiles, the proposed mathematical model includes a subroutine that considers influence of any manufacturing errors on the mesh contact stress. An analytical form of the Green's function is applied for calculation of load distribution along the tooth face. Examples of the aviation gear mathematical model application results are presented.

Key words: Keywords: gear, mathematical model, stresses, vibrations, modification.

Дорофеев Владислав Леонидович – доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник ФГУП «ЦИАМ им. П.И.Баранова», Москва, Россия, e-mail: vld@ciam.ru.

Голованов Виктор Васильевич – начальник отдела зубчатых передач ФГУП «ЦИАМ им. П.И.Баранова», Москва, Россия, e-mail: vvg@ciam.ru.

Ананьев Вячеслав Михайлович – кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник ФГУП «ЦИАМ им. П.И.Баранова», Москва, Россия, e-mail: vma@ciam.ru.