

УДК 532.542.86(088.8)

В.В. ГОЦУЛЕНКО<sup>1</sup>, В.Н. ГОЦУЛЕНКО<sup>2</sup><sup>1</sup> *Институт технической теплофизики НАН Украины, Киев*<sup>2</sup> *Институт предпринимательства “Стратегия”, Желтые воды, Украина*

## О НЕЗАВИСИМОСТИ АВТОКОЛЕБАНИЙ ФЕНОМЕНА РИЙКЕ ОТ УСЛОВИЙ ГИПОТЕЗЫ РЭЛЕЯ И ИХ ДИНАМИЧЕСКОЕ ДЕМПФИРОВАНИЕ

*Теоретически установлено, что с понижением волнового сопротивления трубы Рийке автоколебания в ней могут возбуждаться при непосредственном расположении источника теплоподвода на ее входе, что не зависит от критерия Рэлея. Установлен характер зависимости амплитуды рассматриваемых автоколебаний при изменении волнового сопротивления колебательного контура трубы Рийке. Также рассмотрено динамическое демпфирование автоколебаний феномена Рийке при помощи параллельного и последовательного присоединения к трубе проточного акустического LC-колебательного контура. Определен характер зависимости амплитуды автоколебаний при изменении акустических параметров проточного акустического LC-колебательного контура, как при параллельном, так и при последовательном присоединении его к трубе Рийке.*

**Ключевые слова:** труба Рийке, термоакустические автоколебания, прямооточный демпфер, демпфирование автоколебаний, волновое сопротивление.

### Введение

Известно, что условия гипотезы (критерия) Рэлея поддержания колебаний посредством периодического теплоподвода реализуются при работе ДВС (двигателя внутреннего сгорания) и определяются его циклом. В реактивных двигателях [1] этому способствует феноменологическое запаздывание  $\tau$  сгорания топлива. Согласно гипотезе Рэлея для поддержания колебаний подвод теплоты следует осуществлять при более высоком давлении, чем его отвод, что определяет фазовое соотношение между колебаниями давления и расхода [2].

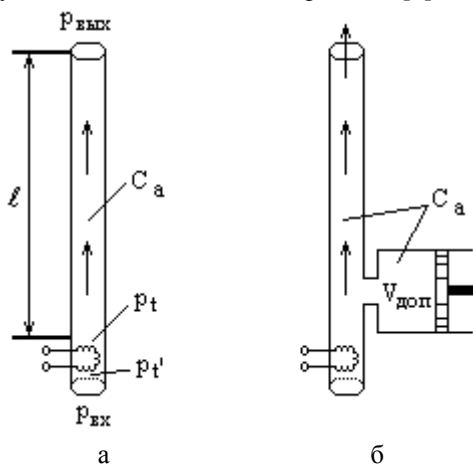


Рис. 1. Труба Рийке с расположением спирали электронагревателя на входе:  
а – автоколебания отсутствуют;  
б – возбуждаются при увеличении  $C_a$

В трубе Рийке подводимый тепловой поток, выделяемый электроспиралью, является постоянной величиной. Автоколебания поддерживаются отрицательными сопротивлениями: вязкостным  $h_l(Q_t)$  и тепловым  $h_T(Q_t)$  [3], из-за которых образуется восходящая ветвь на напорной характеристике теплоподвода  $F(Q_t)$ . Возбуждение автоколебаний в области неустойчивой восходящей ветви характеристики  $F(Q_t)$ , кроме того, зависит от величины волнового сопротивления  $Z = \sqrt{L_a/C_a}$  колебательного контура трубы Рийке. Поэтому при расположении источника теплоты на входе в трубу Рийке, когда она наполнена потоком нагретого воздуха (рис.1, а), а величина  $Z$  при этом значительная, уравнения движения в этом случае периодических (автоколебательных) решений не имеют [4]. Увеличив объем аккумулятора массы за счет присоединения к трубе Рийке дополнительной емкости изменяемого объема, располагая его выше источника теплоподвода (рис.1, б), в [5] теоретически были получены формы автоколебаний и рассмотрены некоторые их закономерности. Автоколебания, механизмом возбуждения которых является отрицательное вязкостное сопротивление, были определены при расположении источника теплоподвода непосредственно на входе в трубу Рийке [5], т.е. в узле давления при снижении волнового сопротивления колебательного контура. При перемещении электронагревателя вверх трубы на расстояние  $1/4 l$  от нижнего ее основания были получены периодические

решения уравнений движения, обусловленные тем же механизмом неустойчивости, но при отсутствии дополнительной емкости [6]. Это обусловлено тем, что акустическая гибкость объема холодного воздуха перед источником теплоподвода  $C_a$  существенно больше акустической гибкости нагретого участка трубы после электроспирали.

Таким образом, объем холодного воздуха перед электроспиралью нагревателя снижает волновое сопротивление трубы Рийке, что способствует возбуждению автоколебаний рассматриваемого феномена. Поэтому автоколебания могут возбуждаться независимо от расположения источника теплоподвода как в узле, так и в пучности давления, а возможность их самовозбуждения определяется величиной  $Z$ .

### 1. Постановка задачи

Задачей этой работы является аналитическое подтверждение независимости автоколебаний феномена Рийке от условий гипотезы Рэля и определение снижения их амплитуды при помощи как параллельного, так и последовательного включения проточного динамического демпфера [7].

Автоколебания феномена Рийке возбуждаются при преобразовании теплоты в напор потока. Аналогично возбуждаются автоколебания (помпаж) компрессора [8] при преобразовании механической энергии вращения также в напор потока. Восходящая ветвь напорной характеристики компрессора  $H(Q)$  образуется из-за отрицательных вихревых гидравлических потерь и необходимым условием неустойчивости является  $dH/dQ > 0$ . Такое же необходимое условие неустойчивости стационарного течения в терминах напорной характеристики  $F(Q_t)$  выполняется в трубе Рийке. Однако в этом случае условие  $dF/dQ_t > 0$  порождается нисходящими ветвями отрицательных сопротивлений  $h_\ell(Q_t)$  и  $h_T(Q_t)$ . Подводимый поток теплоты в условиях феномена Рийке, как уже отмечалось, является постоянным и не зависит от характера движения воздуха.

### 2. Уравнения движения в трубе Рийке при расположении электроспирали на ее входе

Покажем, что нестационарные движения воздуха в трубе Рийке описываются формально идентичной системой уравнений с уравнениями теории помпажа компрессора [8]. Действительно, рассматривая нагретый столб воздуха в трубе после

электронагревателя как материальную частицу и применяя к ней второй закон Ньютона, получим

$$m_t \frac{dw_t}{dt} = (p_t - p_{\text{ВЫХ}})S - m_t g - Sh_\ell, \quad (1)$$

где  $m_t = \rho_t \ell S$  – масса столба нагретого воздуха,  $w_t$  – скорость его движения,  $p_t$  – давление в трубе после электроспирали,  $p_{\text{ВЫХ}}$  – давление на выходе из трубы,  $h_\ell$  – вязкостные потери по длине трубы,  $S$  – площадь поперечного сечения трубы. Далее, используя соотношения:  $p_{t'} - p_t = h_T + h_{\text{сетки}}$ , где  $p_{t'}$  – давление непосредственно перед электроспиралью (рис. 1),  $h_T$  – тепловое сопротивление [3],  $h_{\text{сетки}}$  – местное гидравлическое сопротивление при обтекании сетки электронагревателя, и  $p_{\text{ВХ}} = p_{\text{ВЫХ}} + \rho_0 g \ell$ , где  $p_{\text{ВХ}}$  – давление на входе в трубу (рис. 1),  $\ell$  – ее длина,  $\rho_0$  – плотность воздуха в окружающей среде,  $g$  – ускорение свободного падения, уравнение (1) окончательно запишется в следующей форме

$$L_a \frac{dQ_t}{dt} = F(Q_t) - P, \quad (2)$$

где  $Q_t = Sw_t$  – объемный расход нагретого воздуха,  $L_a = \rho_t \ell / S$  – акустическая масса трубы Рийке,  $F(Q_t) = A(Q_t) - h_\ell(Q_t) - h_T(Q_t) - h_{\text{сетки}}(Q_t)$  – напорная характеристика теплоподвода,  $P = p_{\text{ВХ}} - p_{t'}$ ,  $A(Q_t) = g \ell (\rho_0 - \rho_t)$  – давление подъемной силы,  $h_{\text{сетки}}(Q_t) = k_{\text{сетки}} Q_t^2$ .

Закон сохранения массы, применительно к рассматриваемой задаче, приводит к уравнению

$$dm_t = \rho_0 Q_{\text{ВХ}} - \rho_t Q_t. \quad (3)$$

Отметим, что  $\frac{dp_{t'}}{dp_t} = c_t^2$ , где  $c_t = \sqrt{kRT}$  – скорость распространения звука в трубе после электронагревателя. Также  $dm_t = V d\rho_t$ , где  $V = \ell S$  – объем трубы. Объемный расход воздуха  $Q_{\text{ВХ}}$ , входящий в трубу Рийке, при отсутствии регулирующего дросселя на его входе, определяется из уравнения Бернулли

$$p_{\text{ВХ}} - p_{t'} = \xi_{\text{ВХ}} \rho_0 \frac{w_{\text{ВХ}}^2}{2},$$

где  $w_{\text{ВХ}}$  – скорость движения воздуха на входе в трубу,  $\xi_{\text{ВХ}} \approx 0,5$ . Таким образом, уравнение (3) можно записать в виде

$$C_a \frac{dP}{dt} = Q_t - \varphi(P), \quad (4)$$

где  $\varphi(P) = \rho_0 \rho_t^{-1} Q_{\text{вх}} = \xi \sqrt{P}$ ,  $\xi = \rho_t^{-1} S \sqrt{2\rho_0 \xi_{\text{вх}}^{-1}}$ ,  $C_a = \rho_t^{-1} c_t^{-2} V$  – акустическая гибкость трубы Рийке.

Полученная система уравнений (2), (4) формально совпадает с уравнениями теории помпажа, где вместо напорной характеристики нагнетателя присутствует напорная характеристика теплоподвода  $F(Q_t)$ .

Система уравнений (2), (4), согласно теореме А.А. Андропова, имеет периодическое автоколебательное решение, тогда и только тогда, когда уравнение интегральных кривых

$$\frac{dP}{dQ_t} = \frac{\varphi(P) - Q_t}{F(Q_t) - P} \cdot \frac{L_a}{C_a}, \quad (5)$$

имеет изолированное замкнутое решение (предельный цикл).

Образование предельного цикла определяется напорной характеристикой  $F(Q_t)$  трубы Рийке, характеристикой сети, которая составляет обращение функции  $\varphi(P)$ , волновым сопротивлением  $Z = \sqrt{L_a/C_a}$  и не связано с расположением источника теплоподвода в узле или пучности давления.

Воспользовавшись алгоритмом построения периодических решений [5] определяются периодические автоколебания в динамической системе (2), (4) и зависимость их амплитуды  $A$  от волнового сопротивления (рис. 2).

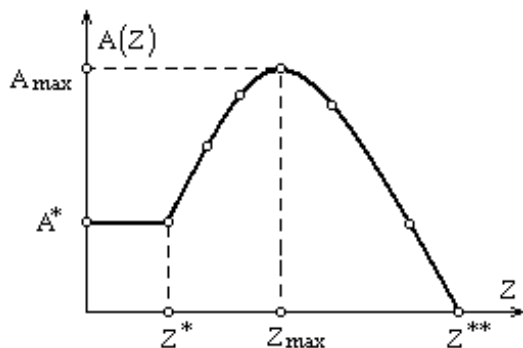


Рис. 2. Типичная зависимость амплитуды  $A(Z)$  автоколебаний в трубе Рийке

Для трубы Рийке с электроспиралью, расположенной на ее входе волновое сопротивление  $Z = 4\pi^{-1} c_t \rho_t d^{-2}$ . Поэтому при значениях диаметра трубы  $d$  (рис.1), таких, что выполняется неравенство  $Z \geq Z^{**}$  (рис.2) автоколебания в трубе (рис.1, а) не возбуждаются. При таком значении волнового сопротивления  $Z$  не имеет предельного цикла и уравнение интегральных кривых (5). С таким же расположением нагревателя, т.е. в узле давления, снижение волнового сопротивления  $Z$  достигается увеличением дополнительного объема

(рис.1, б), приводящего к увеличению суммарной акустической гибкости

$$C_a^\Sigma = C_a + C_a^{\text{доп}} = \rho_t^{-1} c_t^{-2} (V + V_{\text{доп}})$$

колебательного контура трубы Рийке. При этом регулированием положения поршня (рис.1, б) возможно снижение  $Z$  до значений  $Z < Z^{**}$  (рис.2) при которых уравнение (5) имеет предельный цикл и соответствующая ему динамическая система имеет периодические решения, описывающие режим автоколебаний в трубе (рис.2, б). Если  $Z \leq Z^*$  (рис.2) амплитуда автоколебаний феномена Рийке не зависит от величины  $Z$ . Автоколебания в этом случае становятся релаксационными и величина их амплитуды определяется  $S$  – образной веткой напорной характеристики  $F(Q_t)$  трубы Рийке.

## 2. Динамическое демпфирование автоколебаний феномена Рийке

Определим снижение амплитуды автоколебаний Рийке динамическим проточным демпфером, который представляет собой пассивный  $L_a C_a$  – колебательный контур [7]. При последовательном включении в трубу Рийке данного демпфера согласно [10] наблюдалось значительное снижение амплитуды автоколебаний поющего пламени при равенстве акустических параметров демпфера и основного колебательного контура. Труба Рийке с параллельным присоединением демпфирующего  $L_a C_a$  – контура изображена на рис. 3, а и последовательным – на рис. 3, б.

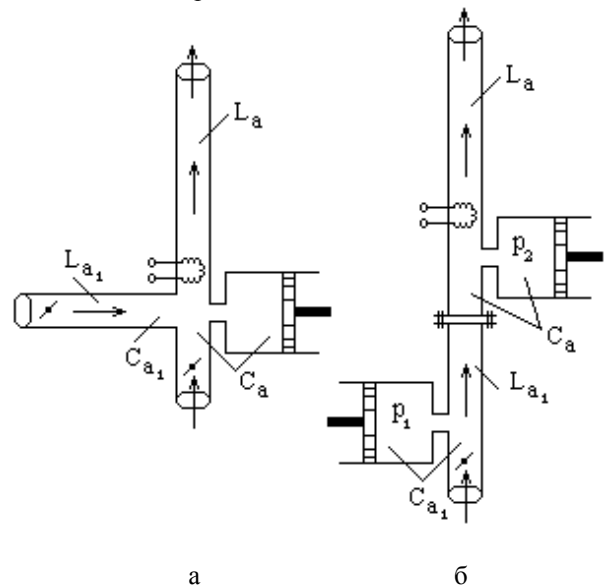


Рис. 3. Труба Рийке с присоединенным: а – параллельно, б – последовательно демпфирующим  $L_{a1} C_{a1}$  – колебательным контуром

Уравнение изменения количества движения нагретого воздуха в трубе (рис. 3) имеет вид

$$L_a \frac{dQ_t}{dt} = F(Q_t) - P. \quad (6)$$

Построение напорной характеристики  $F(Q_t)$  изложено в [9]. Уравнение изменения количества движения в демпфере является следующим

$$L_{a1} \frac{dQ_1}{dt} = P - \lambda \frac{\ell_1}{d} \rho_0 \frac{w_1^2}{2} - k_\varphi Q_1^2, \quad (7)$$

где  $\lambda$  – коэффициент гидравлических потерь по длине,  $k_\varphi$  – коэффициент гидравлических потерь на входном дросселе демпфера,  $w_1$  – скорость движения воздуха в трубе демпфера.

Уравнение изменения массы в аккумулялирующей емкости совместной с емкостью демпфера запишем в форме

$$(C_a + C_{a1}) \frac{dP}{dt} = Q_t - Q_1 - Q_{вх}, \quad (8)$$

где  $Q_1 = \varphi_1(P)$  – объемный расход воздуха, входящий в демпфер. Акустической гибкостью  $C_{a2}$  объема нагретого воздуха, ввиду ее малости, пренебрегаем, поскольку  $C_{a2} \ll C_a$ .

Стационарный режим на характеристике  $F(Q_t)$  определяется из условия совместности  $F(Q_t) = h_c(Q_t)$ , где характеристика сети  $h_c(Q_t)$  рассматривается как сопротивление параллельных ветвей, перемещающих холодный воздух, к которым последовательно присоединена ветвь с нагретым воздухом.

При параллельном присоединении  $L_{a1}C_{a1}$  – колебательного контура к трубе Рийке (рис.3, а), волновое сопротивление которого определяется

выражением  $Z_1 = \sqrt{\frac{L_{a1}}{C_a + C_{a1}}}$ , амплитуда автоколебаний достигает минимальной величины  $A^*$  когда  $L_{a1} = L_a$ , и при дальнейшем уменьшении  $L_{a1}$  остается неизменной (рис.4). При увеличении  $L_{a1}$  амплитуда автоколебаний возрастает и достигает максимального значения, когда  $L_{a1} = +\infty$ , а в дальнейшем, с увеличением акустической массы  $L_a$ , волновое сопротивление  $Z = \sqrt{\frac{L_a}{C_a + C_{a1}}}$  воз-

растает, и амплитуда автоколебаний уменьшается. При одновременном одинаковом изменении  $L_{a1} = L_a = \text{var}$  характер изменения амплитуды автоколебаний от волнового сопротивления аналогичен, как приведено на рис.2 для случая трубы Рийке без подключенного к ней проточного динамического демпфера.

При последовательном присоединении акустического  $L_{a1}C_{a1}$  – демпфера к трубе Рийке (рис.3, б) нестационарные движения определяются следующей системой уравнений [10]

$$\begin{cases} L_a \frac{dQ_t}{dt} = F(Q_t) - \tilde{P}, & C_a \frac{d\tilde{P}}{dt} = Q_t - \tilde{Q}, \\ L_{a1} \frac{d\tilde{Q}}{dt} = \tilde{P} - \tilde{P}_1, & C_{a1} \frac{d\tilde{P}_1}{dt} = \tilde{Q} - Q_{вх}, \end{cases} \quad (9)$$

где положено:  $p_0 - p_2 = \tilde{P}$ ,  $p_0 - p_1 = \tilde{P}_1$ ,  $Q_{вх}$  – объемный расход воздуха входящий из атмосферы в проточный демпфер (рис. 3 - б), определяется из уравнения гидравлических потерь на дросселе

$$\tilde{P}_1 = k_{др} Q_{вх}^2. \quad (10)$$

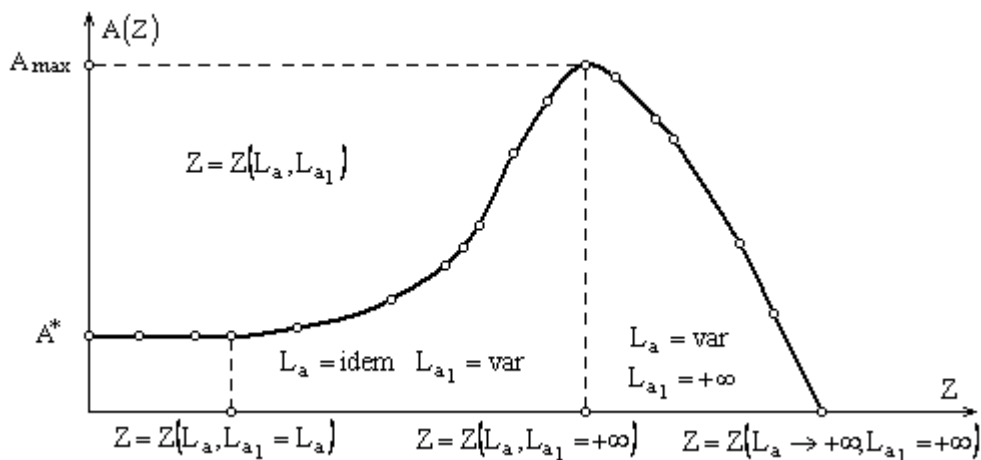


Рис. 4. Типичная зависимость амплитуды  $A(Z)$  автоколебаний в трубе Рийке при параллельном присоединении к ней  $L_{a1}C_{a1}$  – колебательного контура

Периодическое автоколебательное решение системы уравнений (9) – (10) имеет наименьшую амплитуду при выполнении условия  $L_{a1} = L_a$  и  $C_{a1} = C_a$ , т.е. когда  $Z_1 = Z$ , что проиллюстрировано на рис. 5.

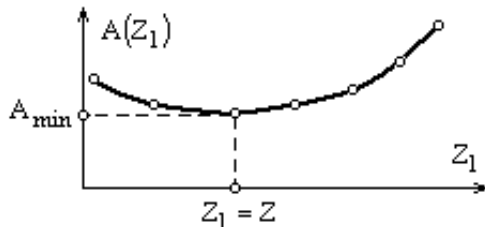


Рис. 5. Типичная зависимость амплитуды автоколебаний  $A(Z_1)$  давления  $\tilde{P}(t)$  в трубе Рийке (рис. 3, б) при изменении волнового сопротивления  $Z_1$  последовательно присоединенного демпфера

Таким образом, при последовательном присоединении к трубе Рийке  $L_{a1} C_{a1}$  – колебательного контура, наибольший эффект такого динамического демпфирования достигается при равенстве акустических параметров демпфера и трубы [10].

### Выводы

1. Теплоподвод в трубе Рийке является постоянным, а согласно условиям гипотезы Рэля подвод теплоты осуществляется периодически. Таким образом, параметры предельного цикла и автоколебательные решения уравнений феномена Рийке не связаны с периодичностью теплоподвода.

2. При расположении источника теплоподвода в пучности давления, т.е. на  $\frac{1}{4}\ell$  от нижнего основания трубы, автоколебания самовозбуждаются из-за снижения волнового сопротивления трубы Рийке, что определяется акустической гибкостью  $C_a$  холодного воздуха участка трубы до электро-спирали.

3. Автоколебания при расположении нагревателя в узле давления, т.е. непосредственно на входе в трубу возникают при специальных условиях. Это обусловлено очень малой гибкостью объема нагретого воздуха участка трубы после электроспиральи, что в итоге значительно увеличивает волновое сопротивление колебательного контура. Однако при присоединении в этом случае к трубе Рийке достаточного дополнительного объема (рис. 1, б) происходит снижение волнового сопротивления, что способствует самовозбуждению автоколебаний.

4. Установлено, что при параллельном включении в трубу Рийке проточного динамического демпфера автоколебания феномена Рийке наиболее эффективно уменьшаются при равенстве  $L_{a1} = L_a$  акустических параметров колебательного контура трубы Рийке и демпфирующего контура.

5. При последовательном включении проточного акустического  $L_{a1} C_{a1}$  – динамического демпфера максимальное снижение амплитуды автоколебаний достигается при равенстве волновых сопротивлений  $Z = Z_1$  трубы Рийке и демпфера.

### Литература

1. Крокко, Л. Теория неустойчивости горения в жидкостных ракетных двигателях [Текст]: пер. с англ. / Л. Крокко, Чжен Синь-и. – М.: Изд-во иностр. литерат., 1958. – 351 с.
2. Раушенбах, Б.В. Вибрационное горение [Текст]/ Б.В. Раушенбах. – М.: Физматгиз, 1961. – 500 с.
3. Гоцуленко, В.В. Об аналогии нестационарных режимов воздухонагревателя доменной печи (каупера) и трубы Рийке [Текст] / В.В. Гоцуленко // Системные технологии. – 1999. – № 8. – С. 24 – 26.
4. Гоцуленко, В.В. Математическая модель трубы Рийке и условия ее звучания [Текст] / В.В. Гоцуленко // Математичне моделювання. – 2000. – № 5. – С. 39 – 41.
5. Гоцуленко, В.В. Математическое моделирование особенностей феномена Рийке при изменении мощности теплового потока [Текст]/ В.В. Гоцуленко // Математическое моделирование, РАН. – 2004. – Т. 16, № 9. – С. 23 – 28.
6. Гоцуленко, В.В. Автоколебания в трубе Рийке при ее собственном волновом сопротивлении [Текст]/ В.В. Гоцуленко // Системные технологии. – 2004. – № 4'(33). – С. 45 – 51.
7. Гоцуленко, В.В. Демпфирование автоколебаний вибрационного горения проточными динамическими демпферами [Текст]/ В.В. Гоцуленко, В.Н. Гоцуленко // Авиационно-космическая техника и технология. – 2011. – № 3(80). – С. 53 – 57.
8. Казакевич, В.В. Автоколебания (помпаж) в компрессорах [Текст] / В.В. Казакевич. – М.: Машиностроение, 1974. – 264 с.
9. Басок, Б.И. Теория феномена Рийке в системе с сосредоточенными параметрами [Текст] / Б.И. Басок, В.В. Гоцуленко // Акустический вестник. – 2010. – Т.13, № 3. – С. 3 – 8.
10. Гоцуленко, В.В. Математическое моделирование снижения амплитуд колебаний вибрационного горения в крупных промышленных агрегатах [Текст] / В.В. Гоцуленко // Математическое моделирование, РАН. – 2005. – Т. 17, № 11. – С. 16 – 24.

Поступила в редакцию 12.04.2012

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., проф. кафедры электроники Б.С. Довгалоук, Днепродзержинский государственный технический университет, Днепродзержинск, Украина.

### ЩОДО НЕЗАЛЕЖНОСТІ АВТОКОЛИВАНЬ ФЕНОМЕНУ РІЙКЕ ВІД УМОВ ГІПОТЕЗИ РЕЛЕЯ ТА ЇХ ДИНАМІЧНЕ ДЕМПФІРУВАННЯ

*В.В. Гоцуленко, В.М. Гоцуленко*

Теоретично встановлено, що при зменшенні хвильового опору труби Рійке автоколивання в ній можуть збуджуватися при безпосередньому розташуванні джерела тепlopідводу на її вході, що не залежить від критерію Релея. Встановлено характер залежності амплітуди розглянутих автоколивань при зміні хвильового опору коливального контуру труби Рійке. Також розглянуто динамічне демпфірування автоколивань феномену Рійке за допомогою паралельного та послідовного приєднання до труби проточного акустичного LC-коливального контуру. Визначено характер залежності амплітуди автоколивань при зміні акустичних параметрів проточного акустичного LC-коливального контуру, як при паралельному, так і при послідовному приєднанні його до труби Рійке.

**Ключові слова:** труба Рійке, термоакустичні автоколивання, прямооточний демпфер, демпфірування автоколивань, хвильовий опір.

### THE INDEPENDENCE OF OSCILLATIONS OF THE RIJKE PHENOMENON OF HYPOTHESES RAYLEIGH AND THEY DYNAMIC DAMPING

*V.V. Gotsulenko, V.N. Gotsulenko*

Theoretically found that with decreasing impedance tube Rijke oscillations it can be excited with the direct location of the heat source at its input that is independent of the Rayleigh criterion. The nature of the amplitude of oscillation considered when the characteristic impedance of the tank circuit Rijke tube. It is also considered a dynamic damping oscillation phenomenon Rijke with parallel and serial connection to the pipe flow of acoustic LC-oscillatory circuit. The character of the amplitude of oscillation when the acoustic parameters of acoustic flow LC-oscillating circuit, as in the parallel and sequential joining it to the Rijke tube.

**Key words:** Rijke tube, thermoacoustic oscillations, direct-flow damper, damping oscillations, the wave resistance.

**Гоцуленко Владимир Владимирович** – канд. техн. наук, старший научный сотрудник отдела теплофизических основ энергосберегающих теплотехнологий института технической теплофизики НАН Украины, Киев, e-mail: gosul@ukr.net.

**Гоцуленко Владимир Николаевич** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры экономической кибернетики института предпринимательства “Стратегия”, Желтые Воды, Украина.