### УДК 533.69.04

# С.М. ЕРЁМЕНКО, А.Б. КАСЬЯНЕНКО, В.И. КУЛЕШОВ

#### Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

# РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕПЛОСКИХ КРЫЛЬЕВ

Обсуждаются результаты модельного исследования нелинейных нестационарных аэродинамических характеристик неплоских крыльев в широком диапазоне углов атаки при их дозвуковом обтекании. Приведена постановка задачи и алгоритм решения методом дискретных вихрей. Проведен анализ влияния кривизны неплоского крыла по размаху на его аэродинамические характеристики, в частности коэффициенты подъемной силы и продольного момента. Приведены картины обтекания в виде вихревых пелен для различных углов кривизны. Получена зависимость коэффициента подъемной силы неплоского крыла от его кривизны по размаху, которая показала его существенную несимметричность для положительных и отрицательных углов атаки.

*Ключевые слова:* неплоское крыло, вихревой след, вихревая пелена, линия схода пелены, метод дискретных вихрей.

Широкое использование несущих систем, представляющих собой неплоские крылья, в различных областях авиакосмической техники, требует знания их аэродинамических характеристик. Получить характеристики неплоских крыльев возможно, в частности, с использованием математических моделей, базирующихся на методе дискретных вихрей (МДВ) [1 – 3].

Формы неплоских крыльев получены изгибом прямоугольного крыла  $\lambda = 1$  по образующей цилиндра на угол  $\varphi = 60^{\circ}...180^{\circ}$  (рис. 1). Где R – радиус цилиндра,  $\varphi$  – центральный угол (в градусах), длина дуги l, равная размаху плоского крыла  $\lambda = 1$ . Длина дуги l, центральный угол  $\varphi$  и радиус цилиндра R связаны известным соотношением:

$$l = 2\pi R \phi$$
.



Рис. 1. К определению формы неплоского крыла

Считается, что крыло движется с малой дозвуковой скоростью, поэтому решается задача об его обте-

© С.М. Ерёменко, А.Б. Касьяненко, В.И. Кулешов

кании потоком идеальной несжимаемой жидкости. Предполагается, что массовые силы в жидкости отсутствуют. За движущимся крылом существует развивающийся со временем вихревой след, который образован вихревыми пеленами  $\sigma_p$  (поверхностями тангенциального разрыва скорости), непрерывно сходящими с поверхностей крыла  $\sigma_T$ . Считается, что положение линий схода вихревых пелен с поверхности крыла в каждый момент времени заранее задано.

Предполагается, что течение вне поверхностей крыла и его следа является безвихревым  $(\vec{\nabla} \times \vec{V} = 0)$ . В этом случае существует функция  $\Phi(\vec{r},t)$  – потенциал, такая, что  $\nabla \Phi = \vec{V}$ . Тогда из уравнения неразрывности для несжимаемой среды  $(\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0)$  следует, что потенциал течения удовлетворяет уравнению Лапласа:

$$\Delta \Phi(\vec{r},t) = 0, \ \vec{r} \notin \sigma_{\rm T} \cup \sigma_{\rm P}. \tag{1}$$

Поле давлений в пространстве определяется интегралом Коши-Лагранжа:

$$\frac{\mathbf{p}(\vec{\mathbf{r}},t) - \mathbf{p}_{\infty}}{\rho} = -\left(\frac{\mathbf{V}(\vec{\mathbf{r}},t)^{2}}{2} + \frac{\partial \Phi(\vec{\mathbf{r}},t)}{\partial t}\right), \qquad (2)$$
$$\vec{\mathbf{r}} \notin \sigma_{\mathrm{T}} \cup \sigma_{\mathrm{P}},$$

где p – давление на бесконечном удалении от тела и вихревой пелены.

Интегрированием нагрузки на поверхности крыла можно определить аэродинамические силу  $\vec{R}_{A}(t)$  и момент  $\vec{M}(t)$ .

Таким образом, решение задачи расчёта обтекания крыла в каждый момент времени состоит в отыскании потенциала скорости  $\Phi(\vec{r},t)$ , удовлетворяющего уравнению Лапласа и граничным условиям:

– непротекания на поверхности крыла  $\sigma_T$  :

$$\nabla \Phi(\vec{r},t) \cdot \vec{n}(\vec{r},t) = V_*(\vec{r},t) \cdot \vec{n}(\vec{r},t), \ \vec{r} \in \sigma_T, \ (3)$$
$$\vec{V}_*(\vec{r},t) = \vec{V}_{\rm k} + \vec{\Omega} \times \vec{r}, \ \vec{r} \in \sigma_T - \text{скорости движе-$$

где:  $V_*(\vec{r},t) = V_k + \Omega \times \vec{r}$ ,  $\vec{r} \in \sigma_T$  – скорости движения точек поверхностей  $\sigma_T$ ;

 $\vec{n}(\vec{r},t)$ ,  $\vec{r} \in \sigma_T$  – внешние нормали к поверхности крыла; в случае если поверхность крыла описывается уравнением  $\sigma_T(\vec{r},t) = 0$  и в процессе его движения меняют свою форму со скоростью  $\vec{V}_{Д}$ , то  $\vec{V}_*(\vec{r},t) = \vec{V}_k + \vec{\Omega} \times \vec{r} + \vec{V}_{\Pi}$ ;

– убывания возмущений на бесконечном удалении от  $\sigma_T$  и  $\sigma_P$ 

$$\Phi(\vec{\mathbf{r}},\mathbf{t}) \to 0, \ \left| \nabla \Phi(\vec{\mathbf{r}},\mathbf{t}) \right| \to 0, \ \left| \vec{\mathbf{r}} \right| \to \infty; \qquad (4)$$

 на вихревых пеленах σ<sub>P</sub> – кинематическому условию совместности течений и условию отсутствия перепада давлений

$$\begin{pmatrix} \vec{\mathbf{V}}(\vec{\mathbf{r}},t) \cdot \vec{\mathbf{n}}(\vec{\mathbf{r}},t) \end{pmatrix}_{+} = \left( \vec{\mathbf{V}}(\vec{\mathbf{r}},t) \cdot \vec{\mathbf{n}}(\vec{\mathbf{r}},t) \right)_{-},$$

$$p(\vec{\mathbf{r}},t)_{+} = p(\vec{\mathbf{r}},t)_{-}, \ \vec{\mathbf{r}} \in \sigma_{P};$$

$$(5)$$

на линиях схода вихревых пелен L – условие Чаплыгина-Жуковского о конечности скорости

$$p(\vec{r},t)_{+} = p(\vec{r},t)_{-},$$
  
$$\nabla \Phi \cdot n(\vec{r},t)_{+} = \nabla \Phi \cdot n(\vec{r},t)_{-}, r \in L; \qquad (6)$$

 граничные условия (3)...(6) дополняются условием (следующим из теоремы Томсона) о постоянстве циркуляции по замкнутому контуру, охватывающему крыло и его вихревой след:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \oint \vec{\mathbf{V}} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathbf{l}} = 0.$$
 (7)

Решение задачи (1)...(7) позволяет определить поля скоростей и давлений, а, следовательно, и реакцию среды на крыло.

Для решения поставленной задачи об определении аэродинамических характеристик крыла использована модификация МДВ, а именно метод дискретных вихрей с замкнутыми вихревыми рамками.

Задача решается в безразмерном виде. Линейные размеры определяются соотношениями:

$$x = X/b_{cax}$$
,  $y = Y/b_{cax}$ ,  $z = Z/b_{cax}$ .

Введены безразмерные скорости, циркуляции и потенциал скорости:

$$\mathbf{v}_{x,y,z} = \mathbf{V}_{x,y,z} / \mathbf{V} , \ \boldsymbol{\omega}_{x,y,z} = \mathbf{b}_{cax} \Omega_{x,y,z} / \mathbf{V} ,$$

 $\Gamma = \Gamma_+ / V b_{cax}$ ,  $\Delta = \delta / V b_{cax}$ ,  $\phi = \Phi / V b_{cax}$ , где V,  $\Omega$ ,  $\Gamma_+$ ,  $\delta$ ,  $\Phi$  – обозначения размерных скоростей, циркуляций и потенциала.

Безразмерное время есть величина

$$\tau = \frac{1}{b_{\text{cax}}} \int_{0}^{t} V(\zeta) d\zeta \,.$$

Коэффициенты аэродинамических сил и моментов вводятся через следующие соотношения:

$$R_{x,y,z} = C_{x,y,z} \rho \frac{V^2}{2} S, M_x = m_x \rho \frac{V^2}{2} S b_{cax},$$
$$M_{y,z} = m_{y,z} \rho \frac{V^2}{2} S l,$$

где *р* – плотность среды;

1 – характерный размер (для самолета – размах крыла).

Полагается, что поверхности  $\sigma_T$  и  $\sigma_p$  являются вихревыми поверхностями, которые в МДВ моделируются системами вихревых отрезков.

Граничное условие непротекания в контрольных точках  $T_i$ , с радиус-векторами  $\vec{r}_{0j} \left( j = 1, ..., N_{\sigma_T} \right)$ , имеет вид:  $\sum_{i=1}^{N_{\sigma_T}} w_{n\sigma i} \left( \vec{r}_{0j}, \tau \right) \Gamma_i + \sum_{i=1}^{N_{\sigma p}} w_{n\sigma i} \left( \vec{r}_{0j}, \tau \right) \Delta_i =$ 

$$= 4\pi v_{*n} \left( \vec{i}_{0j}, \tau \right),$$
 (8)

это же уравнение в матричном виде:

где:

$$W_{\sigma_{\rm T}}\Gamma + W_{\sigma_{\rm P}}\Delta = B, \qquad (9)$$

$$\begin{split} \Gamma = \begin{pmatrix} \Gamma_{1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \Gamma_{N\sigma p} \end{pmatrix}, \ \Delta = \begin{pmatrix} \Delta_{1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta_{N\sigma p} \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 4\pi v_{*n} \left(\vec{t}_{01}, \tau\right) \\ \cdot \\ \cdot \\ 4\pi v_{*n} \left(\vec{t}_{0N\sigma p}, \tau\right) \end{pmatrix}, \\ W\sigma_{T} = \left\{ w_{n\sigma_{Tj}} \left(\vec{t}_{0i}, \tau\right) \right\}_{\substack{i=1, N\sigma_{T} \\ j=1, N\sigma_{T}}}, \\ W\sigma_{P} = \left\{ w_{n\sigma_{Tj}} \left(\vec{t}_{0i}, \tau\right) \right\}_{\substack{i=1, N\sigma_{T} \\ j=1, N\sigma_{P}}}. \end{split}$$
(10)

Равенство (9) является системой линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) и используется для определения циркуляций на теле, являющихся компонентами вектора  $\vec{\Gamma}$ .

Начало связанной системы координат совпадает с носком корневой хорды  $b_0$  крыла, за характерную площадь принята площадь омываемой поверхности  $S_{om}$ , характерный размер –  $b_A$ . Поверхность крыла – бесконечно тонкая пластина. Из предположения, что, как правило, рассматриваемые крылья имеют малую относительную толщину профиля ( $\overline{c} \cong 1, 5 \dots 3\%$ ) и острые кромки, моделировалось отрывное обтекание передней кромки. Алгоритм решения задачи нестационарного обтекания с началом образования вихревого следа заключается в следующем:

 вычисляются элементы матрицы Wo<sub>T</sub>, которые остаются неизменными, если в процессе расчёта геометрия тела остается неизменной.

2) вычисляется обратная матрица  $W\sigma_T^{-1}$ .

 предполагается, что на нулевом расчётном шаге вихревой след отсутствует. Другими словами, на нулевом шаге рассчитывается бесциркуляционное обтекание крыла.

4) для расчётного момента времени  $\tau_{\kappa}$  рассчитывается вектор  $B(\tau_{\kappa})$ .

5) решением системы (9) определяются значения циркуляций на σ<sub>T</sub>:

$$\Gamma(\tau_{k}) = W\sigma_{T}^{-1}(B(\tau_{k}) - W\sigma_{P}(\tau_{k})\Delta(\tau_{k})); \quad (11)$$

 6) рассчитываются распределенные и суммарные аэродинамические нагрузки.

7) при известном поле скоростей определяется положение точек вихревой пелены к следующему расчетному моменту безразмерного времени  $\tau_{\kappa+1}$  и циркуляции вновь образующихся вихрей на ней.

8) вычисляется матрица  $W\sigma_P(\tau_{k+1})$ .

 при моделировании деформации крыла вычисляются новые координаты присоединенных вихревых рамок и контрольных точек. В этом случае следующий временной шаг выполняется с пункта 1.

Таким образом, реализация вышеприведенного алгоритма позволяет рассчитать аэродинамические характеристики крыла.

На рис. 2 представлены зависимости  $c_{va}(\alpha)$  и  $m_{z}(\alpha)$  в диапазоне  $\phi = 60^{\circ}...180^{\circ}$ . Видно, что при увеличении угла ф несущие свойства, оцениваемые через с<sub>va</sub>, уменьшаются по отношению к плоскому крылу  $\lambda = 1$  как при положительных, так и при отрицательных значениях угла атаки α. При этом, при малых положительных а различия в с<sub>уа</sub> несущественны вплоть до кривизны  $\phi = 90^{\circ}$ , чего не скажешь о картине при отрицательных α, когда уже малая кривизна приводит к ощутимому падению несущих свойств. Снижение коэффициента момента тангажа m<sub>z</sub> также особенно заметно на отрицательных α, что объясняется смещением координаты центра давления  $\overline{x}_d$  к передней кромке (рис. 3). Изменения  $\overline{x}_d$  в положительном диапазоне углов  $\alpha$ , а, следовательно, и m<sub>z</sub>, менее значительны за счёт интерференции боковых вихревых пелен и кормовой части крыла (рис. 4 – 8), тогда как при отрицательных значениях α, боковая пелена практически не интерферирует с поверхностью крыла, смещаясь при этом вниз по вектору скорости невозмущённого потока.







На рис. 9 представлены индуктивные поляры крыльев различных форм ( $\phi = 60^{\circ}...180^{\circ}$ ) в диапазоне углов атаки  $\alpha = -50^{\circ}...50^{\circ}$ , откуда видно несимметричное изменение коэффициентов  $c_{ya}$  и  $c_{xi}$  от угла атаки  $\alpha$ .

Практический интерес представляет влияние изменения формы крыла по размаху на его аэродинамические характеристики, например, на с<sub>уа</sub>. На рис. 10 представлена зависимость:

$$\overline{c}_{ya}^{\phi}\left(\phi\right) = \sum_{l}^{n} \left[ \frac{c_{ya}^{\phi}}{c_{ya}^{\pi.\kappa.}} \right] / n \,,$$



Рис. 4. Вихревая пелена крыла,  $\phi = 60^{\circ}$  :

a -  $\alpha = 15^{\circ}$ ; 6 -  $\alpha = -15^{\circ}$ ;  $\tau = 3,5$ 



Рис. 5. Вихревая пелена крыла,  $\phi = 90^{\circ}$ :

a -  $\alpha = 15^{\circ}$ ; 6 -  $\alpha = -15^{\circ}$ ;  $\tau = 3,5$ 



Рис. 6. Вихревая пелена крыла,  $\phi = 120^{\circ}$ :  $a - \alpha = 15^{\circ}$ ;  $\delta - \alpha = -15^{\circ}$ ;  $\tau = 3,5$ 



Рис. 7. Вихревая пелена крыла,  $\phi = 150^{\circ}$ : a -  $\alpha = 15^{\circ}$ ;  $\delta - \alpha = -15^{\circ}$ ;  $\tau = 3.5$ 



Рис. 8. Вихревая пелена крыла,  $\phi = 180^{\circ}$ :  $a - \alpha = 15^{\circ}$ ;  $6 - \alpha = -15^{\circ}$ ;  $\tau = 3,5$ 

где  $c_{ya}^{\phi}$  – коэффициент подъёмной силы неплоского крыла с центральным углом  $\phi$ ;

с<sub>уа</sub><sup>п.к.</sup> – коэффициент подъёмной силы плоского крыла;

n – количество точек осреднения по углам атаки.

Видна потеря несущих свойств неплоских крыльев, которая возрастает при увеличении центрального угла  $\phi$ , при этом падение  $\overline{c}_{ya}^{\phi}$  составляет до 50% ( $\phi = 180^{\circ}$ ) на положительных углах атаки  $\alpha$ , и до 70% – на отрицательных  $\alpha$  (рис. 10).





Рис. 10. Влияние кривизны крыла по размаху на его аэродинамические характеристики

Немалый практический интерес представляет влияние удлинения λ, стреловидности по передней и задней кромкам на аэродинамические характеристики неплоских несущих и стабилизирующих поверхностей, а также, влияние зазоров между ними и поверхностью фюзеляжа, т.к. такие несущие поверхности, как правило, используются на слабооперённых ЛА в различных комбинациях их аэродинамической компоновки.

Поэтому необходимы систематические исследования в этом направлении, что позволит выявить особенности аэродинамических характеристик, как несущих систем такого рода, так и наиболее распространённых аэродинамических компоновок слабооперённых ЛА.

Таким образом, при аэродинамическом проектировании летательных аппаратов с неплоскими несущими или стабилизирующими поверхностями необходимо учитывать влияние кривизны по размаху на их аэродинамические характеристики, используя для этого, в первом приближении, полученные зависимости, приведенные на рис. 10.

#### Литература

1. Белоцерковский, С.М. Линейные и нелинейные модели аэродинамики летательных аппаратов [Текст] / С.М. Белоцерковский, М.И. Ништ // Труды ВВИА: сб. науч. тр. ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского. – Вып. 1310. – М., 1981. – С. 5 – 10.

2. Белоцерковский, С.М. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью [Текст] / С.М. Белоцерковский, М.И. Ништ. – М.: Наука, 1978. – 352 с.

3. Нелинейная теория крыла и её приложения [Текст] / Т.О. Аубакиров, С.М. Белоцерковский, А.И. Желанников, М.И. Ништ. – Алматы: ГЫ-ЛЫМ, 1997. – 448 с.

Поступила в редакцию 8.06.2012

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., проф. каф. аэрогидродинамики В.В. Тюрев, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

#### РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ АЕРОДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕПЛОСКИХ КРИЛ С.М. Спомочко. О.Е. Карадионко. В. I. Кладион

## С.М. Єрьоменко, О.Б. Касьяненко, В.І. Кулєшов

Обговорюються результати модельованого дослідження нелінійних нестаціонарних аеродинамічних характеристик неплоских крил у широкому діапазоні кутів атаки та дозвуковому обтіканні. Наведена постановка задачі та алгоритм рішення методом дискретних вихорів. Проведений аналіз впливу кривизни неплоского крила по розмаху на його аеродинамічні характеристики, зокрема коефіцієнти підйомної сили і повздовжнього моменту. Приведені картини обтікання у вигляді вихрових пелен для різних кутів кривизни. Отримана залежність коефіцієнта підйомної сили неплоского крила від його кривизни по розмаху, яка показала його істотну асиметрію для позитивних та негативних кутів атаки.

Ключові слова: неплоске крило, вихровий слід, вихрова пелена, метод дискретних вихорів.

#### RESULTS OF RESEARCHES OF AERODYNAMIC CHARACTERISTICS OF NON-PLANAR WINGS S.M. Yeryomenko, O.B. Kasianenko, V.I. Kuleshov

The results of model researches of nonlinear non-stationary aerodynamic characteristics of non-planar wings in the wide range of angles of attack and subsonic streamlining come into question. Problem statement and it's solving algorithm by the method of discrete vortexes are given. The analysis of influence of non-planar wing camber along the span on its aerodynamic characteristics, in particular coefficients of lift force and longitudinal moment, is conducted. The streamline pictures in the form of vortex wakes for the different degrees of camber are shown. Dependence of lift force coefficient of non-planar wing on its camber along the span is gotten, which revealed its significant asymmetry for the positive and negative angles of attack.

Key words: non-planar wing, vortical track, vortex wake, method of discrete vortexes.

**Еременко Сергей Михайлович** – канд. техн. наук, науч. сотр. проблемной научно-исследовательской лаборатории аэрогидродинамики и акустики Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ».

Касьяненко Александр Борисович – ст. науч. сотр. проблемной научно-исследовательской лаборатории аэрогидродинамики и акустики Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ».

Кулешов Виктор Иванович – ст. науч. сотр. проблемной научно-исследовательской лаборатории аэрогидродинамики и акустики Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ».