

УДК 539.376

В.П. ГОЛУБ, В.Н. ПЕЛЫХ, А.Д. ПОГРЕБНЯК

Институт механики им. С.П.Тимошенко НАН Украины, Киев, Украина

К ЗАДАЧЕ РАСЧЕТА УСТАЛОСТНОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ПРИЗМАТИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ ПРИ АСИММЕТРИЧНОМ ИЗГИБЕ И КРУЧЕНИИ

Решается задача расчета усталостной долговечности призматических стержней при совместном действии статических и циклических нагрузок в условиях чистого изгиба и чистого кручения. Решение строится на основе гипотезы эквивалентности, устанавливающей соответствие между асимметричным циклом и эквивалентным ему по числу циклов до разрушения симметричным циклом. Эквивалентность между асимметричным и симметричным циклами нагружения задается в форме степенной трансцендентной функции. Параметры функции определяются по данным стандартных испытаний на усталость при симметричном цикле и по данным единичного эксперимента на усталость при отнулевом цикле. Результаты расчетов апробируются экспериментально на примере разрушения стержней из углеродистых, легированных и теплостойких сталей.

Ключевые слова: призматические стержни, циклический изгиб, циклическое кручение, асимметричный цикл, симметричный цикл, эквивалентные напряжения, усталостная долговечность.

Введение

Одной из основных причин преждевременного выхода из строя ответственных деталей авиационных газотурбинных двигателей является усталость – источник наиболее опасного и трудно предсказуемого вида разрушения [1 – 3]. Особенно актуальна проблема усталостных разрушений при асимметричном циклическом нагружении, когда одновременно действуют статическая и циклическая нагрузки.

Решение задач усталости при асимметричном нагружении строится, как известно, на основе гипотезы эквивалентности. Гипотеза эквивалентности устанавливает соответствие между асимметричным и симметричным циклами нагружения по выбранному параметру и позволяет сформулировать величину эквивалентного напряжения. Эквивалентность между асимметричным и симметричным циклами устанавливается по диаграммам предельных амплитуд напряжений.

В работах [3 – 8] эквивалентные напряжения формулируются исходя из линейной зависимости для предельной диаграммы. Сформулированные таким образом эквивалентные напряжения использовались для расчета пределов усталости и коэффициентов запаса прочности при асимметричном растяжении и кручении [3 – 6], а также для расчета усталостной долговечности гладких и надрезанных стержней при асимметричном растяжении [7, 8].

Однако, для большинства конструкционных

материалов зависимость между предельными напряжениями асимметричного цикла является существенно нелинейной [9] и с целью повышения точности расчетов при формулировке эквивалентных напряжений необходимо использовать нелинейные зависимости.

В работе [8] эквивалентное напряжение сформулировано также и на основе параболической зависимости для предельной диаграммы и показано, что результаты расчетов лучше согласуются с экспериментальными данными, чем в случае линейной зависимости. В работе [10] эквивалентное напряжение сформулировано на основе степенной трансцендентной функции, что позволило решить задачу расчета усталостной долговечности при асимметричном растяжении-сжатии практически для любой нелинейности, задающей диаграмму предельных амплитуд напряжений.

В настоящей статье эквивалентные напряжения, сформулированные на основе степенной трансцендентной функции, используются для решения задачи расчета усталостной долговечности призматических стержней при асимметричном изгибе и асимметричном кручении.

1. Постановка задачи

Рассматривается усталостное разрушение призматических стержней под действием асимметричной циклической нагрузки. Условие нагружения задается соотношением

$$\tilde{p} = p_m + p_a \sin(2\pi n), \quad (1)$$

где \tilde{p} – напряжение асимметричного цикла; p_m – среднее напряжение; p_a – амплитуда циклического напряжения; n – число циклов нагружения.

Считается, что экстремальные напряжения в цикле $p_{\max} = p_m + p_a$ и $p_{\min} = p_m - p_a$ не зависят от времени (стационарный режим) и достаточно быстро (частота нагружения $f \geq 10$ Гц) изменяются от цикла к циклу, причем величина p_{\max} не превышает предела текучести материала p_Y . В этом случае усталостное разрушение стержня происходит в многоцикловой области, где число циклов до разрушения $n_R \geq 10^5$.

Условие нагружения (1) реализуется при чистом изгибе ($\tilde{p} = \tilde{\sigma}$; $p_m = \sigma_m$; $p_a = \sigma_a$) и при чистом кручении ($\tilde{p} = \tilde{\tau}$; $p_m = \tau_m$; $p_a = \tau_a$).

Задача заключается в определении числа циклов до разрушения при асимметричном нагружении \tilde{n}_R в функции σ_a по параметру σ_m и в функции τ_a по параметру τ_m . Величина n_R трактуется далее как усталостная долговечность.

2. Метод решения

Решение поставленной задачи строится на основе метода эквивалентных напряжений.

Под эквивалентным напряжением понимается, как уже отмечалось во введении, напряжение \tilde{p}_{eqv} , которое совместное действие статической p_m и циклической p_a компонент асимметричного цикла нагружения (1) позволяет свести к действию эквивалентной ему по числу циклов до разрушения амплитуды симметричного цикла p_a при $p_m = 0$.

В этом случае усталостная долговечность \tilde{n}_R при асимметричном нагружении определяется по уравнению [10]

$$\tilde{n}_R = \frac{1}{(1+q)D(\tilde{p}_{\text{eqv}})^q}, \quad (2)$$

которое получено из уравнения кривой усталости при симметричном цикле заменой величины p_a на P_{eqv} .

Коэффициенты q и D в уравнении (2) определяются по результатам обработки экспериментальных данных на усталость при симметричном цикле ($p_m = 0$; $\tilde{p}_{\text{eqv}} = p_a$). Задача сводится к минимизации функционала

$$\Phi(q, D) = \sum_{j=1}^s \left\{ n_{Rj}(p_{aj}) - \left[(1+q)D(p_a)^q \right]^{-1} \right\}^2, \quad (3)$$

где p_{aj} – набор дискретных значений n_{Rj} амплитуд напряжений симметричного цикла и соответствующих им чисел циклов до разрушения.

Структура эквивалентного напряжения \tilde{p}_{eqv} в (2) зависит, прежде всего, от степени реализации пластичности материала [10].

В условиях асимметричного циклического изгиба разрушение материала стержня можно рассматривать как условно «хрупкое». В этом случае величина эквивалентного напряжения задается соотношением

$$\tilde{\sigma}_{\text{eqv}} = \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \left[\frac{\sigma_m}{\sigma_B} \right]^\xi \right\}^{-1} \cdot \sigma_a, \quad (4)$$

где величина коэффициента чувствительности к асимметрии цикла ξ определяется из условия

$$\xi = \frac{\lg \frac{\sigma_a^0}{\sigma_n^0} - \lg \frac{2}{\pi}}{\lg \left[\arccos \left(\frac{\sigma_m^0}{\sigma_B} \right) \right]}. \quad (5)$$

Здесь σ_B – предел кратковременной прочности при изгибе;

σ_m^0 , σ_a^0 – статическая и циклическая компоненты отнулевого ($\sigma_m^0 = \sigma_a^0$) цикла;

σ_n^0 – ограниченный предел усталости при симметричном цикле, соответствующий числу циклов до разрушения при напряжениях σ_m^0 и σ_a^0 .

В условиях асимметричного циклического кручения разрушение материала стержня можно рассматривать как условно «пластичное». В этом случае величина эквивалентного напряжения задается соотношением

$$\tilde{\tau}_{\text{eqv}} = \left\{ 1 - \frac{\pi^2}{8} \left[\frac{\tau_m}{\tau_B} \right]^2 \right\}^{-\lambda} \cdot \tau_a, \quad (6)$$

где величина коэффициента чувствительности к асимметрии цикла λ определяется из условия

$$\lambda = \frac{\lg \tau_a^0 - \lg \tau_n^0}{\lg \left[\cos \left(\frac{\pi \tau_m^0}{2 \tau_B} \right) \right]}. \quad (7)$$

Здесь τ_B – предел кратковременной прочности при кручении;

τ_m^0 , τ_a^0 – статическая и циклическая компоненты отнулевого ($\tau_m^0 = \tau_a^0$) цикла;

τ_n^0 – ограниченный предел усталости при симметричном цикле, соответствующий числу циклов до разрушения при напряжениях τ_m^0 и τ_a^0 .

Все материальные константы в изложенном методе эквивалентных напряжений определяются из трех базовых экспериментов. Они включают испытание образцов материала на кратковременную прочность, на усталость при симметричном цикле и единственный эксперимент на усталость при отнулевом цикле. Коэффициенты чувствительности к асимметрии цикла ξ и λ изменяются в пределах от 0,1 до 10 и отражают степень и характер нелинейности предельного состояния.

3. Расчет усталостной долговечности

Решается задача расчета усталостной долговечности призматических стержней из углеродистых сталей при асимметричном изгибе и легированных и теплостойких сталей при асимметричном кручении. Значения пределов прочности σ_B и τ_B , а также значения коэффициентов q , D , ξ и λ для исследованных материалов приведены в таблице. Экспериментальные данные, использованные при определении материальных констант, приведенных в таблице, заимствованы из [11 – 15].

Таблица

Значения материальных констант

	Материал	$\theta, ^\circ\text{C}$	$\sigma_B, \text{МПа}$	$\tau_B, \text{МПа}$	q	$D, \text{МПа}^{-q} \cdot \text{цикл}^{-1}$	ξ	λ
изгиб	Сталь 2	20	354,1	–	4,65	$6,852 \cdot 10^{-18}$	1,14	–
	Малоуглеродистая сталь	20	413,3	–	3,51	$1,810 \cdot 10^{-15}$	7,26	–
	Сталь 45	20	731,8	–	6,08	$5,140 \cdot 10^{-21}$	1,99	–
кручение	Сталь SAE 4340	20	–	737	9,22	$2,262 \cdot 10^{-31}$	–	0,32
	Сталь SAE 4340	20	–	737	12,39	$1,154 \cdot 10^{-38}$	–	0,70
	Alloy steel	20	–	408	22,79	$4,838 \cdot 10^{-64}$	–	0,31

3.1. Асимметричный изгиб

Усталостная долговечность призматических стержней при асимметричном изгибе, исходя из (2) с учетом (4), рассчитывается по уравнению

$$\tilde{n}_R = \frac{1}{(1+q)D \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \left[\frac{\sigma_m}{\sigma_B} \right]^\xi \right\}^{-q}} \cdot (\sigma_a)^q, \quad (8)$$

где принято, что $\tilde{p}_{\text{eqv}} = \tilde{\sigma}_{\text{eqv}}$.

Результаты расчетов усталостной долговечности стержней, выполненные по уравнению (8), сопоставлены на рис. 1 с экспериментальными данными. Результаты расчетов представлены в форме кривых усталости, построенных по параметру среднего напряжения σ_m . Здесь и далее тонкими сплошными линиями нанесены кривые усталости при симметричном цикле, использованные для определения коэффициентов D и q . Экспериментальные данные заимствованы из [11 – 13].

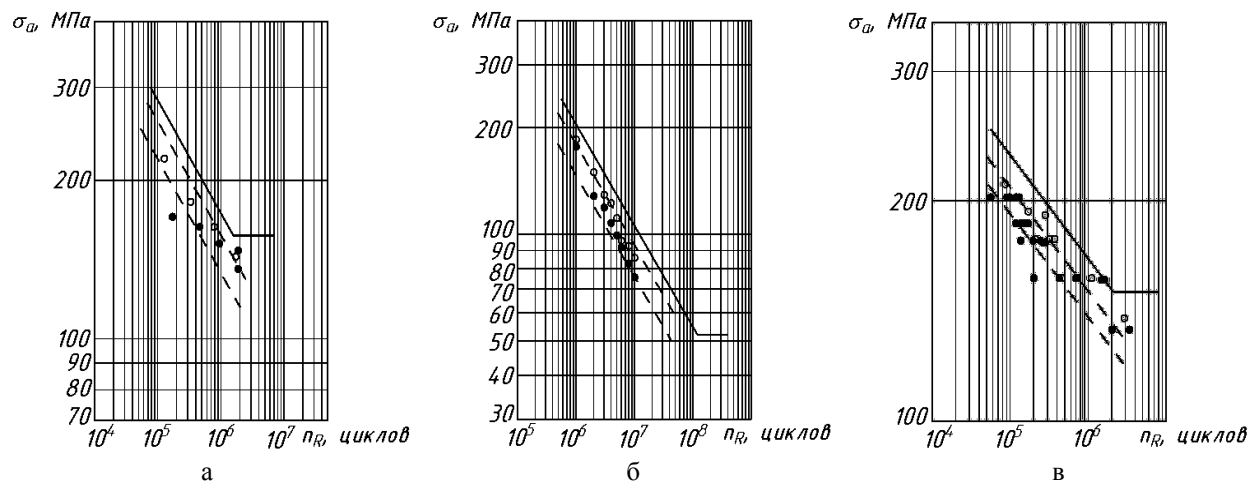


Рис. 1. Расчетные (штриховые линии) и экспериментальные (точки) значения усталостной долговечности стержней при асимметричном изгибе из стали 2 (а) при $\sigma_m = 108$ (○) и 177 (●) МПа, из малоуглеродистой стали (б) при $\sigma_m = 49$ (○) и 78 (●) МПа и из стали 45 (в) при $\sigma_m = 147$ (○) и 196 (●) МПа

3.2. Асимметричное кручение

Усталостная долговечность призматических стержней при асимметричном кручении, исходя из (2) с учетом (6), рассчитывается по уравнению

$$\tilde{n}_R = \frac{1}{(1+q)D \left\{ 1 - \frac{\pi^2}{8} \left[\frac{\tau_m}{\tau_B} \right]^2 \right\}^{-q\lambda}} \cdot (\tau_a)^q, \quad (9)$$

где принято, что $\tilde{p}_{\text{equiv}} = \tilde{\tau}_{\text{equiv}}$.

Результаты расчетов усталостной долговечности стержней, выполненные по уравнению (9), сопоставлены на рис. 2 с экспериментальными данными. Результаты расчетов представлены в форме кривых усталости, построенных по параметру среднего напряжения τ_m . Экспериментальные данные заимствованы из [14,15].

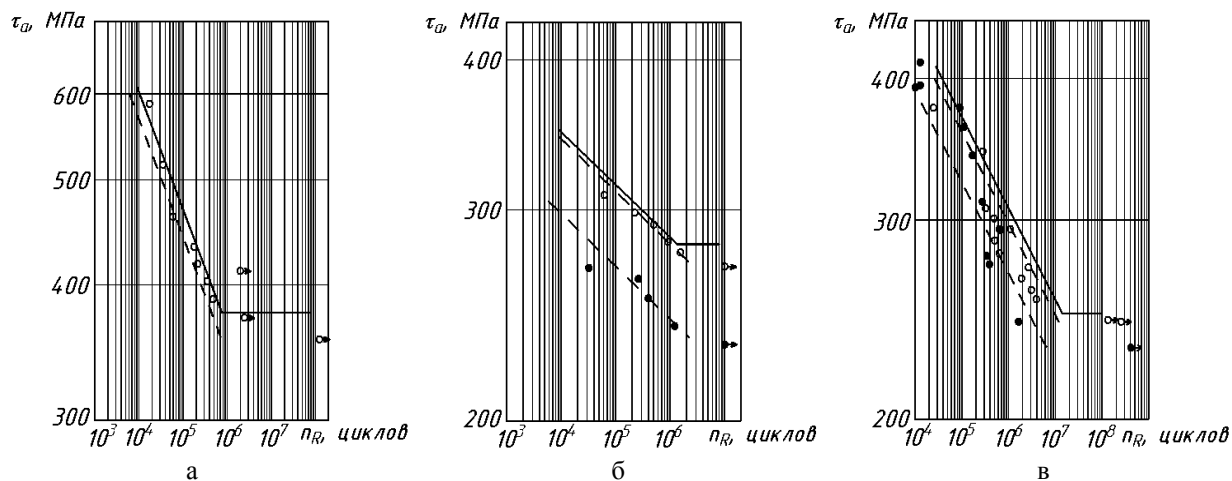


Рис. 2. Расчетные (штриховые линии) и экспериментальные (точки) значения усталостной долговечности стержней при асимметричном кручении из стали SAE4340 (а) при $\tau_m = 276$ (○) МПа, «alloy steel» (б) при $\tau_m = 77$ (○) и 239 (●) МПа и из стали SAE4340 (в) при $\tau_m = 138$ (○) и 276 (●) МПа

4. Обсуждение результатов

В целом, как это видно из данных, приведенных на рис. 1 и 2, результаты расчетов усталостной долговечности стержней при асимметричном изгибе и кручении, выполненные с использованием метода эквивалентных напряжений, удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Максимальная погрешность не превышает 25% и практически не зависит ни от вида асимметричного нагружения, ни от величины статической компоненты. Не оказывает существенного влияния на точность расчетов также и геометрия стержня. Так, например, стержни из «alloy steel» (см. рис. 2,б) были полыми, а стержни из стали SAE4340 (см. рис. 2,в) содержали кольцевые концентраторы. Основное условие достоверности выполняемых расчетов связано с необходимостью проведения базовых экспериментов, используемых для определения материальных констант модели, на образцах той же геометрии, что и стержни, для которых рассчитывается усталостная долговечность. Влияние может оказывать также и уровень напряжения отнулевого цикла в базовом эксперименте и соответствующая ему базовая долговечность.

Заключение

Решение задачи расчета усталостной долговечности элементов конструкций при асимметричном нагружении на основе метода эквивалентных напряжений является, по-видимому, наиболее обоснованным и экспериментально апробированным. Для реализации метода достаточным считается проведение легко воспроизводимых базовых экспериментов, необходимых для определения материальных констант. В качестве базовых экспериментов используются стандартные испытания на кратковременную прочность, испытания на усталость при симметричном цикле и единственный идентифицирующий эксперимент на усталость при отнулевом цикле. Основным ограничением метода может стать влияние температуры, асимметрии цикла и длительности нагружения на коэффициент q . С ростом температуры при некоторых значениях коэффициента асимметрии цикла одновременно с усталостью возможно развитие процесса ползучести. В этом случае на кривых усталости возникают переломы и участки кривых усталости с разными значениями коэффициента q . Этот эффект в уравнениях (8) и (9) не учитывается. С увеличением длительности

нагружения в материале стержня возможно развитие структурных изменений под действием статической компоненты, которое также будет оказывать влияние на величину коэффициента q и соответственно на наклон экспериментальной кривой усталости.

Литература

1. Проблемы высоких температур в авиационных конструкциях [Текст]: сб. ст.; пер. с англ. – М.: Изд-во иностр. лит., 1961. – 596 с.
2. Хейвуд, Р.Б. Проектирование с учетом усталости [Текст]: моногр.; пер. с англ. / Р.Б. Хейвуд. – М.: Машиностроение, 1969. – 504 с.
3. Конструкционная прочность материалов и деталей газотурбинных двигателей [Текст]: моногр. / И.А. Биргер, Б.Ф. Балашов, Р.А. Дульнев, Т.П. Захарова, Л.А. Козлов, А.Н. Петухов, Р.Н. Сицова. – М.: Машиностроение, 1981. – 222 с.
4. Серенсен, С.В. Гипотезы прочности при переменной нагрузке [Текст] / С.В. Серенсен // Изв. АН СССР. Отд. техн. наук. – 1938. – № 8-9. – С. 3-16.
5. Биргер, И.А. Запасы прочности при переменных напряжениях [Текст] / И.А. Биргер // Вестник машиностроения. – 1948. – № 6. – С. 5-14.
6. Когаев, В.П. Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени [Текст]: моногр. / В.П. Когаев. – М.: Машиностроение, 1977. – 232 с.
7. Голуб, В.П. К расчету усталостной долговечности гладких и надрезанных стержней при осевом нагружении [Текст] / В.П. Голуб, Е.А. Пантелеев, А.В. Романов // Надежность и прочность машиностроительных конструкций: сб. науч. тр. – Куйбышев: Изд-во КуАИ, 1988. – С. 4-12.
8. Голуб, В.П. Высокотемпературное разрушение материалов при циклическом нагружении [Текст] / В.П. Голуб, А.Д. Погребняк. – К.: Наук. думка. – 1994. – 228 с.
9. Голуб, В.П. Метод расчета усталостной прочности металлических и композитных материалов при асимметричном многоцикловом нагружении [Текст] / В.П. Голуб, В.И. Крижановский, А.Д. Погребняк // Прикл. механика. – 2004. – Т. 40, №11. – С. 106-116.
10. Голуб, В.П. Прогнозирование усталостной долговечности призматических металлических стержней при асимметричном растяжении-сжатии методом эквивалентных напряжений [Текст] / В.П. Голуб, В.Н. Пельх, А.Д. Погребняк // Вісник Нац. ун-ту України „КПІ”. Машинобудування. – 2010. – № 58. – С. 177-182.
11. Афанасьев, Н.Н. Усталость судостроительной стали [Текст] / Н.Н. Афанасьев // Сб. тр. Ин-та строительной механики. – К.: Изд-во АН УССР, 1948. – Т. 9. – С. 37-65.
12. Павловский, В.Э. Влияние асимметрии нагружения на накопление повреждений при программных испытаниях на усталость стальных образцов [Текст] / В.Э. Павловский // Пробл. прочн. сти. – 1986. – № 6. – С. 55-60.
13. Kitagawa, H. Some behaviour of structural steel subjected to corrosion fatigue (the 4th report). Influence of mean stress [Text] / H. Kitagawa, T. Morohashi // Proc. of the 10th Japan Nat. Congr. Appl. Mech. – 1960. – P. 155-161.
14. Findley, W.N. The effect of range of stress on fatigue strength of notched and un notched SAE 4340 steel in bending and torsion [Text] / W.N. Findley, F.C. Mergen, A.H. Rosenberg // Proc. of the ASTM. – 1953. – Vol. 53. – P. 768-785.
15. Chodorowski, W.T. Fatigue strength in shear of a alloy steel with particular reference to the effect of mean stress and directional properties [Text] / W.T. Chodorowski // Proc. of the Int. conf. on fatigue of Metals. – London, 1956. – P. 122 – 131.

Поступила в редакцию 1.06.2012

Рецензент: д-р техн. наук, гл. научн. сотр. В.Г.Савченко, Институт механики им. С.П.Тимошенко НАН Украины, Киев.

**ДО ЗАДАЧІ РОЗРАХУНКУ ДОВГОВІЧНОСТІ ПРИЗМАТИЧНИХ СТЕРЖНІВ
ВНАСЛІДОК ВТОМИ ЗА УМОВ АСИМЕТРИЧНОГО ЗГИНУ ТА СКРУЧЕННЯ***В.П. Голуб, В.М. Пелих, А.Д. Погребняк*

Розв'язано задачу розрахунку довговічності призматичних стержнів внаслідок втоми при сумісній дії статичних та циклічних навантажень за умов чистого згину та чистого скручення. Розв'язок ґрунтується на гіпотезі еквівалентності, що встановлює відповідність між асиметричним циклом та еквівалентним йому за числом циклів до руйнування симетричним циклом. Еквівалентність між асиметричним та симетричним циклами навантаження задається у формі степеневі трансцендентної функції. Параметри функції визначаються за даними стандартних випробувань на втому за умов симетричного циклу та за даними одиничного експерименту на втому за умов віднульового циклу. Результати розрахунків апробовано експериментально на прикладі руйнування стержнів із вуглецевих, легованих та теплостійких сталей.

Ключові слова: призматичні стержні, циклічний згин, циклічне кручення, асиметричний цикл, симетричний цикл, еквівалентні напруження, довговічність внаслідок втоми

**ON THE PROBLEM OF THE FATIGUE LIFE-TIME CALCULATION OF PRISMATIC RODS
UNDER ASYMMETRIC BENDING AND TORSION***V.P. Golub, V.N. Pelych, A.D. Pogrebnyak*

The problem of the fatigue life-time calculation of prismatic rods under combined action of static and cyclic loads during pure bending and pure torsion has been solved. The solution is based on the equivalence hypothesis that correlates asymmetric and symmetric cycles on the number of cycles to failure as a parameter. The equivalence between asymmetric and symmetric cycles of loading is given in an exponential transcendental function form. The parameters of the function are determined on evidence derived from standard fatigue tests under symmetric cycle and from on identity fatigue test when the mean stress is equal to the stress amplitude. The calculation results as an example of fracture of rods made of carbon, alloy and heat-resistant steels have been approved experimentally.

Key words: prismatic rods, cyclic bending, cyclic torsion, asymmetric cycle, symmetric cycle, equivalent stress, fatigue life-time.

Голуб Владислав Петрович – доктор технических наук, профессор, заведующий отделом механики ползучести Института механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, Киев, Украина, e-mail: creer@inmech.kiev.ua.

Пелих Владимир Николаевич – аспирант Института механики им. С.П.Тимошенко НАН Украины, Киев, Украина, e-mail: creer@inmech.kiev.ua.

Погребняк Анатолий Дмитриевич – кандидат технических наук, старший научный сотрудник Института механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, Киев, Украина, e-mail: creer@inmech.kiev.ua.