УДК 629.7.054

В.М. МЕЛЬНИК, В.В. КАРАЧУН

Національний технічний університет України "КПІ", Київ, Україна

ДИФРАКЦІЯ ЗВУКОВОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ НА ІМПЕДАНСНІЙ ПОВЕРХНІ ОБОЛОНКИ. ЗМІШАНА КРАЙОВА ЗАДАЧА

Аналізується пружна взаємодія поверхні оболонки довільного окреслення лінії меридіану з акустичним випромінюванням. Будується аналітична структура явища в безрозмірній формі. Диференціальні рівняння в переміщеннях дозволяють надалі розв'язувати задачі динаміки елементної бази комплектуючих. Створене теоретичне підґрунтя для кількісного і якісного аналізу пружних переміщень поверхні оболонки в експлуатаційних умовах, визначається шлях оптимізації конструкцій оболонкових фрагментів. Окреслена можливість порівняльного аналізу властивостей при циклічному і асиметричному збуренні.

Ключові слова: *оболонка, акустичне випромінювання, пружна взаємодія.*

Вступ

Постановка проблеми і її зв'язок з науково-технічними задачами. В експлуатаційних умовах вся елементна база конструкції літальних апаратів в тій чи іншій мірі підвладна дії акустичного випромінювання звукової частоти. Вирішення проблеми дифракції звукових хвиль окреслене, як правило, трьома складовими – дифракція звука на абсолютно м'якій поверхні (задача Дирихле), дифракція звука на абсолютно жорсткій поверхні (задача Неймана) та дифракція звука на імпеданс ній поверхні (змішана крайова задача).

В контексті наведених досліджень приділяється увага третій задачі. Її вирішення передбачає побудову аналітичної структури явища, яка в подальшому забезпечила, перш за все, окреслення координатних функцій оболонкових фрагментів. Розглядаючи просторову (тривимірну) модель взаємодії, створюються умови для більш глибокого вивчення явища, зокрема, вплив коливальних процесів на парціальні частоти пружних переміщень поверхні оболонки, умови виникнення особливостей тощо.

Огляд публікацій і виділення невирішених задач. Акустичне навантаження фюзеляжа літака ІЛ-18 та витривалість елементів його конструкції вивчалась в роботі [1], динамічна контактна задача для колової пластини, що знаходиться на пружному на півпросторі, вивчалась в роботі [2], поведінка пружних циліндричних оболонок під дією плоскої акустичної хвилі – в роботі [3], витривалість авіаційних конструкцій при акустичному навантаженні – в роботі [4].

Окремі питання пружної взаємодії плоских фрагментів із звуковими хвилями та особливості розсіяння енергії в них розглянуті, наприклад, в роботах [5 – 7].

Постановка задачі даного дослідження. Для глибокого і різнобічного аналізу вивчаємого явища слід створити універсальну, найбільш узагальнену, аналітичну структуру виникаючого явища, яка б дозволила на подальше розв'язувати різнопланові задачі динаміки авіаційних конструкцій в експлуатаційних умовах.

Викладення основного матеріалу з обґрунтуванням отриманих наукових результатів

Викладемо загальну теорію інтегрування диференціальних рівнянь оболонки.

Припустимо, що поверхня поплавця навантажена довільним зовнішнім чинником. Приймемо, що на краях ($z = 0$, $z = 1$) задані деякі граничні умови – кінематичні, геометричні або силові. Метод, що викладається, передбачає виконання двох етапів:

– спочатку проводиться процедура розділення змінних в рівняннях руху за допомогою методу Фур'є;

– потім використовується метод Бубнова–Гальоркіна.

Оскільки розглядаються замкнуті оболонки обертання, то в окружному напрямі (уздовж паралелі) слід чекати періодичності силових, кінематичних полів, тобто вони повинні певним чином залежати від періодичних функцій типу $\cos k\varphi$, $\sin k\varphi$ ($k = 0,1,\ldots$). У свою чергу, зовнішнє динамічне навантаження по трьох напрямах може бути і неперіодичним по координаті, але навантаження:

$$q_i^* = q_i^*(t,z,\varphi)\ ,\quad i=\overline{1,3}$$

завжди можна, в усякому разі формально, представити у вигляді рядів Фур'є по координаті φ.

Тому вважаємо, що

$$q_i^* = q_i^*(t,z,\varphi) = \\ = \sum_{k=0}^{\infty}\left[q_{i,k}^{(1)}(t,z)\cos k\varphi + q_{i,k}^{(2)}(t,z)\sin k\varphi\right],$$

Відповідно до цього і структура координатних функцій матиме вигляд:

$$U_z = U_z(t,z,\varphi);\ U_\varphi = U_\varphi(t,z,\varphi)\ ;\ W = W(t,z,\varphi)\ .$$

Спочатку представимо їх таким чином:

$$U_z = \sum_{k=0}^{\infty}\left[U_{z,k}^{(1)}(t,z)\cos k\varphi + U_{z,k}^{(2)}(t,z)\sin k\varphi\right];$$

$$U_\varphi = \sum_{k=0}^{\infty}\left[U_{\varphi,k}^{(1)}(t,z)\sin k\varphi + U_{\varphi,k}^{(2)}(t,z)\cos k\varphi\right];$$

$$W = \sum_{k=0}^{\infty}\left[W_k^{(1)}(t,z)\cos k\varphi + W_k^{(2)}(t,z)\sin k\varphi\right].$$

Співвідношення підставимо в диференціальні рівняння і проведемо процедуру розділення змінних методом Фур'є для кожного з деформованого станів.

На поздовжні переміщення U_z оболонки чинять вплив як радіальні прогини W поверхні, так і кільцеві переміщення U_φ. Для зручності інтегрування дещо спростимо це рівняння виходячи з огляду на такі передумови:

– для циліндричної оболонки є певні доданки заданого вигляду, відкидання яких викривляє дійсну картину явища;

– для коректного виконання процедури спрощення рівняння, доцільно перейти до безрозмірного вигляду, ввівши безрозмірні коефіцієнти.

Оскільки

$$\zeta = \frac{\delta}{R};\quad \eta = \frac{R}{l};\quad \mu = 8\zeta(1+\zeta)\eta^2\ ;$$

$$\xi(z) = \frac{\delta}{R+\delta}\left(\frac{2z}{l}-1\right)^2 = \frac{\zeta}{1+\zeta}\left(\frac{2z}{l}-1\right)^2,$$

то для циліндричної оболонки

$$\delta=0;\quad \zeta=0;\quad \mu=0;\quad \xi(z)=0$$

і рівняння повздовжніх переміщень набуває вигляду

$$\frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} + \frac{1+\nu}{2R}\cdot\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial z\partial\varphi} - \frac{\nu}{R}\frac{\partial W}{\partial z} = \\ = \frac{1-\nu^2}{Eh}\left(-q_1 + \rho h\frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2}\right). \tag{1}$$

Введемо позначення

$$\frac{z}{l} = \bar{z};\quad \frac{U_z}{h} = \overline{U}_z;\quad \omega_0 t = \bar{t};\quad \frac{U_\varphi}{h} = \overline{U}_\varphi;\quad \frac{W}{h} = \overline{W}$$

і послідовно зведемо до безрозмірного вигляду кожен доданок рівняння (1):

Рівняння (1) запишемо в більш компактнішій формі:

$$\frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} - a_1(2z-1)\frac{\partial U_z}{\partial z} - a_2 U_z + a_3\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial z\partial\varphi} - a_4\frac{\partial W}{\partial z} = \\ = \left[1+\alpha_1(2z-1)^2\right]\left(-q_1^* + \alpha^{*2}\frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2}\right), \tag{2}$$

де

$$a_1 = 4(1+2\nu)\frac{\delta}{R(1+\zeta)};\quad a_2 = 8\nu\cdot\frac{\delta}{R(1+\zeta)};$$

$$a_3 = \frac{1}{2}\ \frac{1+\nu}{1+\zeta}\cdot\frac{1}{R};\quad a_4 = \frac{\nu+\mu}{1+\zeta}\cdot\frac{h}{R};$$

$$q_1^* = \left(1-\nu^2\right)\frac{l^2}{Eh^2}q_1\ ;\quad \alpha^{*2} = \left(1-\nu^2\right)\frac{\rho\omega_0^2 l^2}{E};$$

$$\alpha_1 = 2\mu\frac{\delta}{R(1+\zeta)}.$$

Перейдемо до спрощення рівняння переміщень уздовж паралелі. Як бачимо, на переміщення елементів поверхні в коловому напрямку U_φ впливають як поздовжні U_z, так і радіальні *W* переміщення.

У разі циліндричної оболонки рівняння спрощується до вигляду:

$$\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial S^2} + \frac{1+\nu}{2}\cdot\frac{\partial^2 U_z}{\partial z\partial S} - \frac{1-\nu}{2}\cdot\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial z^2} - \frac{1}{R}\cdot\frac{\partial W}{\partial S} = \\ = \frac{1-\nu^2}{Eh}\left(-q_2 + \rho h\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial t^2}\right). \tag{3}$$

Помножимо всі коефіцієнти на $\dfrac{R^2(1+\zeta)^2}{h}$ та вилучимо символ «–»:

$$\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial\varphi^2} + b_1\left[1-\beta_1(2z-1)^2\right]\frac{\partial^2 U_z}{\partial z\partial\varphi} - b_2\times \\ \times\left[1-\beta_2(2z-1)^2\right]\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial z^2} - -b_3(2z-1)\frac{\partial U_\varphi}{\partial z} - \\ -b_4(2z-1)\frac{\partial U_z}{\partial\varphi} + b_5 U_\varphi - b_6\frac{\partial W}{\partial\varphi} = \\ = \left[1-\beta_3\left(2\bar{z}-1\right)^2\right]\left(-q_2^* + \beta^{*2}\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial t^2}\right), \tag{4}$$

де $b_1 = \dfrac{1}{2}(1+\nu)(1+\zeta)\left(\dfrac{R}{l}\right)$; $b_4 = 2(3-\nu)\dfrac{\delta}{l}$;

$b_2 = \dfrac{1}{2}(1-\nu)(1+\zeta)^2\left(\dfrac{R}{l}\right)^2$; $b_5 = 4(1-\nu)(1+\zeta)\dfrac{\delta R}{l^2}$;

$b_3 = 2(1-\nu)(1+\mu)(1+\zeta)\dfrac{\delta R}{l^2}$; $b_6 = 1+\nu\mu$;

$$\beta_1=\frac{1+\mu}{1+\zeta}\frac{\delta}{R};\quad \beta_2=2\frac{1+\mu}{1+\zeta}\frac{\delta}{R}=2\beta_1;$$

$$\beta_3=\frac{\delta}{R(1+\zeta)};\quad q_2^{*}=\left(1-\nu^2\right)\frac{R^2(1+\zeta)^2}{Eh^2}q_2;$$

$$\beta^{*2}=\left(1-\nu^2\right)\frac{\rho\omega_0^2}{E}R^2(1+\zeta)^2.$$

Перейдемо до спрощення рівняння згиного руху оболонки. На згинальний рух W поверхні оболонки впливають поздовжні U_z та колові U_φ нелінійні коливальні процеси.

Рівняння руху запишемо в компактному вигляді:

$$\begin{aligned}&\left[-1+\beta_4(2z-1)^2\right]\frac{\partial^4 W}{\partial z^4}-C_1\frac{\partial^4 W}{\partial z^2\partial\varphi^2}-\\&-C_2\frac{\partial^4 W}{\partial\varphi^4}+C_3(2z-1)\frac{\partial^3 W}{\partial z^3}-\\&C_4\frac{\partial^3 W}{\partial z\partial\varphi^2}+C_5\frac{\partial^2 W}{\partial z^2}-C_6\frac{\partial^2 W}{\partial\varphi^2}-C_7(2z-1)\frac{\partial W}{\partial z}-\\&-C_8\frac{\partial^3 U_\varphi}{\partial\varphi^3}-C_9\frac{\partial^3 U_\varphi}{\partial z^2\partial\varphi}-C_{10}\frac{\partial^3 U_z}{\partial z\partial\varphi^2}+C_{11}(2z-1)\frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2}+\end{aligned}\qquad(4)$$

де $\beta_4=\frac{1+2\mu}{1+\zeta}\cdot\frac{\delta}{R};\ \beta_5=\frac{1-\mu}{1+\zeta}\cdot\frac{\delta}{R};$

$$\left.\begin{aligned}&C_1=\frac{2}{(1+\zeta)^2}\left(\frac{1}{R}\right)^2;C_2=\frac{1}{(1+\zeta)^4}\left(\frac{1}{R}\right)^4;C_3=8\frac{1+3\mu}{1+\zeta}\frac{\delta}{R};\\&C_4=4\frac{(1-\nu)(3-\mu)}{(1+\zeta)^3}\frac{\delta}{R}\left(\frac{1}{R}\right)^2;C_5=8\frac{(1+\nu+4\mu)}{1+\zeta}\frac{\delta}{R};\\&C_6=16\frac{(1-\nu)}{(1+\zeta)^3}\frac{\delta}{R}\left(\frac{1}{R}\right)^2;C_7=\frac{32\mu(\nu+\mu)}{(1+\zeta)^2}\left(\frac{\delta}{R}\right)^2;\\&C_8=\frac{1}{(1+\zeta)^4}\left(\frac{1}{R}\right)^4;C_9=\frac{1-\nu}{(1+\zeta)^2}\left(\frac{1}{R}\right)^2;C_{10}=\frac{\nu\mu}{(1+\zeta)^3}\left(\frac{1}{R}\right)^3;\\&C_{11}=\frac{4\mu^2}{(1+\zeta)^2}\frac{\delta}{R}\frac{1}{R};C_{12}=\frac{4\mu(1-\nu)(3-\mu)}{(1+\zeta)^3}\frac{\delta}{R}\left(\frac{1}{R}\right)^2;\\&C_{13}=12(\nu+\mu)\frac{l^3}{Rh^2};C_{14}=12\frac{1+\nu\mu}{(1+\zeta)^2}\frac{l^4}{R^2h^2};\end{aligned}\right\}\qquad(5)$$

Для циліндричної оболонки, тобто при $\mu=0,\zeta=0,\xi=0,\delta=0$, рівняння згинних рухів має вигляд:

$$\begin{aligned}&-\frac{\partial^4 W}{\partial z^4}-\frac{2}{R^2}\frac{\partial^4 W}{\partial z^2\partial\varphi^2}-\frac{1}{R^4}\frac{\partial^4 W}{\partial\varphi^4}-\frac{1-\nu}{R^2}\frac{\partial^3 U_\varphi}{\partial z^2\partial\varphi}-\\&-\frac{1}{R^4}\frac{\partial^3 U_\varphi}{\partial\varphi^3}+\frac{12}{h^2}\times\left(\frac{\nu}{R}\frac{\partial U_z}{\partial z}+\frac{1}{R^2}\frac{\partial U_\varphi}{\partial\varphi}\right)=\\&=-\frac{1}{D}\left(q_3+\rho h\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}\right).\end{aligned}\qquad(6)$$

Отже, рівняння колової циліндричної оболонки набувають вигляду:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2}+\frac{1+\nu}{2R}\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial z\partial\varphi}-\frac{\nu}{R}\frac{\partial W}{\partial z}=\\&=\frac{1-\nu^2}{Eh}\left(-q_1+\rho h\frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2}\right);\\&\frac{1}{R^2}\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial\varphi^2}-\frac{1-\nu}{2}\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial z^2}+\frac{1+\nu}{2R}\frac{\partial^2 U_z}{\partial z\partial\varphi}-\frac{1}{R^2}\frac{\partial W}{\partial\varphi}=\\&=\frac{1-\nu^2}{Eh}\left(-q_2+\rho h\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial t^2}\right);\\&-\frac{\partial^4 W}{\partial z^4}-\frac{2}{R^2}\frac{\partial^4 W}{\partial z^2\partial\varphi^2}-\frac{1}{R^4}\frac{\partial^4 W}{\partial\varphi^4}-\frac{1-\nu}{R^2}\frac{\partial^3 U_\varphi}{\partial z^2\partial\varphi}-\\&-\frac{1}{R^4}\frac{\partial^3 U_\varphi}{\partial\varphi^3}+\frac{12}{h^2}\left(\frac{\nu}{R}\frac{\partial U_z}{\partial z}+\frac{1}{R^2}\frac{\partial U_\varphi}{\partial\varphi}\right)=\\&=-\frac{1}{D}\left(q_3+\rho h\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}\right).\end{aligned}\right\}\qquad(7)$$

Опрацьовування, аналіз та опис механізму пружної взаємодії поверхні оболонки з зовнішніми збурюючими чинниками служить надійним науковим підґрунтям об'єктивності порівняльного аналізу вібрації поверхонь довільної геометрії окреслення лінією меридіана.

Універсальність математичного опису оболонки обертання розширює можливості врахування багатьох чинників, які впливають на її властивості, а також встановлює ступінь правочинності припущень і спрощень у процесі аналізу динаміки в цілому. Наявність у правій частині диференціальних рівнянь збурень загального вигляду уможливлює аналіз впливу чинників різної фізичної природи та виявлення умов прояву локальних особливостей.

Висновки і перспективи подальших досліджень

Наведені результати дозволяють визначити координатні функції оболонки відомими методами, провести оцінку ступеня впливу коливальних процесів одним на одного, проаналізувати можливість виникнення особливостей резонансного типу.

Побудований аналітичний апарат дозволяє вивчати збурений стан оболонки не тільки під дією плоскої монохроматичної хвилі, але і для умов дифузного прояву акустичного навантаження, що більше відповідає існуючим реаліям.

Література

1. *Белый, Н.Г. Об акустическом нагружении фюзеляжа самолета ИЛ-18 и выносливости элементов его обшивки [Текст] / Н.Г. Белый, А.В. Пачандо // Прочность и долговечность авиационных конструкций. – К.: Изд-во КИИГА, 1965. – Вып. 11. – С. 411 – 427.*
2. *Бородачев, Н.М. Динамическая контактная задача для круглой пластинки, лежащей на упругом полупространстве [Текст] / Н.М. Бородачев // Сб. науч. тр. – Львов: Промінь, 1962. – С. 280 – 283.*
3. *Вольмир, А.С. Поведение упругих цилиндрических оболочек при действии плоской акустической волны [Текст] / А.С. Вольмир, М. С. Герштейн // Инж. журн. – 1965. – 5, №6. – С. 1127 – 1130.*
4. *Выносливость авиационных конструкций при акустических нагрузках [Текст] / Под ред. Л.П. Лепоринской. – М.: Изд-во ЦАГИ, 1967. – № 218. – С. 317 – 325.*
5. *Карачун, В.В. О рассеянии энергии в механических системах при акустическом нагружении [Текст] / В. В. Карачун // В кн.: Рассеяние энергии при колебании механических систем: материалы XV Респ. науч конф. – К.: Наук. думка, 1989. – С. 246 – 49.*
6. *Karachun, V.V. Vibration of plate under an acoustic load. Engineeringю. Technology Applied Science [Text] / V.V. Karachun // PA, USA. – 11 September 1989. – Vol. 20, № 37. – P. 49–53.*
7. *Melnik, V. N.Some Aspects of the gyroscopic Stabilization in Acoustic fields [Текст] / V. N. Melnik, V. V. Karachun // Int. Appl. Mech. – 2002. – 38, № 1. – P. 74 – 80.*

Надійшла до редакції 25.05.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Л.М. Рижков, Національний технічний університет України “КПІ”, Київ, Україна.

ДИФРАКЦИЯ ЗВУКОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ИМПЕДАНС НОЙ ПОВЕРХНОСТИ ОБОЛОЧКИ. СМЕШАННАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА

В.Н. Мельник, В.В. Карачун

Анализируется упругое воздействие поверхности оболочки произвольного очертания линии меридиана с акустическим излучением. Строится аналитическая структура явления в безразмерной форме. дифференциальные уравнения в перемещениях позволят в будущем решать задачи динамики элементной базы комплектующих. Создан теоретический фундамент для количественного и качественного анализа упругих перемещений поверхности оболочки в эксплуатационных условиях, устанавливается путь оптимизации конструкций оболочечных фрагментов. Очерчена возможность сравнительного анализа свойств при циклическом и антисимметрическом воздействии.

Ключевые слова: оболочка, акустическое излучение, упругое взаимодействие

DIFFRACTION OF SOUND RADIATION ON AN IMPEDANCE ACHE COVER SURFACES. THE MIXED REGIONAL PROBLEM

V.N. Mel'nick, V.V.Karachun

Elastic influence of a surface of a cover of any outline of a line of a meridian with acoustic radiation is analyzed. The analytical structure of the phenomenon in the dimensionless form is under construction. The differential equations in moving will allow to solve problems of dynamics of element base of accessories in the future. The theoretical base to the quantitative and qualitative analysis of elastic movings of a surface of a cover in operational conditions is created, the way of optimisation of cover's fragments is established. Outlines the possibility of comparative analysis of the properties under cyclic and the antisymmetric impact.

Key words: cover, acoustic radiation, elastic interaction.

Мельник Вікторія Миколаївна – доктор технічних наук, професор, професор кафедри біотехніки та інженерії Національного технічного університету України «КПІ», Київ, Україна, e-mail: karachun1@gala.net.

Карачун Володимир Володимирович – доктор технічних наук, професор, завідуючий кафедрою біотехніки та інженерії Національного технічного університету України «КПІ», Київ, Україна, e-mail: karachun1@gala.net.