

УДК 621.9.06-529:621.91

**В.С. КРИВЦОВ, В.В. КОМБАРОВ, В.Ф. СОРОКИН***Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина*

**ПРОБЛЕМЫ СПЛАЙНОВОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ  
С ГЛАДКОГРАНИЧЕННЫМИ КИНЕМАТИЧЕСКИМИ ПАРАМЕТРАМИ  
ДВИЖЕНИЯ В ЗАДАЧАХ ЧИСЛОВОГО ПРОГРАММНОГО УПРАВЛЕНИЯ  
ВЫСОКОСКОРОСТНЫМ ОБОРУДОВАНИЕМ**

*Сформулированы проблемы, возникающие при создании сплайнового интерполятора в системах ЧПУ. Рассмотрена задача обеспечения плавности изменения кинематических параметров движения инструмента по криволинейной траектории высокоскоростной обработки с учетом допустимых значений скорости, ускорения и рывка каждого привода оборудования с ЧПУ. Показано, что модель криволинейной траектории необходимо строить в классе сплайн-функций степени не ниже пятой. Получены условия для планирования контурной скорости внутри кадра с учетом разгона-торможения и ограничений оборудования. Применены гармонические функции для описания законов изменения кинематических параметров движения на участках разгона-торможения. Приведены результаты эксперимента, показывающего, что при этом ошибка позиционирования уменьшилась в несколько раз.*

**Ключевые слова:** высокоскоростная обработка, система ЧПУ, сплайн, интерполяция, скорость, ускорение, рывок.

### Введение

В настоящее время в промышленности возросла потребность в повышении эффективности и качества производства сложнофасонных деталей. Проектирование этих деталей успешно осуществляется при помощи САД систем, в состав которых входит модуль геометрического моделирования поверхностей сплайн-функциями, а их изготовление так или иначе связано с применением оборудования с ЧПУ.

Большинство используемых сегодня систем ЧПУ располагают лишь линейной, круговой и винтовой интерполяцией [1, 2]. Поэтому на вход этих систем при обработке сложнофасонных поверхностей подается линейная аппроксимация траектории движения инструмента, при которой кривая линия заменяется множеством отрезков прямых, отстоящих от кривой на величину «стрелки прогиба»  $\delta$  (рис. 1).

Недостатки линейной аппроксимации криволинейной траектории хорошо известны. Это потеря точности обработки; увеличение длины управляющей программы; нарушение кинематической и динамической стабильности процесса, особенно важной при высокоскоростной обработке.

Новые микропроцессорные системы ЧПУ, появившиеся на рынке в последнее время, содержат блок сплайновой интерполяции и позволяют использовать более совершенные методы задания траектории движения инструмента посредством поли-

номов второй и третьей степени. Перечень систем ЧПУ, имеющих сплайновый интерполятор, приведен в работе [1].

К сожалению, появление этих систем ЧПУ не снизило актуальности исследований по разработке новых методов интерполяции криволинейных траекторий. Это утверждение базируется на следующем:

- включение в системы ЧПУ сплайновых интерполяторов не привело к унификации форматов данных. В отсутствие стандарта ввода данных каждая фирма-производитель сама решает, какой тип сплайна и набор G-кодов использовать [1, 2]. Это свидетельствует о существовании противоречий у разработчиков систем ЧПУ и об отсутствии канонической формы представления кривых и поверхностей сплайнами;

- поставляемый разработчиками систем ЧПУ набор G-кодов по сплайновой интерполяции мало используется технологами-программистами промышленных предприятий и воспринимается ими как экзотика, т.к. этот набор неоправданно велик, а его эксплуатация требует от пользователей специальных знаний по математической теории сплайн-функций;

- в эксплуатируемых системах ЧПУ, имеющих блок сплайновой интерполяции, не решен ряд важных вопросов обеспечения качества и стабильности высокоскоростной обработки. Например, обеспечение ограничений на величины ускорения и рывка по

каждой оси станка в отдельности, а не только на их тангенциальные значения [9]; обеспечение гладкости функций ускорения и рывка и др.;

– на отечественных предприятиях имеется много работоспособных станков, требующих недорогой модернизации устаревших систем ЧПУ.

Учитывая эти замечания, авторы статьи, имеющие некоторый опыт успешной модернизации систем ЧПУ [3, 4, 5], считают возможным предложить комплексный подход к решению задачи создания сплайнового интерполятора для систем высокоскоростной обработки сложнофасонных поверхностей.

**Целью статьи** является комплексная постановка задачи создания сплайнового интерполятора системы ЧПУ, обеспечивающего повышение точности и производительности высокоскоростной обработки при движении инструмента по криволинейной траектории, благодаря учету ограничений по скорости, ускорению и рывку для каждой оси станка и обеспечению плавности изменения кинематических параметров движения.

## 1. Постановка задачи

Рассмотрим задачу сплайновой интерполяции в системе ЧПУ в следующей постановке: обеспечить движение режущего инструмента по участку криволинейной траектории с заданной технологом контурной скоростью  $F$ . При этом учитывается необходимость разгона от скорости  $F_0$  в начале участка траектории, торможения до скорости  $F_{кк}$  в конце участка и ограничения, накладываемые технологическим оборудованием. Этот участок криволинейной траектории движения представляется в системе ЧПУ одним кадром (рис. 1).

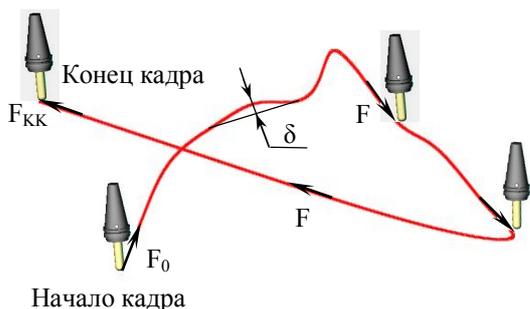


Рис. 1. Пример кадра в сплайновом интерполяторе

Структурно рассматриваемый сплайновый интерполятор является двухуровневой системой (рис. 2). На верхнем уровне (ВУ) решаются задачи не требующие для выполнения режима реального времени, на нижнем уровне (НУ) решаются задачи в режиме реального времени.

Среди задач ВУ необходимо выделить два блока. Блок «представление в виде сплайнов» обеспе-

чивает формирование математической модели криволинейной траектории движения инструмента, а блок «планирование подачи» – формирование программы изменения контурной скорости движения инструмента внутри кадра с учетом разгона-торможения и ограничений оборудования.

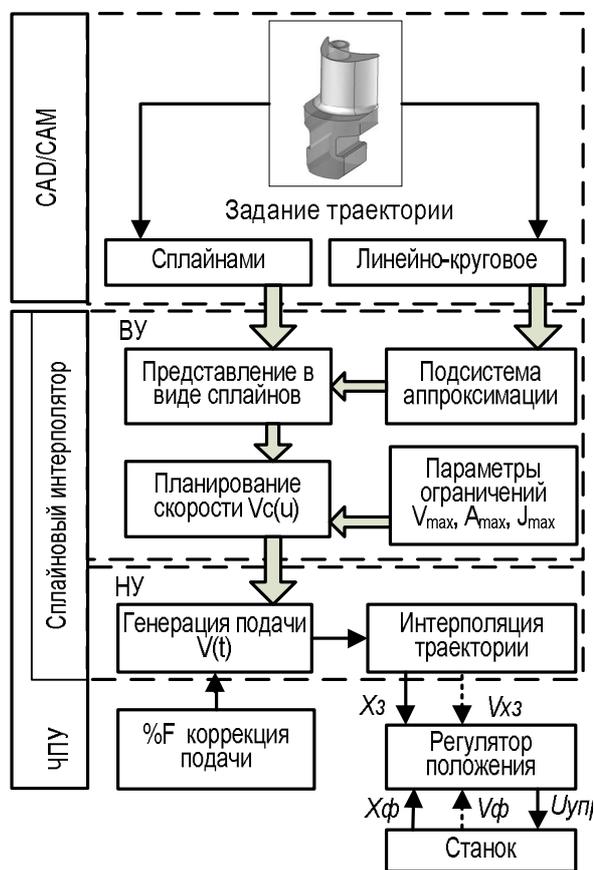


Рис. 2. Структурная схема системы ЧПУ со сплайновым интерполятором

Математическую модель траектории движения представим в виде параметрического уравнения кривой в  $p$ -мерном Римановом пространстве, где  $p \geq 2$  – количество координат обработки.

Векторное представление уравнения имеет вид:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u), \quad u \in [u_0, u_T], \quad (1)$$

где  $u_0$  – значение параметра в момент времени  $t=0$ ;

$u_T$  – значение параметра в момент времени

$t=T$ ;  $T$  – общее время обработки данного кадра (сек);  $t$  – текущее время (сек).

Например, параметрическое уравнение траектории для пятикоординатной обработки с программируемыми осями  $X, Y, Z, B, C$  будет иметь вид:

$$X = x(u), \quad Y = y(u), \quad Z = z(u), \quad B = b(u), \quad C = c(u). \quad (2)$$

Основным математическим аппаратом для моделирования траекторий обработки в настоящее время является теория сплайн-функций, а основной проблемой для разработчиков систем ЧПУ является

выбор типа сплайна и способа его представления в управляющей программе [1].

Т.к. информация о траектории движения инструмента должна передаваться на НУ и обрабатываться там в режиме реального времени, то для решения этой проблемы необходима специализированная система геометрического моделирования, обеспечивающая получение сплайн-функций с высокими показателями информативности и вычисляемости, важными для систем ЧПУ реального времени.

Здесь информативность – это наличие структуры данных, которая обеспечивает эффективное формирование, поиск, передачу и хранение данных в малом объеме памяти компьютера (при этом данные должны создаваться однократно), а вычисляемость – это наличие простых и экономичных алгоритмов вычисления основных геометрических и дифференциальных характеристик движения (точек позиционирования, скорости, ускорения, рывка, производной рывка и др.), необходимых для организации управления.

В существующих системах ЧПУ наибольшее употребление получили NURBS-сплайны [8, 9]. Используются также ASPLINE, BSPLINE, CSPLINE [1].

Однако, уровень информативности и вычисляемости сплайн-функций, полученных этими методами, значительно ниже сплайн-функций метода оптимального отображения в пространство В-сплайнов [5, 6].

*Сплайны именно этого вида мы рекомендуем для использования в интерполяторах систем ЧПУ оборудованием.*

Реализация технологического процесса высокоскоростной обработки требует высокой скорости движения рабочих органов станка, которая задается технологом исходя из условий обеспечения рациональных режимов резания, а возможность получения требуемого качества изготавливаемой детали зависит от стабильности обеспечения заданного скоростного режима перемещения инструмента и точности его позиционирования в процессе обработки.

Однако часто скорость движения инструмента на отдельных участках траектории приходится снижать. Прежде всего на участках начала и конца кадра (если нет гладкости траектории на границе соседних кадров), а также участках с большой кривизной профиля.

Снижение и увеличение скорости внутри кадра и постоянное изменение направления движения приводят к появлению ускорений и рывков, которые не должны превышать возможности оборудования.

Эти рассуждения указывают на существование проблемы планирования скорости перемещения инструмента внутри кадра, решение которой далеко не тривиально. С учетом вышеизложенного постановка

задачи для блока «планирование скорости  $V_c(u)$ » выглядит следующим образом.

Пусть заданы:

$F$  – рабочая подача кадра (контурная скорость обработки – м/мин);

$F_0$  – подача начала кадра (м/мин);

$F_{KK}$  – подача конца кадра (м/мин).

Пусть также известны предельные значения кинематических параметров движения рабочих органов станка отдельно по каждой координате обработки:

$V_{max}^i$  – максимально допустимая скорость  $i$ -го привода станка (мм/сек);

$A_{max}^i$  – максимально допустимое ускорение  $i$ -го привода станка (мм/сек<sup>2</sup>);

$J_{max}^i$  – максимально допустимый рывок  $i$ -го привода станка (мм/сек<sup>3</sup>).

Требуется найти функцию контурной скорости  $V_c(u)$ , которая минимизирует время обработки  $T$ :

$$T = \min_{V_c(u) \rightarrow F} \{ \tilde{T}[V_c(u)] \}, \quad (3)$$

при граничных условиях:

$$V_c(u_0) = F_0; V_c(u_T) = F_{KK}, \quad (4)$$

и ограничениях:

$$V_c(u) \leq F, \quad (5)$$

$$|V^i(u)| \leq V_{max}^i, |A^i(u)| \leq A_{max}^i, |J^i(u)| \leq J_{max}^i, i = \overline{1, p}, \quad (6)$$

$$T = m \cdot \tau, \quad (7)$$

где  $\tilde{T}[V_c(u)]$  – функциональная зависимость времени обработки от контурной скорости;

$V^i(u), A^i(u), J^i(u)$  – скорость, ускорение и рывок  $i$ -го привода в произвольной точке траектории;

$\tau$  – время одного такта СЧПУ (например, 0.001 сек);

$m$  – количество тактов (целое положительное число).

Ограничение (7) задает условие точного выхода в конец кадра.

## 2. Гипотеза гладкости кинематических параметров движения

Ограничения (6) задают диапазон изменения значений кинематических параметров движения. Однако, естественно предположить, что на качество высокоскоростной обработки влияет не только количественная характеристика кинематических параметров, но и плавный характер их изменения во времени.

Это предположение позволяет выдвинуть гипотезу о том, что функции  $V^i(u)$ ,  $A^i(u)$ ,  $J^i(u)$  внутри кадра должны быть гладкими.

Значения кинематических параметров каждого привода определяются разложением на координатные оси векторов скорости, ускорения и рывка перемещения инструмента по криволинейной траектории обработки, которые, как известно, определяют следующим образом.

Скорость (англ. velocity) – векторная величина, определяющая быстроту и направление движения материальной точки в момент времени  $t$ . Определяется как производная радиус-вектора точки по времени.

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}. \quad (8)$$

Ускорение (англ. acceleration) – векторная величина, показывающая насколько изменяется вектор скорости точки за единицу времени. Определяется как производная скорости по времени.

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}. \quad (9)$$

Рывок (англ. jerk) – векторная величина, характеризующая скорость изменения ускорения тела. Определяется третьей производной радиус-вектора по времени.

$$\mathbf{j} = \frac{d\mathbf{a}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{v}}{dt^2} = \frac{d^3\mathbf{r}}{dt^3}. \quad (10)$$

Отсюда следует, что гладкость функции (10) обеспечит только как минимум четырежды непрерывно дифференцируемая функция (1).

Поэтому математическую модель криволинейной траектории движения необходимо строить в классе сплайн-функций степени не ниже пятой.

### 3. Контурные значения кинематических параметров движения

Контурными значениями кинематических параметров движения  $V^i(u)$ ,  $A^i(u)$ ,  $J^i(u)$  будем называть соответственно скорость, ускорение и рывок в произвольной точке траектории, определяемой параметром  $u$ .

Математическая связь между кинематическими параметрами движения каждого привода и их контурными значениями определяется формулами

$$V^i(u) = V_c(u) \cdot \hat{v}^i(u);$$

$$A^i(u) = A_c(u) \cdot \hat{a}^i(u);$$

$$J^i(u) = J_c(u) \cdot \hat{j}^i(u), \quad i = \overline{1, p},$$

где  $\hat{v}^i(u)$ ,  $\hat{a}^i(u)$ ,  $\hat{j}^i(u)$  – координаты единичных векторов направления скорости, ускорения и рывка.

Откуда, учитывая соотношения (6), получим исходные зависимости для планирования контурных значений кинематических параметров движения в произвольной точке траектории, заданной параметром  $u$ .

$$V_c(u)_{\max} = \min_{1 \leq i \leq p} \left( \frac{V_{\max}^i}{\hat{v}^i(u)} \right), \quad (11)$$

$$A_c(u)_{\max} = \min_{1 \leq i \leq p} \left( \frac{A_{\max}^i}{\hat{a}^i(u)} \right), \quad (12)$$

$$J_c(u)_{\max} = \min_{1 \leq i \leq p} \left( \frac{J_{\max}^i}{\hat{j}^i(u)} \right). \quad (13)$$

Таким образом, для определения допустимых значений контурных скорости, ускорения и рывка в каждой точке траектории необходимо знать не только максимально допустимые значения этих параметров по каждому приводу станка, но и направления векторов  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{j}$ .

При этом, если направление вектора контурной скорости всегда известно, т.к. зависит только от геометрии криволинейной траектории и совпадает с направлением касательной прямой к кривой  $\mathbf{r} = \mathbf{r}(u)$ , то направление векторов контурных ускорения (см. рис. 3) и рывка зависит еще и от значений скорости и ускорения соответственно, а также от изменения этих значений в каждой точке траектории.

### 4. Планирование контурной скорости в зависимости от кривизны траектории

Как известно из механики, вектор ускорения учитывает не только изменение величины скорости, но и её направления. При движении по криволинейной траектории вектор ускорения удобно представлять в виде геометрической суммы двух составляющих, направленных по касательной и нормали к траектории (см. рис. 3):

$$\mathbf{a} = a_v \cdot \hat{v} + a_n \cdot \hat{n} = \frac{dV_c(u)}{dt} \cdot \hat{v} + V_c(u)^2 \cdot k(u) \cdot \hat{n}, \quad (14)$$

где  $V_c(u)$  – контурная скорость в произвольной точке;

$k(u)$  – кривизна траектории в данной точке;

$\hat{v}$  – единичный вектор, направленный вдоль касательной к траектории (касательный орт совпадает с направлением вектора контурной скорости);

$\hat{n}$  – единичный вектор, направленный вдоль главной нормали к траектории (орт главной нормали).

Единичные векторы направления скорости и

главной нормали, а также кривизна в каждой точке, зависят только от конфигурации траектории и не зависят от значений скорости, ускорения и рывка.

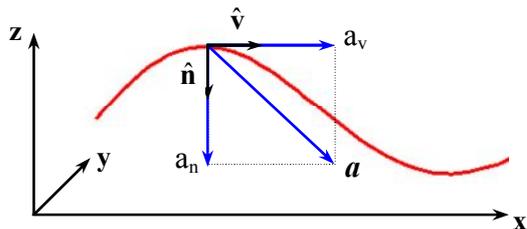


Рис. 3. Представление вектора ускорения

При этом составляющая  $a_v$ , направленная по касательной к траектории, называется тангенциальным (касательным) ускорением и характеризует быстроту изменения величины скорости.

Составляющая же  $a_n$ , направленная по нормали к траектории, носит название нормального (центростремительного) ускорения, и характеризует быстроту изменения скорости по направлению.

Длина вектора  $a$  равна

$$|a| = \sqrt{\left(\frac{dV_c(u)}{dt}\right)^2 + \left(V_c^2(u) \cdot k(u)\right)^2}.$$

Откуда с учетом (12) получим дифференциальное уравнение, решением которого является функция контурной скорости, обеспечивающая выполнение ограничений по ускорению, а именно:

$$\frac{dV_c(u)}{dt} = \sqrt{A_c^2(u)_{\max} - \left(V_c^2(u) \cdot k(u)\right)^2}. \quad (15)$$

Из выражения (14) следует, что величина нормальной составляющей ускорения прямо пропорциональна кривизне траектории и квадрату скорости перемещения инструмента по этой траектории. Следовательно, при значительных скоростях подачи на участках траектории с большой кривизной, ускорение может превысить максимальное значение, допустимое для конкретного оборудования.

Поэтому при увеличении кривизны траектории и приближении инструмента к точке с локально-максимальной кривизной контурную скорость внутри кадра приходится снижать, а затем при уменьшении кривизны траектории, снова увеличивать до заданного значения  $F$ .

Максимально возможную контурную скорость обработки в зависимости от кривизны траектории определим из выражения (14) при условии равенства нулю тангенциального ускорения  $a_v = 0$ :

$$V_c(u)_{\max} = \sqrt{\frac{(a_n)_{\max}}{k(u)}}, \quad (16)$$

$$\text{где } (a_n)_{\max} = \min_{1 \leq i \leq p} \left( \frac{A_{\max}^i}{\hat{n}^i(u)} \right),$$

$\hat{n}^i(u)$  – координаты единичного вектора главной нормали.

Математические зависимости (11), (15) и (16) задают условия для планирования контурной скорости на всем протяжении обработки данного кадра.

Из формулы (16) следует, что допустимые значения контурной скорости на участках траектории с большой кривизной могут принимать значения существенно меньшие, чем заданная рабочая подача кадра, т.е.

$$V_c(u)_{\max} \ll F.$$

Поэтому, в общем случае контурная скорость на протяжении отработки одного кадра может несколько раз снижаться до допустимых значений, определяемых формулой (16), а затем снова расти до значения рабочей подачи  $F$  (рис. 4).

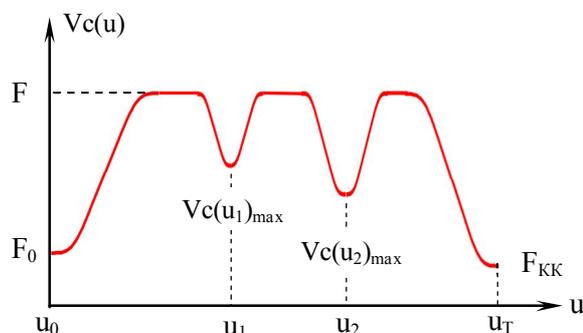


Рис. 4. План контурной скорости кадра с учетом кривизны траектории

Таким образом, при работе со сплайновым интерполятором участки нестационарности кинематических параметров движения могут появиться не только в начале и конце кадра, как при линейной и круговой интерполяции, но и внутри каждого кадра. Такими участками являются участки разгона и торможения.

## 5. Генерация подачи на участках разгона-торможения

Решение проблемы разгона и торможения большинство исследователей видят в использовании S-образных законов изменения контурной скорости.

Известны способы построения S-образных законов изменения скорости на базе квадратичных, кубических и экспоненциальных функций [7].

Первый (наиболее известный) способ приводит к генерации подачи с линейным (трапецидальным) ускорением. При двух других способах ускорение меняется соответственно по квадратичному и также экспоненциальному закону.

Однако во всех трех рассмотренных случаях график ускорения теряет гладкость в точках достижения максимума ускорения, а график рывка в этих точках терпит разрыв, что противоречит гипотезе гладкости кинематических параметров движения и отрицательно сказывается на динамике процессов разгона-торможения.

Выход содержится в использовании для описания законов изменения кинематических параметров движения на участках разгона-торможения гармонических тригонометрических функций.

Например, закон изменения рывка на участке разгона за время  $t \in [0, t_p]$  можно представить в виде гладкой кусочной функции

$$J(t) = \begin{cases} J_D \cdot \sin^2(\omega \cdot t) & 0 \leq t \leq t_1, \\ 0 & t_1 \leq t \leq t_2, \\ -J_D \cdot \sin^2(\omega \cdot t) & t_2 \leq t \leq t_p, \end{cases} \quad (17)$$

где  $J_D$  – допустимое значение разгона (м/сек<sup>3</sup>);

$t_p$  – время разгона (сек);

$\omega$  – коэффициент пропорциональный частоте гармонической функции (1/сек).

Законы изменения контурных ускорения и скорости получаем, проинтегрировав функции рывка и ускорения

$$A(t) = \int J(t) \cdot dt; \quad V(t) = \int A(t) \cdot dt. \quad (18)$$

Функция  $S(t)$ , полученная интегрированием функции  $V_c(t)$  по  $dt$ , определит пройденный путь за время  $t$ :

$$S(t) = \int V(t) \cdot dt.$$

На рис. 5 представлены графики гладких функций кинематических параметров движения и пройденного пути за время полного цикла разгона-торможения.

На рис. 5 время  $t_3=t_p$  является временем разгона,  $t_7-t_4=t_r$  – временем торможения, а  $t_7=t_{pr}$  – это время полного цикла разгона-торможения. Очевидно, что участки постоянного ускорения и постоянной скорости в частном случае могут отсутствовать.

Приведем пример явных выражений для функций ускорения, скорости и пройденного пути для первого участка разгона  $t \in [0, t_1]$ .

$$A(t) = J_D \cdot \left[ \frac{t}{2} - \frac{\sin(2 \cdot \omega \cdot t)}{4 \cdot \omega} \right],$$

$$V(t) = J_D \cdot \left[ \left( \frac{t}{2} \right)^2 - \left( \frac{\sin(\omega \cdot t)}{2 \cdot \omega} \right)^2 \right] + F_0,$$

$$S(t) = J_D \cdot \left[ \frac{t^3}{12} - \frac{t}{8 \cdot \omega^2} + \frac{\sin(2 \cdot \omega \cdot t)}{16 \cdot \omega^3} \right] + F_0 \cdot t,$$

где  $F_0$  – подача начала кадра (м/сек).

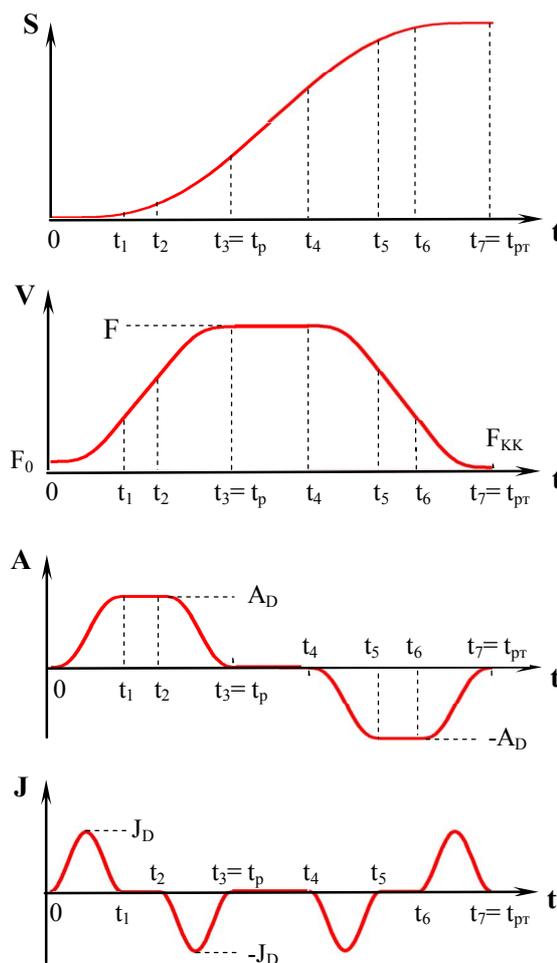


Рис. 5. Графики рывка, скорости, ускорения и пройденного пути на участке разгона-торможения где  $t \in [0, t_{pr}]$ , состоящего из следующих участков:

- $[0, t_1]$  – увеличение ускорения при разгоне;
- $[t_1, t_2]$  – постоянное ускорение при разгоне;
- $[t_2, t_3]$  – уменьшение ускорения при разгоне;
- $[t_3, t_4]$  – постоянная скорость;
- $[t_4, t_5]$  – увеличение ускорения при торможении;
- $[t_5, t_6]$  – постоянное ускорение при торможении;
- $[t_6, t_7]$  – уменьшение ускорения при торможении.

## 6. Коррекция подачи с пульта оператора

Известно, что во всех системах ЧПУ в любой момент обработки предусмотрена возможность оперативной коррекции рабочей подачи с пульта оператора (рис. 2). Как правило, такое изменение осуществляется с дискретностью 10% и подчиняется закону

$$F_{оп} = \lambda \cdot F, \quad \text{где } \lambda = 0, 0.1, 0.2, \dots 1.2.$$

При возникновении ситуации оперативной коррекции рабочей подачи система ЧПУ должна в реальном масштабе времени изменить план контурной скорости кадра таким образом, чтобы в  $\lambda$  раз изменилась рабочая подача  $F$ . При этом  $S$  – образный закон изменения скорости на участках разгона

и торможения должен измениться так, чтобы минимум скорости участка оставался бы неизменным (если эта скорость не превышает значения  $\lambda \cdot F$ ), а максимум скорости этого участка был бы равен значению  $\lambda \cdot F$  (рис. 6).

## 7. Организация управления положением

Управление приводами подач осуществляется в блоке «регулятор положения» (рис. 2). Исходными данными для работы регулятора являются данные о заданном положении рабочего органа ( $X_3$ ), поступающие из интерполятора, и данные обратной связи о фактическом положении управляемого органа ( $X_\Phi$ ), поступающие от датчиков положения. Расчет и выдача управляющего воздействия приводу  $U_{упр}$  осуществляется один раз за время цикла управления. Существует устойчивая тенденция применения в управлении компенсаций по скорости и ускорению.

Однако в регулятор не передается информация о дифференциальных характеристиках траектории и эту информацию приходится восстанавливать по конечным разностям данных траектории ( $X_3$ ,  $X_\Phi$ ).

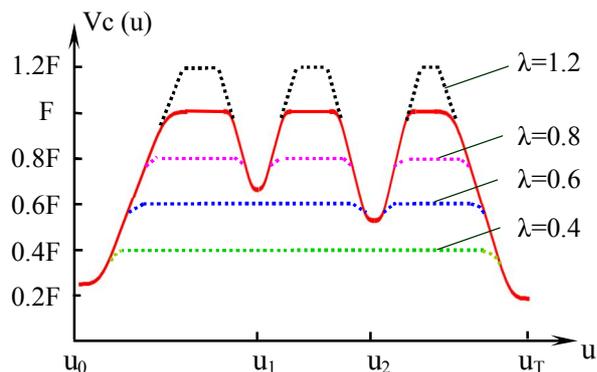


Рис. 6. Планы контурных скоростей кадра с учетом коррекции подачи на пульте оператора

Изменение режимов механообработки в сторону увеличения технологических подач сопровождающееся повышением частоты цикла управления, что в сочетании с повышением требований к порядку дифференцирования (скорость, ускорение, рывок и его производная) приводят к ситуации, когда данные о положении ( $X_3$ ,  $X_\Phi$ ) не могут обеспечить необходимую информативность и вычисляемость.

С точки зрения информативности задающего воздействия необходимо учитывать как изменение абсолютных величин кинематических параметров, реализуемых в технологическом процессе, так и особенности их представления в масштабе машинного времени. Основной единицей времени в системе ЧПУ является такт управления ( $\tau$ ). Увеличение частоты цикла управления при ограничении дискретности задания положения значительно услож-

няет возможность получения дифференциальных кинематических характеристик. Решить эту проблему можно двумя путями.

Первый путь – это повышение разрядности данных о положении до уровня  $1 \cdot 10^{-5} \dots 1 \cdot 10^{-6}$  мм, при управлении с учетом ускорения [4] и  $1 \cdot 10^{-7} \dots 1 \cdot 10^{-8}$  мм при учете рывка и его производной. Однако этот путь невозможно реализовать в большинстве случаев из-за ограничений дискретности датчиков положения.

Второй путь – это изменение структуры данных модели регулятора положения. Достигается использованием в системе дополнительных параметров управления, таких как  $V_{X3}$  – заданная скорость движения рабочего органа и  $V_\Phi$  – фактическая скорость движения рабочего органа (рис. 2). Кроме того, для обеспечения вычисления ускорения, рывка и его производной данные о скорости должны иметь разрядность как минимум на 3...4 порядка выше разрядности данных о положении.

Реализация этого пути предполагает изменение требований к функционированию ряда подсистем. Подсистема обработки сигналов датчика обратной связи по положению помимо традиционного получения данных о фактическом положении ( $X_\Phi$ ) должна обеспечивать измерение фактической скорости движения рабочего органа ( $V_\Phi$ ), а подсистема интерполяции траектории (рис. 2) помимо традиционного расчета данных о потактовом изменении заданного положения рабочего органа ( $X_3$ ) должен выполнять расчет заданной скорости движения ( $V_{X3}$ ) с вышеуказанным увеличением разрядности.

## 8. Эксперимент

На рис. 7 представлены результаты эксперимента по использованию различных законов разгона-торможения, проведенные с целью подтверждения гипотезы о гладкости изменения кинематических параметров движения и определения степени влияния разрывов функции рывка  $J_C^i(u)$  на точность позиционирования рабочих органов станка при их движении. Эксперимент проведен на примере перемещения поперечной подачи суппорта станка 16К20Ф3 1985 года выпуска. Станок имеет стандартную комплектацию двигателями постоянного тока 21МВН-2-К и аналоговым приводом Kemtok 4ЕВ23, а управляется системой ЧПУ на базе персонального компьютера [4].

Настройки ПИД-регулятора контура положения в обоих случаях были одинаковыми. Тест проведен при линейном перемещении оси на подаче  $F=6$  м/мин, что составляет 120% от максимальной подачи по паспорту станка.

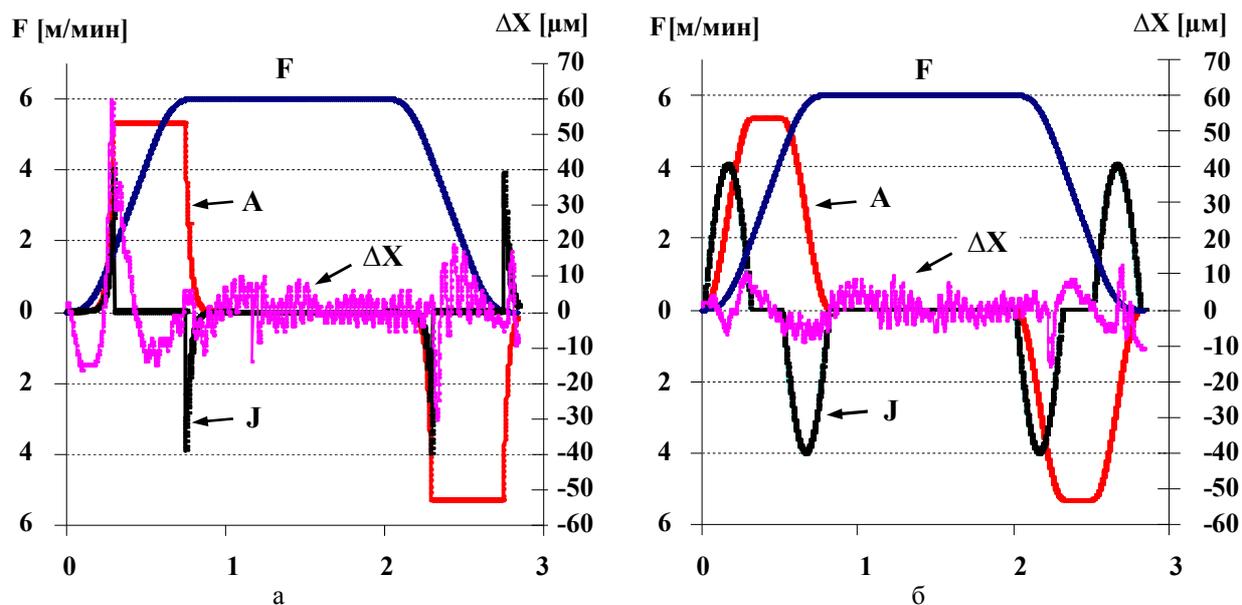


Рис. 7. Диаграммы движения рабочих органов станка при различных законах разгона-торможения: а – экспоненциальный; б – гармонический

Результаты эксперимента показали, что при использовании экспоненциального S-образного закона разгона-торможения [9] формируется разрыв рывка при достижении максимального значения ускорения, что приводит к появлению ошибки позиционирования ( $\Delta X$ ) порядка  $+60\mu\text{m}$ – $-35\mu\text{m}$  (рис. 7, а).

При использовании же закона разгона-торможения на основе гармонических функций, изменение рывка происходит непрерывно, а ошибка позиционирования ( $\Delta X$ ) при этом уменьшилась примерно в 3 раза до  $\pm 14\mu\text{m}$  (рис. 7, б).

Таким образом, результат эксперимента подтвердил гипотезу о необходимости использования в задачах числового программного управления высокоскоростным оборудованием гладких законов изменения кинематических параметров движения.

### Заключение

Рассмотрены проблемы, возникающие при создании сплайнового интерполятора. Предложено для описания криволинейных траекторий инструмента в системах ЧПУ использовать метод оптимального отображения в пространство В-сплайнов, имеющий высокий уровень показателей информативности и вычислимости.

Сформулирована гипотеза о необходимости плавного изменения кинематических параметров движения органов станка и обосновано применение для моделирования траекторий перемещения инструмента сплайн-функций не ниже пятой степени.

Проведен анализ источников возникновения кинематических нестационарностей параметров движения. Выполнена математическая постановка

задачи планирования контурной скорости применительно к сплайновым интерполяторам.

Сформулировано требование к блоку интерполяции траектории о необходимости выполнения помимо расчета заданного положения, расчета скорости движения рабочего органа с разрядностью превышающей разрядность данных положения на 3...4 порядка.

Результаты эксперимента подтвердили, что плавное изменение дифференциальных кинематических параметров движения приводит к снижению погрешностей позиционирования рабочих органов станков, что способствует повышению точности обработки и позволяет повысить эффективность механообработки сложнофасонных поверхностей.

### Литература

1. Сосонкин, В.Л. Программирование систем числового программного управления [Текст]: учеб. пособие / В.Л. Сосонкин, Г.М. Мартинов. – М.: Логос, 2008. – 344 с.
2. Мартинов, Г.М. Проблемы использования сплайновой интерполяции в системах ЧПУ при обработке скульптурных поверхностей [Текст] / Г.М. Мартинов, В.Л. Сосонкин // Автоматизация в промышленности. – 2006. – №11. – С. 3-9.
3. Программно-аппаратный комплекс для исследования алгоритмов и процессов в станках с ЧПУ [Текст] / В.С. Кривцов, Е.В. Комбарова, Р.В. Варнас, Е.А. Аксенов // Авиационно-космическая техника и технология. – 2011. – № 4 (81). – С. 5-11.
4. Комбаров, В.В. Определение физических величин перемещения органов станков с ЧПУ [Текст] / В.В. Комбаров, Е.В. Комбарова, Е.А. Крижживец // Авиационно-космическая техника и технология. –

2011. – №7 (84) – С. 109-115.

5. Сорокин, В.Ф. Фрезерование крупногабаритных лопаток авиационных двигателей в системе программного управления реального времени [Текст] / В.Ф. Сорокин, В.Ф. Мозговой // *Авіаційно-космічна техніка і технологія*. – X., 2002. – № 32. – С. 41-54.

6. Сорокин, В.Ф. Математическая модель сложно фасонной поверхности для адаптивного программного управления металлообрабатывающим оборудованием [Текст] / В.Ф. Сорокин // *Технологические системы*. – 2002. – № 5 (16). – С. 44-51.

7. Раисов, Ю.А. Управление скоростью приводов подач по S-образным законам для систем CNC [Текст] / Ю.А. Раисов, И.В. Бычков, В.В. Комбаров // *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. – 2006. – № 1 (57). – С. 24-28.

8. Beudaert, X. Feedrate interpolation with axis jerk constraints on 5-axis NURBS and G1 tool path [Text] / X. Beudaert, S. Lavernhe, C. Tournier // *International J. of Machine Tools & Manuf.* – 2012. – Vol. 57. – P. 73-82.

9. NURBS Interpolator with Confined Chord Error and Tangential and Centripetal Acceleration Control [Text] / A. Bardine, S. Campanelli, P. Foglia, C.A. Prete // *Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT): International Congress, 18-20 Oct. 2010: Conference Publications*. – P. 489-496.

10. Erkorkmaz, K. Quintic spline interpolation with minimal feed fluctuation [Text] / K. Erkorkmaz, Y. Altintas // *J. Manuf. Sci. Eng.* – 2005. – Vol. 127. – P. 339-349.

Поступила в редакцию 31.05.2012

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. А.И. Долматов, Национальный аэрокосмический университет им Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

### ПРОБЛЕМИ СПЛАЙНОВОЇ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ ІЗ ГЛАДКО-ОБМЕЖЕНИМИ КІНЕМАТИЧНИМИ ПАРАМЕТРАМИ РУХУ В ЗАДАЧАХ ЧИСЛОВОГО ПРОГРАМНОГО КЕРУВАННЯ ВИСОКОШВИДКІСНИМ УСТАТКУВАННЯМ

*В.С. Кривцов, В.В. Комбаров, В.Ф. Сорокін*

Сформульовано проблеми, що виникають при створенні сплайнного інтерполятора в системах ЧПК. Розглянуто завдання забезпечення плавності зміни кінематичних параметрів руху інструмента по криволінійній траєкторії високошвидкісної обробки з урахуванням припустимих значень швидкості, прискорення та ривка кожного приводу устаткування з ЧПК. Показано, що модель криволінійної траєкторії необхідно будувати в класі сплайн-функцій ступеня не нижче п'ятої. Отримано умови для планування контурної швидкості усередині кадру з урахуванням розгону-гальмування та обмежень устаткування. Застосовано гармонійні функції для опису законів зміни кінематичних параметрів руху на ділянках розгону-гальмування. Результати експерименту підтвердили, що помилка позиціонування зменшилася при цьому в кілька разів.

**Ключові слова:** високошвидкісна обробка, система ЧПК, сплайн, інтерполяція, швидкість, прискорення, ривок.

### PROBLEMS OF SPLINE INTERPOLATION WITH SMOOTHLY-LIMITED KINEMATICAL PARAMETERS OF MOVEMENT IN TASKS OF CNC HIGH-SPEED EQUIPMENT

*V.S. Krivtsov, V.V. Kombarov, V.F. Sorokin*

Problems of spline interpolator creation in CNC systems are formulated. Task of providing of smoothness of kinematic parameters change of tool movement along a curvilinear path at high-speed machining taking into account allowable values of velocity, acceleration and jerk of each CNC machine drive is considered. There is shown that the model of curvilinear path should be built in a class of spline functions with a degree not less than the fifth. Conditions for planning of contour velocity inside a frame taking into account acceleration-deceleration and equipment constraints are obtained. Harmonic functions for the description of change principles of movement kinematic parameters along acceleration-deceleration segments are used. Experimental results confirmed that a machine positioning error several times decreased under these conditions.

**Key words:** high-speed machining, CNC system, spline, interpolation, velocity, acceleration, jerk.

**Кривцов Владимир Станиславович** – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой технологии производства летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

**Комбаров Владимир Викторович** – научный сотрудник кафедры технологии производства летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: kombarov1@mail.ru.

**Сорокин Владимир Федорович** – д-р техн. наук, доцент кафедры технологии производства авиационных двигателей Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: sovladf@ukr.net.