

УДК 621.452.322

Ю.Б. НАЗАРЕНКО

ФГУП «Научно-производственный центр Газотурбостроения» «Салют», Россия

УСТРАНЕНИЕ РЕЗОНАНСА НА КРИТИЧЕСКОЙ ЧАСТОТЕ ВРАЩЕНИЯ РОТОРОВ ПРИ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ТРАЕКТОРИИ ВРАЩЕНИЯ ОСИ ВАЛА НА ОПОРЕ

Рассматривается предотвращение потери устойчивости ротора газотурбинного двигателя на абсолютно жесткой опоре на критической частоте его вращения при эллиптической траектории вращения оси вала на опоре. Это достигается путем создания овальной дорожки качения неподвижного кольца роликового подшипника. На основании полученных аналитических зависимостей, определяющих радиальные перемещения оси вала на опоре с овальной дорожкой качения под действием центробежных сил от дисбаланса ротора, устанавливаются параметры овала дорожки качения, обеспечивающие устранение прогиба вала и потерю устойчивости ротора при изгибной форме резонанса.

Ключевые слова: ротор, вал, опора ротора, роликовый подшипник, овальная дорожка качения кольца, дисбаланс ротора, критическая частота, собственная частота колебаний ротора, синхронная, прецессия.

Введение

Отстройка роторов на резонансных режимах осуществляется, как правило, за счет выведения критических частот вращения из рабочего диапазона работы двигателя, а также за счет погашения колебаний упруго-демпферными опорами.

В работе [1] предлагается новый подход к решению этой проблемы – устранение резонанса роторов по изгибной форме колебаний на критических частотах вращения за счет овализации дорожки качения одного из колец роликового подшипника на абсолютно жесткой опоре.

Сущность способа заключается в том, что при овальных дорожках качения кольца подшипника круговое перемещение вектора центробежной силы от неуравновешенной массы ротора в зонах кольца подшипника, где радиус-вектор его контура возрастает, приводит к тому, что реакция опоры будет отсутствовать, и вал под действием неуравновешенной центробежной силы получит ускорение.

При полном отсутствии реакции опоры за время, равное четверти периода собственных колебаний ротора при свободной одной опоре, приведет к тому, что прогиб вала устранится, и это явление будет предотвращать потерю устойчивости ротора при критической частоте. Устранение прогиба вала будет происходить в двух четвертях оборота вала, где радиус-вектор контура кольца возрастает.

В данной работе определение радиального перемещения вала ротора на опоре с овальной дорож-

кой качения предлагается рассматривать не по усредненным весовым характеристикам ротора [1], а с учетом реального расположения дисков на валу, что повышает точность расчета радиального перемещения вала на опоре и определения параметров овала при полном устранении резонанса ротора.

1. Радиальное перемещение вала ротора на опоре при вертикальном расположении овальной дорожки качения

При устранении реакции на одной опоре вал ротора под действием потенциальной энергии изогнутого вала будет распрямляться. Устранение прогиба будет реализовываться в соответствии со своей собственной частотой колебаний за четверть периода колебаний ротора.

При равенстве собственной частоты колебаний критической частоте вращения ротора полное устранение прогиба в этом случае будет происходить в точке В. Этот случай соответствует наличию одного диска на валу, расположенного в середине пролета. В действительности собственная частота колебаний ротора будет отличаться от критической частоты вращения.

В [1] была определена собственная частота изгибных колебаний при отсутствии реакции на одной опоре и без ограничений перемещений вала ротора при его распрямлении. При этом собственная частота колебаний ротора была выше критической частоты вращения. В этом случае устранение прогиба

вала будет реализовываться раньше четверти оборота вращения, т.е. до подхода к точке В.

Однако в этом случае при распрямлении вала будет происходить перемещение конца вала на опоре с овальной дорожкой качения, что потребует дополнительного увеличения овала кольца.

При параметре овала кольца, определенного только при условии перемещения конца вала ротора под действием центробежной силы от неуравновешенной массы ротора необходимого для устранения реакции опоры, т.е. без дополнительного его увеличения для распрямления вала, устранение прогиба вала будет реализовываться по собственной частоте ротора, расположенного на двух опорах. Виртуальное перемещение конца вала в этом случае будет предотвращено возникающей реакцией опоры.

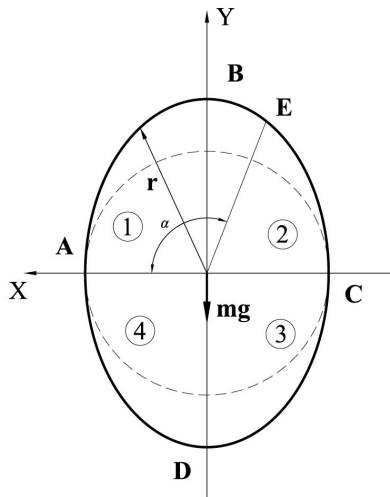


Рис. 1. Вертикальная овальная дорожка качения кольца подшипника

Собственная частота колебаний вращающегося ротора на двух опорах была определена в [3, 4] и она будет ниже критической частоты вращения. В этом случае посадка вала ротора на опору и возникновение реакции на ней будет в т. Е (рис. 1) и угол посадки ротора может определяться из условия

$$\alpha = \beta \cdot \frac{\pi}{2}, \quad (1)$$

где β – параметр, определяющий посадку ротора в точке Е, при условии полного устранения прогиба вала, $\beta = f_k / f_c$; f_k – критическая частота вращения ротора, при которой он теряет устойчивость; f_c – собственная частота колебаний ротора на двух опорах.

Уравнение контура кольца овальной формы опишем тригонометрической функцией (рис. 1)

$$R = R_0 + \Delta \sin(\omega t), \quad (2)$$

где R_0 – радиус кольца подшипника по малой оси овала; Δ – амплитуда (максимальное значение) от-

клонения контура кольца на большой оси овала относительно малой оси; ω – круговая скорость вращения ротора.

Под действием центробежной силы от неуравновешенной массы ротора (статический дисбаланс) при отсутствии реакции на опоре вал будет перемещаться в радиальном направлении и совершать колебательное движение относительно опоры с круговой дорожкой качения кольца (рис. 2).

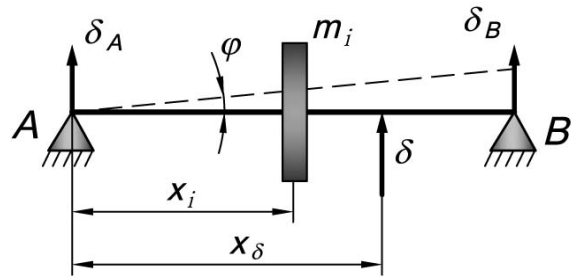


Рис. 2. Угловое перемещение вала относительно опоры “А” с круговой дорожкой качения

Круговое ускорение в этом случае будет определяться из выражения

$$M = \varepsilon \cdot \sum_{i=1}^{i=n} J_i, \quad (3)$$

где M – момент вращения при действии центробежной силы от статического дисбаланса ротора, $M = \delta_0 \omega^2 \cdot x_\delta$; δ_0 – статический дисбаланс ротора, равный сумме дисбалансов на левой δ_A и правой опоре δ_B , $\delta_0 = \delta_A + \delta_B$; x_δ – координата точки приложения дисбаланса ротора относительно опоры с круговой дорожкой качения, $x_\delta = \delta_B L / (\delta_A + \delta_B)$; J_i – момент инерции каждого диска ротора относительно опоры с круговой дорожкой качения, $J_i = m_i x_i^2$; m_i и x_i – масса и координата диска относительно опоры с круговой дорожкой качения; L – пролет ротора.

Из выражения (3) определяем угловое ускорение ротора при его колебании относительно опоры

$$\varepsilon = \frac{\delta_0 \omega^2 x_\delta}{J_0}, \quad (4)$$

где J_0 – суммарный момент инерции ротора при его колебании относительно неподвижной опоры,

$$J_0 = \sum_{i=1}^{i=n} m_i x_i^2.$$

При посадке вала ротора в т. Е его радиальное перемещение на опоре от действия статического дисбаланса составит

$$\Delta_E = \int_0^{T\beta/4} \varepsilon \cdot L \cdot t \cdot dt = \frac{\delta_0 \cdot x_\delta \cdot L \cdot \beta^2}{J_0} \cdot \frac{\pi^2}{8}, \quad (5)$$

где $T \cdot \beta / 4 = \pi \cdot \beta / 2\omega$.

Радиальное перемещение вала ротора на опоре с овальной дорожкой качения от статического дисбаланса (5) приведет к увеличению дисбаланса ротора.

Угловое ускорение ротора при его перемещении относительно опоры от динамического дисбаланса дисков с массой m_i будет равно

$$\begin{aligned} \varepsilon' &= \sum_{i=1}^{i=n} \frac{m_i \Delta_i x_i \omega^2}{J_O} = \\ &= \sum_{i=1}^{i=n} \frac{m_i \delta_O x_{\delta} x_i^2 \omega^4}{J_O^2} \cdot \frac{t^2}{2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Перемещение вала ротора на опоре от центробежной силы, возникающей от динамического дисбаланса в интервале времени от $t=0$ до $t_2 = T \cdot \beta / 4$ составит

$$\Delta' = \int_0^{T\beta/4} \varepsilon' \cdot L dt = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{m_i \cdot \delta_O x_{\delta} \cdot x_i^2 L \cdot \beta^4 \cdot \pi^4}{128 \cdot J_O^2}. \quad (7)$$

Угловое ускорение ротора при его перемещении относительно неподвижной опоры от собственного веса дисков будет равно

$$\varepsilon'' = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\pm m_i g \cdot \sin(\omega t) \cdot x_i}{J_O}. \quad (8)$$

Перемещение вала ротора на опоре с учетом его собственного веса определится из условия

$$\Delta'' = \int_0^{T\beta/4} \varepsilon'' \cdot L \cdot t \cdot dt = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\pm m_i \cdot g \cdot x_i \cdot L \cdot \rho}{J_O \cdot \omega^2}, \quad (9)$$

где ρ – параметр, равный

$$\rho = -(\pi\beta/2) \cos(\pi\beta/2) + \sin(\pi\beta/2).$$

Здесь знак минус принимается в первом квадранте, а знак плюс – в третьем.

Определим изменение динамического дисбаланса при реализации радиального перемещения от собственного веса ротора. Зависимость параметра ρ от β представлена на рис. 3.

Учитывая $\omega \cdot t = \beta \cdot \pi / 2$, представим распределение параметра ρ от времени в виде

$$\rho = 1,356 \cdot \left(\frac{2\omega \cdot t}{\pi} \right)^2 - 0,383 \cdot \left(\frac{2\omega \cdot t}{\pi} \right) + 0,015. \quad (10)$$

Радиальное перемещение дисков ротора на опоре от его собственного веса в этом случае можно записать

$$\Delta_i = \frac{\pm g \cdot m \cdot x_i L}{J_O \omega^2} \left[1,356 \zeta^2 t^2 - 0,383 \zeta t + 0,015 \right], \quad (11)$$

где m – масса ротора, приходящаяся на опору с овальной дорожкой качения,

$$m = \sum_{i=1}^{i=n} m_i \cdot x_i / L;$$

ζ – параметр, равный $\zeta = 2\omega / \pi$.

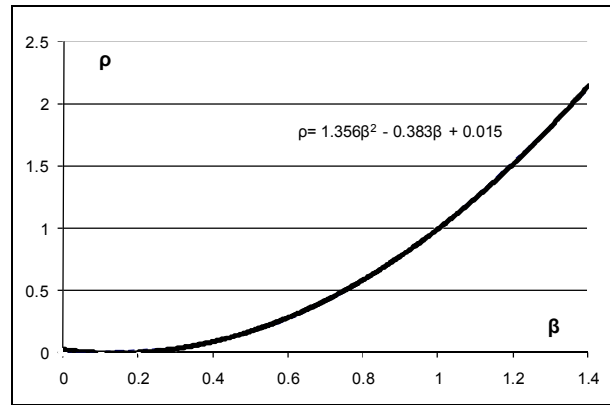


Рис. 3. Зависимость параметра ρ от места посадки вала ротора на опоре β

Угловое ускорение ротора при его вращении относительно опоры с круговой дорожкой качения от динамического дисбаланса составит

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} &= \sum_{i=1}^{i=n} \frac{m_i \Delta_i x_i \omega^2}{J_O} = \frac{\pm g \cdot m \cdot L}{J_O} \times \\ &\times (1,356 \cdot \zeta^2 t^2 - 0,383 \cdot \zeta \cdot t + 0,015). \end{aligned} \quad (12)$$

Перемещение вала ротора на опоре от центробежной силы, возникающей от динамического дисбаланса, будет равно

$$\begin{aligned} \bar{\Delta} &= \int_0^{T\beta/4} \bar{\varepsilon} \cdot L dt = \frac{\pm g m \cdot L^2}{J_O} \times \\ &\times \left[1,356 \zeta^2 \frac{t^4}{4} - 0,383 \zeta \frac{t^3}{3} + 0,015 \frac{t^2}{2} \right]_0^{T\beta/4} = \\ &= \frac{\pm g \cdot m \cdot L^2 \pi^2}{J_O 4 \omega^2} \times \\ &\times \left[0,339 \beta^4 - 0,28 \beta^3 + 0,008 \cdot \beta^2 \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Перемещение ротора в т. Е определим как сумму перемещений от статического (5) и динамического дисбаланса (7) и (13), а также собственного веса (9).

Принимая уравнение овального контура кольца подшипника в виде (2) и раскладывая в ряд Тейлора синус угла α при небольшой величине углового смещения от т. В до т. Е, определим минимальное значение овала при посадке вала в т. Е, когда вал ротора полностью распрямится:

$$\Delta = \frac{\delta \cdot L^2 (1,234 \cdot \beta^2 + 0,761 \cdot \beta^4)}{J_O [1 - 1,234(\beta - 1)^2]} \pm \quad (14)$$

$$\pm \frac{mgL^2 [0,836\beta^4 - 0,316\beta^3 + 1,376\beta^2 - 0,383\beta + 0,015]}{J_O [1 - 1,234(\beta - 1)^2] \omega^2},$$

где δ – дисбаланс ротора на опоре с овальной дорожкой качения; Δ – параметр овализации, $\Delta = (D_{\max} - D_{\min}) / 2$.

2. Радиальное перемещение вала ротора на опоре при горизонтальном расположении овальной дорожки качения

При расположении овала в горизонтальном положении (рис. 4) перемещение от центробежных сил в радиальном направлении при перемещении его вектора от т. А до т. Е будет таким, как и при вертикальном положении овала.

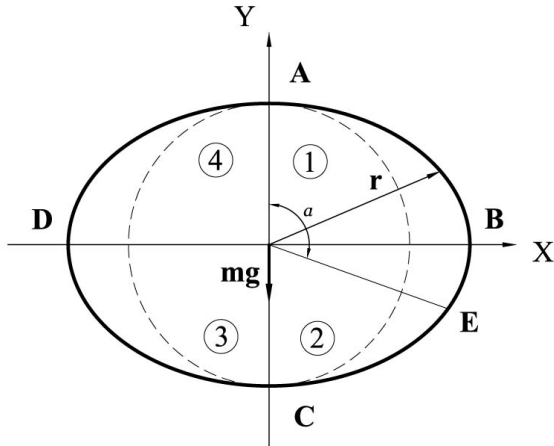


Рис. 4. Горизонтальная овальная дорожка качения кольца подшипника

Перемещение от собственного веса ротора при посадке его в т. Е определим из выражения

$$\Delta^n = \int_0^{T^* \beta / 4} \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\pm m_i g x_i \cos(\omega \cdot t)}{J_O} \cdot L \cdot t dt = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\pm m_i \cdot g \cdot x_i \cdot L \cdot \rho}{J_O \cdot \omega^2}, \quad (15)$$

где ρ – параметр, равный

$$\rho = (\pi\beta / 2) \sin(\pi\beta / 2) + \cos(\pi\beta / 2) - 1.$$

Здесь знак минус принимается в первом квадранте, а знак плюс – в третьем.

Определим изменение динамического дисбаланса при реализации радиального перемещения от собственного веса ротора.

Зависимость параметра ρ от β представлена на рис. 5.

Учитывая $\omega \cdot t = \beta \cdot \pi / 2$, представим распределение параметра ρ от времени в виде

$$\rho = -1,289 \cdot \zeta^3 t^3 + 2,016 \zeta^2 t^2 - 0,161 \zeta \cdot t. \quad (16)$$



Рис. 5. Зависимость параметра ρ от места посадки вала ротора на опоре β

Угловое ускорение ротора при его движении относительно опоры с круговой дорожкой качения от динамического дисбаланса составит

$$\bar{\varepsilon} = \pm \frac{g \cdot m \cdot L}{J_O} \times [-1,289 \cdot \zeta^3 t^3 + 2,016 \cdot \zeta^2 t^2 - 0,16 \cdot \zeta t]. \quad (18)$$

Перемещение вала ротора на опоре от центробежной силы, возникающей от динамического дисбаланса будет равно

$$\bar{\Delta} = \int_0^{T\beta/4} \bar{\varepsilon} \cdot L \cdot t \cdot dt = \frac{\pm g \cdot m \cdot L^2 \pi^2}{J_O 4 \omega^2} \times [-0,258 \beta^5 + 0,504 \cdot \beta^4 - 0,053 \beta^3]. \quad (19)$$

Перемещение ротора в т. Е определим как сумму перемещений от статического (5) и динамического дисбаланса (7) и (19), а также собственного веса (15)

$$\Delta = \{\delta L^2 (1,234 \beta^2 + 0,761 \beta^4) \pm mg L^2 [(-1,289 \beta^3 + 2,016 \cdot \beta^2 - 0,161 \cdot \beta) + (-0,637 \cdot \beta^5 + 1,244 \beta^4 - 0,131 \cdot \beta^3)] / \omega^2\} / J_O [1 - 1,234(\beta - 1)^2]. \quad (20)$$

3. Определения собственной частоты ротора при одной свободной опоре

При устранении прогиба вала при свободном перемещении его на опоре с овальной дорожкой качения, определенного только при условии перемещения конца вала ротора под действием центробежной силы от неуравновешенной массы ротора и

его веса при ограничении перемещения от распрямления вала, реализация процесса будет происходить по собственной частоте ротора на двух опорах.

Инерционные моменты дисков при угловых перемещениях и гироскопические моменты в расчет не принимаются, так как при плоских колебаниях вращающегося ротора они погашают друг друга [3, 4].

Рассмотрим уравнения динамического равновесия инерционных и упругих сил вала одного диска при невращающемся роторе:

$$\begin{aligned} m\ddot{y} + \alpha y - \delta v &= 0; \\ J_c \ddot{v} - \gamma y + \beta v &= 0, \end{aligned} \quad (21)$$

где α и γ – поперечная сила и момент от единичного прогиба вала; δ и β – поперечная сила и момент от единичного углового смещения; J_c – осевой момент инерции диска; y и v – поперечное перемещение, и угол поворота диска.

Подставляя решение уравнений (21) в виде $y = y_0 \cos \eta t$ и $v = v_0 \cos \eta t$, будем иметь:

$$\begin{aligned} -m\eta^2 y_0 + \alpha y_0 - \delta v_0 &= 0; \\ J_c \eta^2 v_0 - \gamma y_0 + \beta v_0 &= 0, \end{aligned} \quad (22)$$

где y_0 и v_0 – амплитуда поперечных и угловых перемещений плоских колебаний; η – круговая частота плоских колебаний.

При плоских колебаниях вращающегося диска в системе координат связанной с ним (совершающей круговое движение с частотой ω) в уравнение (21) необходимо добавить центробежные силы и гироскопический момент

$$\begin{aligned} m\ddot{y} + m\omega^2 y + \alpha y - \delta v &= 0; \\ J_c \ddot{v} - (J_c \lambda - J_p \omega) \cdot v \lambda - \gamma y + \beta v &= 0, \end{aligned} \quad (23)$$

где J_p – полярный момент инерции; λ – частота прецессии.

Во вращающейся системе координат ротора в плоскости, где происходят его колебания, будет происходить два вида движения диска.

Первое связано с колебаниями вала, а второе – с его круговым движением. Гироскопический момент диска в этом случае можно определить как при синхронной прецессии только при изменяющемся угле поворота диска в соответствии с фазой его колебаний.

Принимая частоту прецессии λ , равной угловой скорости вращения вала ω и полагая для тонких дисков $J_c = J_p / 2$, получим значение гироскопического момента

$$M = (J_c \lambda - J_p \omega) \cdot v \lambda = -J_c v \omega^2. \quad (24)$$

Подставляя решение уравнений (23) в виде $y = y_0 \cos \omega t$ и $v = v_0 \cos \omega t$ и после упрощений (24),

получим уравнение плоских колебаний вращающегося ротора

$$\begin{aligned} -2m\omega^2 y_0 + \alpha y_0 - \delta v_0 &= 0; \\ -\gamma y_0 + \beta v_0 &= 0, \end{aligned} \quad (25)$$

где y_0 и v_0 – амплитуда поперечных и угловых перемещений плоских колебаний вращающегося ротора.

Как видно из уравнений (25), динамический момент диска при плоских колебаниях и гироскопический момент при вращении диска погашают друг друга.

В этом случае собственная частота колебаний ротора на двух опорах при устранении реакции на одной из них можно определить в программном комплексе «ANSYS» при сохранении жесткостных характеристик дисков, при задании нулевой их плотности и при задании массовых характеристик точечными элементами Mass 21 [3, 4].

Выводы

Параметры овала определенные по данной методике устанавливают минимальное его значение, при котором произойдет полное устранение прогиба вала и потери устойчивости ротора.

Максимальное значение параметра овала Δ_{\max} , при котором также реализуется способ устранения резонанса определяется при большем значении параметра β чем при посадке в т. Е, но не более величины 1,4.

Литература

1. Назаренко, Ю.Б. Отстройка роторов газотурбинных двигателей на критических частотах вращения с помощью овализации колец роликовых подшипников [Текст] / Ю.Б. Назаренко, А.Ю. Потапов // Вестник двигателестроения. – 2012. – № 2. – С. 185-190.
2. Назаренко, Ю.Б. Об одном методе устранения резонанса при критической частоте вращения ротора газотурбинного двигателя при овализации дорожки качения неподвижного кольца роликового подшипника [Текст] / Ю.Б. Назаренко, А.Ю. Потапов // Научно-технический конгресс по двигателестроению: сборник тезисов. – М., 2012. – С. 265-267.
3. Назаренко, Ю.Б. Критические частоты роторов газотурбинных двигателей при ударных нагрузках на опорах [Текст] / Ю.Б. Назаренко, Л.Ф. Светашова // Вестник двигателестроения. – 2010. – № 2. – С. 146-149.
4. Назаренко, Ю.Б. Проблемы надежности межроторного подшипника при динамическом взаимодействии роторов двухвальных турбореактивных двигателей [Текст] / Ю.Б. Назаренко, Л.Ф. Светашова // Двигатель. – 2010. – № 3. – С. 32-34.

Поступила в редакцию 22.05.2013, рассмотрена на редколлегии 17.06.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф., директор В.А. Гейкин, Филиал «НИИД» ФГУП «НПЦ газотурбостроения «Салют», Москва, Россия.

УСУНЕННЯ РЕЗОНАНСУ НА КРИТИЧНІЙ ЧАСТОТІ ОБЕРТАННЯ РОТОРІВ ПРИ ЕЛІПТИЧНІЙ ТРАЄКТОРІЇ ОБЕРТАННЯ ВІСІ ВАЛУ НА ОПОРІ

Ю.Б. Назаренко

Розглядається запобігання втрати стійкості ротора газотурбінного двигуна на абсолютно жорсткій опорі на критичній частоті її обертання при еліптичній траєкторії обертання вісі вала на опорі. Це досягається шляхом створення овальної доріжки кочення нерухомого кільця роликового підшипника. На основі отриманих аналітичних залежностей, що визначають радіальні переміщення вісі вала для знаходження радіальних переміщень вісі вала на опорі з овальною доріжкою кочення під дією відцентрових сил, що обумовлені дисбалансом ротора, знаходяться параметри овалу доріжки кочення, що забезпечують усунення прогину вала і втрату стійкості ротора при згинальній формі резонансу.

Ключові слова: ротор, вал, опора, роликовий підшипник, овальна доріжка кочення кільця, дисбаланс ротора, критична частота, власна частота коливань ротора, регулярна синхронна прецесія.

AVOIDANCE OF RESONANCE WITH ROTOR'S CRITICAL REVOLUTION FREQUENCY IN CASE OF ELLIPTIC TRAJECTORY OF BEARING SHAFT AXIS REVOLUTION ON SUPPORT BEARING

Yu.B. Nazarenko

In this article the avoidance of the buckling failure of gas-turbine engine on the non-flexible support bearing with the rotor's critical revolution frequency in case of elliptic trajectory of the bearing shaft axis revolution on the support bearing is presented. To carry out this process the fixed rotor bearing race is ovalized. Analytical dependencies have been obtained for radial movements of the bearing shaft axis on the support bearing with oval bearing race under rotor imbalance centrifugal pull and rotor's dead load. These dependencies allowed to estimate the oval bearing race parameters, which eliminate the shaft whipping and avoid the rotor buckling failure in case of flexural mode of resonance.

Key words: rotor, bearing shaft, rotor support bearing, roller bearing, oval bearing race, rotor imbalance, critical revolution frequency of the rotor, self-resonant frequency of the rotor, synchronous precession.

Назаренко Юрій Борисович – канд. техн. наук, ведучий конструктор ФГУП «НПЦ Газотурбостроения «САЛЮТ», Москва, Россия.