УДК 629.735.083(045)

О.А. ТАМАРГАЗІН, І.І. ЛІННІК, К.В. БОГАЙСЬКА, Т.Ю. КРАМАРЕНКО

Національний авіаційний університет, Київ, Україна

КОРЕЛЯЦІЙНІ ФУНКЦІЇ КІЛЬКОСТІ ЗАЯВОК НА УСУНЕННЯ ПОШКОДЖЕНЬ СИЛОВИХ УСТАНОВОК У ПРОЦЕСІ ОПЕРАТИВНОГО ТЕХНІЧНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ

У статті розглянуто підхід до пошуку аналітичної залежності кореляційних та взаємно кореляційних функцій кількості заявок на усунення пошкоджень силових установок повітряних суден під час технічного обслуговування в транзитному аеропорту. Ця задача вирішується з урахуванням того, що таке обслуговування можна описати як розімкнуту мережу масового обслуговування з "нетерплячими" заявками. Моделювання усунення пошкоджень з використанням розімкнутих мереж масового обслуговування дає більш прості рішення в порівняння з іншими моделями теорії масового обслуговування, які зараз використовуються при вивчені процесів відновлення авіаційної техніки.

Ключові слова: *силова установка, технічне обслуговування, пошкодження, моделювання.*

Постановка задачі

Сучасні економічні умови функціонування повітряного транспорту вимагають приділяти особливу увагу процесу оптимізації усунення пошкоджень повітряних суден під година оперативного технічного обслуговування. У першу чергу це відноситься до силових установок повітряних суден, так як для них майже відсутній список допустимих відмов з яким смороду можуть бути допущені до вильоту з транзитного аеропорту.

У загальному вигляді технічне обслуговування силових установок повітряних суден (процес виявлення і усунення пошкоджень) у транзитному аеропорту можна розглядати як розімкнуту мережу масового обслуговування [1]. Для побудови моделей таких мереж особливий інтерес полягає в аналітичному отриманні кореляційних та взаємно кореляційних функцій кількості заявок на усунення пошкоджень у разі якщо на їх усунення відводиться обмежений година. Такі заявки прийнято називати "нетерплячими". При вирішенні цієї задачі можна використовувати знайдені в [2] рівняння для математичного сподівання числа заявок $n_i(t)$ в i-му вузлу в момент години t.

Рішення задачі

Розглянемо можливість знаходження змішаних моментів у різних точках часу $M\nu_i(t)\nu_k(t')$, де $\nu_i(t)$, $\nu_k(t)$ – кількість заявок в i-му та k-му вузлі відповідно в моменти часу t і t′. Тобто ми маємо два моменти часу t й t′ і в кожному з яких можуть бути свої збільшення Δt й $\Delta t'$, не рівні між собою, тому в рівнянні для змішаних моментів у різних точках часу повинна входити похідна другого порядку. Скориставшись результатами теорії рішення диференціальні рівняння ми можемо двічі продиференціювати функцію від двох змінних $\varphi(t,t')$. Відповідно до [3] її змішана друга похідна визначається за формулою:

$$\frac{\partial^2}{\partial t \partial t'}\varphi(t,t') = \lim_{\Delta t \to 0, \Delta t' \to 0} \frac{1}{\Delta t'} \times$$
$$\times \left(\frac{1}{\Delta t}\left(\varphi(t+\Delta t, t'+\Delta t') + \varphi(t, t'+\Delta t')\right) - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{\Delta t}\left(\varphi(t+\Delta t, t')\right) \right).$$

У нашому випадку замість функції $\varphi(t,t')$ буде використовуватись вираз для $M\nu_i(t)\nu_k(t')$, тому маємо:

$$\frac{\partial^2}{\partial t \partial t'} M\nu_i(t)\nu_k(t') = \lim_{\Delta t \to 0, \Delta t' \to 0} \frac{1}{\Delta t'} \times$$
$$\times \frac{1}{\Delta t} M\left((\nu_i(t+\Delta t) - \nu_i(t)\right) \times$$
$$\times \left(\nu_k(t'+\Delta t') - \nu_k(t')\right).$$

Використовуючи методику запропоновану в роботі [2] отримаємо:

$$\nu_i(t+\Delta t) = \nu_i(t) - \sum_{l=1}^{\nu_i(t)} I\left(\xi_l^{(i)}(t) < \Delta t, \xi_l^{(i)} < \gamma_l^{(i)}\right) -$$
$$- \sum_{l=1}^{\nu_i(t)} I\left(\gamma_l^{(i)}(t) < \Delta t, \xi_l^{(i)} > \gamma_l^{(i)}\right) +$$
$$+ \sum_{j=1, j\neq i}^{m} \left(\sum_{l=1}^{\nu_j(t)} I\left(\xi_l^{(j)}(t) < \Delta t, \xi_l^{(j)} < \gamma_l^{(j)}\right) I\left(\chi_{ji}^{(i)} = 1\right) + \right.$$
$$\left. + \sum_{l=1}^{\nu_j(t)} I\left(\gamma_l^{(j)}(t) < \Delta t), I(\xi_l^{(j)} > \gamma_l^{(j)}\right) I\left(\overline{\chi}_{ji}^{(l)} = 1\right) \right) +$$
$$+ I\left(\zeta(t) < \Delta t\right) I\left(\chi_{0i} = 1\right) + o(\Delta t),$$

$$\nu_k(t'+\Delta t') = \nu_k(t') -$$
$$-\sum_{l=1}^{\nu_k(t')} I(\xi_l^{(k)}(t') < \Delta t, \xi_l^{(k)} < \gamma_l^{(k)}) -$$
$$-\sum_{l=1}^{\nu_k(t')} I(\gamma_l^{(k)}(t') < \Delta t, \xi_l^{(k)} > \gamma_l^{(k)}) +$$
$$+\sum_{j=1, j\neq k}^{m} (\sum_{l=1}^{\nu_j(t)} I(\xi_l^{(j)}(t') < \Delta t', \xi_l^{(j)} < \gamma_l^{(j)}) I(\chi_{jk}^{(l)} = 1) +$$
$$+\sum_{l=1}^{\nu_j(t)} I(\gamma_l^{(j)}(t') < \Delta t') I(\xi_l^{(j)} > \gamma_l^{(j)}) I(\overline{\chi}_{jk}^{(l)} = 1)) +$$
$$+I(\zeta(t') < \Delta t')\, I(\chi_{0k} = 1) + o(\Delta t').$$

З цієї формули одержуємо:

$$(\nu_i(t+\Delta t)\text{-}\nu_i(t))(\nu_k(t'+\Delta t')\text{-}\nu_k(t')) =$$
$$= (-\sum_{l=1}^{\nu_i(t)} I(\xi_l^{(k)}(t) < \Delta t, \xi_l^{(i)} < \gamma_l^{(i)}) -$$
$$-\sum_{l=1}^{\nu_i(t)} I(\gamma_l^{(i)}(t) < \Delta t) I(\xi_l^{(i)} > \gamma_l^{(i)}) +$$
$$+\sum_{j=1, j\neq i}^{m} (\sum_{l=1}^{\nu_j(t)} I(\xi_l^{(j)}(t) < \Delta t, \xi_l^{(j)} < \gamma_l^{(j)}) I(\chi_{ji}^{(l)} = 1) +$$
$$+\sum_{l=1}^{\nu_j(t)} I(\gamma_l^{(i)}(t) < \Delta t) I(\xi_l^{(j)} > \gamma_l^{(j)}) I(\overline{\chi}_{ji}^{(l)} = 1)) +$$
$$+I(\zeta(t) < \Delta t)\, I(\chi_{0i} = 1) + o(\Delta t)) \times$$
$$\times(-\sum_{l=1}^{\nu_k(t)} I(\xi_l^{(k)}(t') < \Delta t', \xi_l^{(k)} < \gamma_l^{(k)}) -$$
$$-\sum_{l=1}^{\nu_k(t')} I(\gamma_l^{(k)}(t') < \Delta t', \xi_l^{(k)} > \gamma_l^{(k)}) +$$
$$+\sum_{j=1, j\neq k}^{m} (\sum_{l=1}^{\nu_j(t)} I(\xi_l^{(j)}(t') < \Delta t', \xi_l^{(j)} < \gamma_l^{(j)}) I(\chi_{ji}^{(l)} = 1) +$$
$$+\sum_{l=1}^{\nu_j(t)} I(\gamma_l^{(j)}(t') < \Delta t')\, I(\xi_l^{(j)} > \gamma_l^{(j)}) \times$$
$$\times I(\overline{\chi}_{ji}^{(l)} = 1)) + I(\zeta(t') < \Delta t')\, I(\chi_{0k} = 1) + o(\Delta t')).$$

Розкриваючи дужки в останній формулі і застосовуючи оператор узяття математичного сподівання та ділячи на Δt, $\Delta t'$ і спрямовуючи їх до нуля, одержуємо:

$$\frac{\partial^2}{\partial t \partial t'} M\nu_i(t)\nu_k(t') = (\mu_i + \alpha_i)(\mu_k + \alpha_k) M\nu_i(t)\nu_k(t') -$$
$$-\lambda((\mu_i + \alpha_i) P_{0k} n_i(t) + (\mu_k + \alpha_k) P_{0i} \times$$
$$\times n_k(t') - P_{0k} \sum_{j=1, j\neq i}^{m} (\mu_j P_{ji} + \alpha_j \overline{P}_{ji}) n_j(t) -$$
$$-P_{0i} \sum_{d=1, d\neq k}^{m} (\mu_d P_{dk} + \alpha_d \overline{P}_{dk}) n_d(t') - \lambda P_{0i} P_{0k}) -$$
$$-\sum_{d=1, d\neq k}^{m} (\mu_i + \alpha_i)(\mu_d P_{dk} + \alpha_d \overline{P}_{dk}) M\nu_i(t)\nu_d(t') -$$
$$-\sum_{j=1, j\neq i}^{m} (\mu_j P_{ji} + \alpha_j \overline{P}_{ji})(\mu_k + \alpha_k) M\nu_j(t)\nu_k(t') +$$
$$+\sum_{j=1, j\neq i}^{m} \sum_{d=1, d\neq k}^{m} (\mu_j P_{ji} + \alpha_j \overline{P}_{ji}) \times$$
$$\times(\mu_d P_{dk} + \alpha_d \overline{P}_{dk}) M\nu_j(t)\nu_d(t'),$$
$$1 \le i \ne k \le m.$$

Якщо $i = k$, тоді отримуємо:

$$\frac{\partial^2}{\partial t \partial t'} M\nu_i(t)\nu_i(t') = (\mu_i + \alpha_i)^2 M\nu_i(t)\nu_i(t') -$$
$$-\sum_{j=1, j\neq i}^{m} (\mu_i + \alpha_i)(\mu_j P_{ji} + \alpha_j \overline{P}_{ji})(M\nu_j(t)\nu_i(t') +$$
$$+M\nu_i(t)\nu_j(t') +$$
$$+\sum_{j=1, j\neq i}^{m} \sum_{d=1, d\neq k}^{m} (\mu_j P_{ji} + \alpha_j \overline{P}_{ji}) \times$$
$$\times(\mu_d P_{di} + \alpha_d \overline{P}_{di}) M\nu_j(t)\nu_d(t') - \lambda((\mu_i + \alpha_i) P_{0i} n_i(t) +$$
$$+n_i(t')) - P_{0i} \sum_{j=1, j\neq i}^{m} (\mu_j P_{ji} + \alpha_j \overline{P}_{ji})(n_j(t) + n_j(t')) - \lambda P_{0i}^2),$$
$$i = \overline{1, m},$$

де μ_j – інтенсивності обслуговування в j-му вузлі,

α_i – параметр експоненціального розподілу часу перебування в і-му вузлі;

P_{0i} – ймовірність завершення обслуговування замовлення в і-му вузлі;

P_{ij} – ймовірність переходу замовлення на обслуговування з і-го вузла у j-й;

λ – параметр пуасонівського потоку "нетерплячих" замовлень.

Таким чином, можна стверджувати, що для змішаних початкових моментів другого порядку кількості вимог у вузлах розімкнутої мережі масового обслуговування в різних точках часу справедлива отримана вище система лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з початковими умовами:

$$\frac{d}{dt} M\nu_i(0)\nu_k(t), 1 \le i \ne k \le m,$$
$$\frac{d}{dt} M\nu_i(0)\nu_k(t), i = \overline{1, m}.$$

Знаходячи з отриманої системи диференціальних рівнянь $M\nu_i(t)\nu_k(t')$ і віднімаючи з нього $n_i(t)n_i(t')$, одержуємо кореляційну функцію процесу $\nu_i(t)$.

Для цього спочатку визначимо для неї початкові умови:

$$\frac{d}{dt}M\nu_i(0)\nu_k(t),\ 1\le i\ne k\le m-1,$$

$$\frac{d}{dt}M\nu_i(0)\nu_i(t),\ i=\overline{1,m-1}.$$

Для знаходження цих початкових умов треба, у свою чергу, сформувати відповідну систему лінійних диференціальних рівнянь для:

$$M\nu_i(0)\nu_k(t),\ 1\le i\ne k\le m-1,$$

$$M\nu_i(0)\nu_i(t),\ i=\overline{1,m-1}.$$

Для її знаходженню скористаємося результатом отриманим в [1]:

$$\nu_k(0)\nu_i(t+\Delta t)=\nu_k(0)\nu_i(t)-$$
$$-\nu_k(0)\sum_{l=1}^{\nu_i(t)} I\left(\xi_l^{(i)}(t)<\Delta t,\ \xi_l^{(i)}<\gamma_l^{(i)}\right)-$$
$$-\nu_k(0)\sum_{l=1}^{\nu_i(t)} I\left(\gamma_l^{(i)}(t)<\Delta t,\xi_l^{(i)}>\gamma_l^{(i)}\right)+\nu_k(0)\times$$
$$\times\sum_{j=1,j\ne i}^{m}\left(\sum_{l=1}^{\nu_j(t)} I\left(\xi_l^{(j)}(t)<\Delta t,\ \xi_l^{(j)}<\gamma_l^{(j)}\right)\times I\left(\chi_{ji}^{(l)}=1\right)+\right.$$
$$\left.+\sum_{l=1}^{\nu_j(t)} I\left(\gamma_l^{(j)}(t)<\Delta t\right)\times\left(\xi_l^{(j)}>\gamma_l^{(j)}\right)I\left(\overline{\chi}_{ji}^{(l)}=1\right)\right)+$$
$$+\nu_k(0)I(\zeta(t)<\Delta t)I(\chi_{0i}=1)+o(\Delta t),$$

Застосовуючи до цієї формули оператор узяття математичного сподівання, отримаємо:

$$M\nu_k(0)\nu_i(t+\Delta t)=M\nu_k(0)\nu_i(t)-$$
$$-M\nu_k(0)\nu_i(t)(\mu_i+\alpha_i)\Delta t+$$
$$+\sum_{j=1,j\ne i}^{m} M\nu_k(0)\nu_j(t)(\mu_j P_{ji}+\alpha_j\overline{P}_{ji})\Delta t+$$
$$+\lambda P_{0i}M\nu_k(0)\Delta t+o(\Delta t),\ i=1,\ldots,m.$$

Переносячи $M\nu_k(0)\nu_i(t)$ в ліву частину, ділячи отримане рівняння на Δt і спрямовуючи $\Delta t\to 0$, приходимо до системи лінійних диференціальних рівнянь, яку шукали:

$$\frac{d}{dt}M\nu_k(0)\nu_i(t)=-M\nu_k(0)\nu_i(t)(\mu_i+\alpha_i)+$$
$$+\sum_{j=1,j\ne i}^{m} M\nu_k(0)\nu_j(t)(\mu_j P_{ji}+\alpha_j\overline{P}_{ji})+$$
$$+\lambda P_{0i}n_k(0),\ \ i,k=\overline{1,m}.$$

Слід зазначити, що коефіцієнти цієї системи рівнянь, крім вільного члена, не залежать від k.

Отримані результати дозволяють перейти до знаходження аналітичного рішення системи диференціальних рівнянь для

$$M\nu_k(0)\nu_i(t),\ \ i,k=\overline{1,m}.$$

Для спрощення запису форму застосуємо наступне позначення:

$$\tilde{n}_{ki}(0,s)=\int_0^\infty M\nu_k(0)\nu_i(t)e^{-st}dt,\ \ i,k=\overline{1,m}.$$

Застосовуючи до системи диференціальних рівнянь (4) перетворення Лапласа, маємо:

$$(s+\mu_i+\alpha_i)\tilde{n}_{ki}(0,s)=\sum_{j=1,j\ne 1}^{m}\tilde{n}_{ki}(0,s)\left(\mu_j P_{ji}+\alpha_j\overline{P}_{ji}\right)+$$
$$+s^{-1}\lambda P_{0i}n_k(0)+M\nu_i(0)\nu_k(0),$$
$$i,k=\overline{1,m}.$$

Позначимо через $\Delta(s)$ і $\Delta_i(s)$ такі визначники

$$\Delta(s)=\begin{vmatrix} r_{11} & r_{21} & \cdots & r_{m1} & \\ r_{12} & r_{22} & \cdots & r_{m2} & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{1m} & r_{2m} & \cdots & r_{mm} & \\ & & \cdots & & \end{vmatrix},$$

$$\Delta_i(s)=\begin{vmatrix} r_{11} & r_{21} & \cdots & r_{(m-1)1} & r_{m1} & \\ r_{12} & r_{22} & \cdots & r_{(m-1)2} & r_{m2} & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{1m} & r_{2m} & \cdots & r_{(m-1)m} & r_{mm} & \\ & & \cdots & & & \end{vmatrix}$$

де

$$r_{11}=s+\mu_1+\alpha_1;$$
$$r_{21}=-\mu_2 P_{2,1}-\alpha_2\overline{P}_{2,1};$$
$$r_{m1}=-\mu_m P_{m,1}-\alpha_m\overline{P}_{m,1};$$
$$r_{12}=-\mu_1 P_{1,2}-\alpha_1\overline{P}_{1,2};$$
$$r_{1m}=-\mu_1 P_{1,m}-\alpha_1\overline{P}_{1,m};$$
$$r_{2m}=-\mu_2 P_{2,m}-\alpha_2\overline{P}_{2,m};$$
$$r_{mm}=s+\mu_m+\alpha_m;$$
$$r_{(m-1)1}=M\nu_1(0)\nu_k(0)+s^{-1}\lambda P_{0,1}n_k(0);$$
$$r_{(m-1)2}=M\nu_2(0)\nu_k(0)+s^{-1}\lambda P_{0,2}n_k(0);$$
$$r_{(m-1)1m}=M\nu_m(0)\nu_k(0)+s^{-1}\lambda P_{0,m}n_k(0),$$

причому у визначнику $\Delta_i(s)$ стовпчик

$$\begin{pmatrix} M\nu_1(0)\nu_k(0)+s^{-1}\lambda P_{0,1}n_k(0) \\ M\nu_2(0)\nu_k(0)+s^{-1}\lambda P_{0,2}n_k(0) \\ \cdots \\ \cdots \\ M\nu_m(0)\nu_k(0)+s^{-1}\lambda P_{0,m}n_k(0) \end{pmatrix}$$

стоїть на і-му місці, $i=\overline{1,m\text{-}1}$. Помножимо і-й стовпчик визначника $\Delta_{ki}(s)$ на s, цей новий визначник позначимо через $\overline{\Delta}_{ki}(s)$. Також позначимо через $\overline{\Delta}(s)$ вираз $s\Delta(s)$. Тоді рішення має такий вигляд:

$$\tilde{n}_{ki}(0,s)=\frac{\overline{\Delta}_{ki}(0,s)}{\overline{\Delta}(s)},\ i=\overline{1,m}.,$$

Позначимо через α_ι, $\iota=\overline{0,m-1}$, корні визначника $\overline{\Delta}(s)$, тобто маємо рівність:

$$\Delta(s)=\prod_{l=0}^{m}(s-\alpha_\iota),\ \ s=0.$$

Знайдемо зворотне перетворення для $\tilde{n}_{ki}(0,s)$:

$$M\nu_k(0)\nu_i(t)=\sum_{l=0}^{m}\frac{\overline{\Delta}_i(\alpha_l)e^{\alpha_l t}}{\overline{\Delta}'(\alpha_l)};$$

$$\frac{d}{dt}M\nu_k(0)\nu_i(t)=\sum_{l=0}^{m}\frac{\overline{\Delta}_{ki}(\alpha_l)\alpha_i e^{\alpha_l t}}{\overline{\Delta}'(\alpha_l)};$$

$$i,k=\overline{1,m}.$$

Таким чином, знайдені початкові умови які дозволяють вирішити знайдену систему лінійних диференціальних рівнянь.

Якщо ввести позначення:

$$\tilde{n}_{ki}(s,u)=\int_o^\infty\int_o^\infty M\nu_i(t)\nu_k(t')e^{-st-ut'}dtdt',$$

$$1\le i,k\le m,$$

$$\tilde{n}_i(s)=\int_o^\infty M\nu_i(t)e^{-st}dt,$$

$$1\le i\le m,$$

то будемо мати таку систему рівнянь:

$$\int_o^\infty\frac{\partial}{\partial t}M\nu_i(0)\nu_k(t')e^{-ut'}dt'=u\tilde{n}_{ik}(0,u)-M\nu_i(0)\nu_k(0),$$

$$\int_o^\infty\frac{\partial}{\partial t}M\nu_i(t)\nu_k(0)e^{-st}dt=s\tilde{n}_{ik}(s,0)-M\nu_i(0)\nu_k(0).$$

У перетвореннях Лапласа знайдена система лінійних диференціальних рівнянь другого порядку прийме вид такої системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$(su-(\mu_i+\alpha_i)(\mu_k+\alpha_k))\tilde{n}_{ki}(s,u)=$$

$$=-\sum_{d=1,d\ne k}^{m}(\mu_i+\alpha_i)(\mu_d P_{dk}+\alpha_d\overline{P}_{dk})\tilde{n}_{id}(s,u)-$$

$$-\sum_{j=1,j\ne i}^{m}(\mu_k+\alpha_k)(\mu_j P_{ji}+\alpha_j\overline{P}_{ji})\tilde{n}_{jk}(s,u)+$$

$$+\sum_{j=1,j\ne i}^{m}\sum_{d=1,d\ne k}^{m}(\mu_j P_{ji}+\alpha_j\overline{P}_{ji})(\mu_d P_{dk}+\alpha_d\overline{P}_{dk})\times$$

$$\times\tilde{n}_{jd}(s,u)-\lambda(u^{-1}(\mu_i+\alpha_i)P_{0k}\tilde{n}_i(s)+$$

$$+s^{-1}(\mu_k+\alpha_k)P_{0i}\tilde{n}_k(u)-$$

$$-u^{-1}P_{0k}\sum_{j=1,j\ne i}^{m}(\mu_j P_{ji}+\alpha_j\overline{P}_{ji})\tilde{n}_j(s)-s^{-1}P_{0i}\times$$

$$\times\sum_{d=1,d\ne k}^{m}(\mu_d P_{dk}+\alpha_d\overline{P}_{dk})\tilde{n}_d(u)-\lambda u^{-1}s^{-1}P_{0i}P_{0k})+$$

$$+s\tilde{n}_{ik}(s,0)+u\tilde{n}_{ik}(0,s)-M\nu_i(0)\nu_k(0),$$

$$1\le i\ne k\le m,$$

$$\left(su-(\mu_i+\alpha_i)^2\right)\tilde{n}_{ii}(s,u)=$$

$$=-\sum_{d=1,d\ne k}^{m}(\mu_i+\alpha_i)(\mu_d P_{di}+\alpha_d\overline{P}_{di})\left(\tilde{n}_{id}(s,u)+\tilde{n}_{di}(s,u)\right)+$$

$$+\sum_{j=1,j\ne i}^{m}\sum_{d=1,d\ne i}^{m}(\mu_j P_{ji}+\alpha_j\overline{P}_{ji})(\mu_d P_{di}+\alpha_d\overline{P}_{di})\tilde{n}_{jd}(s,u)-$$

$$-\lambda((\mu_i+\alpha_i)P_{0i}(u^{-1}\tilde{n}_i(s)+s^{-1}\tilde{n}_i(u)-$$

$$-P_{0i}\sum_{j=1,j\ne i}^{m}(\mu_j P_{ji}+\alpha_j\overline{P}_{ji})(u^{-1}\tilde{n}_j(s)+s^{-1}\tilde{n}_j(u))-$$

$$-\lambda u^{-1}s^{-1}P_{0i}^2)+s\tilde{n}_{ii}(s,0)+u\tilde{n}_{ii}(0,u)-M\nu_i(0)^2,$$

$$i=\overline{1,m}.$$

Якщо прийняти що $m=1$, то з цих формул отримуємо:

$$\left(su-(\mu_1+\alpha_1)^2\right)\tilde{n}_{11}(s,u)=-\lambda(\mu_1+\alpha_1)\times$$

$$\times\left(u^{-1}\tilde{n}_1(s)+s^{-1}\tilde{n}_1(u)-\lambda u^{-1}s^{-1}\right)+s\tilde{n}_{11}(s,0)+$$

$$+u\tilde{n}_{11}(0,u)-M\nu_1(0)^2.$$

При цьому вважаємо що $P_{01}=1$.

Використовуючи результати, отримані в [2], маємо:

$$\tilde{n}_1(s)=\frac{\lambda+sn_1^{(0)}}{s(s+\mu_1+\alpha_1)};$$

$$\tilde{n}_1(u)=\frac{\lambda+un_1^{(0)}}{u(u+\mu_1+\alpha_1)};$$

$$\tilde{n}_{11}(s,0)=\frac{s^{-1}\lambda n_1^{(0)}+M\nu_1(0)^2}{s+\mu_1+\alpha_1};$$

$$\tilde{n}_{11}(0,u)=\frac{u^{-1}\lambda n_1^{(0)}+M\nu_1(0)^2}{u+\mu_1+\alpha_1}.$$

Використовуючи ці формули, остаточно отримаємо:

$$\tilde{n}_{11}(s,u)=\left[-\lambda(\mu_1+\alpha_1)\left(u^{-1}\ \frac{\lambda+sn_1^{(0)}}{s(s+\mu_1+\alpha_1)}+\right.\right.$$

$$\left.+s^{-1}\frac{\lambda+un_1^{(0)}}{u(u+\mu_1+\alpha_1)}-\lambda u^{-1}s^{-1}\right)+$$

$$+\frac{\lambda n_1^{(0)}+sM\nu_1(0)^2}{s+\mu_1+\alpha_1}+\frac{\lambda n_1^{(0)}+uM\nu_1(0)^2}{u+\mu_1+\alpha_1}+$$

$$\left.-M\nu_1(0)^2\ \right]\frac{1}{su-(\mu_1+\alpha_1)^2}.$$

Таким чином, можна визначити подвійне перетворення Лапласа змішаних початкових моментів другого порядку кількості вимог у вузлах розімкнутої мережі масового обслуговування в різних точках часу, і відповідні взаємно кореляційні функції й кореляційні функції після відповідних перетворень.

Висновки

Отримані результати являють собою елемент побудови математичної моделі обслуговування силових установок повітряних суден в транзитному аеропорту. Такі моделі дозволяють більш достовірно оцінити існування стаціонарних режимів усунення пошкоджень на авіаційній техніці у випадку наявності обмежень у часі, у запасних частинах, у кількості інженерно-технічного складу тощо. Запропонований підхід може бути використаний також для знаходження математичних сподівань кількості заявок у вузлах як у стаціонарних так і нестаціонарних випадках.

Література

1. Кёниг, Д. Стационарные системы массового обслуживания с зависимостями [Текст] / Д. Кёниг, В. В. Рыкив, Ф. Шмидт // Результаты науки и техн. Серия. Теор. вероятн. Мат. стат. Теор. кибернет. – Т. 18. – М., ВИНИТИ,1981. – С. 95-186.

2. Ивницкий, В.А. Теория сетей массового обслуживания [Текст]: моногр. / В.А. Ивницкий. – М.: Физматлит, 2004. – 772 с.

3. Boyce, William E. Elementary differential equations and boundary value problems [Text]/ William E. Boyce, Richard C. DiPrima. – 7th ed. – John Wiley & Sons, Inc., 2000. – 759 p.

Поступила в редакцию 30.05.2013, рассмотрена на редколлегии 17.06.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. каф. С.А. Дмитриев, Национальный авиационный университет, Киев.

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ КОЛИЧЕСТВА ЗАЯВОК НА УСТРАНЕНИЕ ПОВРЕЖДЕНИЙ СИЛОВЫХ УСТАНОВОК В ПРОЦЕССЕ ОПЕРАТИВНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

А.А. Тамаргазин, И.И. Линник, Е.В. Богайская, Т.Ю. Крамаренко

В статье рассмотрен подход к поиску аналитической зависимости корреляционных и взаимно корреляционных функций количества заявок на устранение повреждений силовых установок воздушных судов при техническом обслуживании в транзитном аэропорту. Эта задача решается с учетом того, что такое обслуживания можно описать как разомкнутую сеть массового обслуживания с "нетерпеливыми" заявкам. Моделирования устранения повреждений с использованием разомкнутых сетей массового обслуживания дает более простые решения в сравнение с другими моделями теории массового обслуживания, которые сегодня используются для изучения процессов восстановления авиационной техники.

Ключевые слова: силовая установка, техническое обслуживание, повреждения, моделирование.

CORRELATION FUNCTIONS OF THE NUMBER OF APPLICATIONS FOR ELIMINATION OF DAMAGES OF POWER PLANTS IN THE OPERATIONAL MAINTENANCE

A.A. Tamargazin, I.I. Linnik, E.V. Bogayskaya, T.Yu. Kramarenko

The article describes the approach to finding the analytic dependence of correlation and mutual correlation functions, the number of applications for the removal of damaged power plants in aircraft maintenance at the transit airport. This problem is solved taking into account the fact that such a service can be described as an open queuing network with "impatient" applications. Modeling damage repair using open-loop queuing network provides simpler solutions in comparison with other models of queuing theory are now being used to study the processes of recovery of aircraft.

Key words: power plant, maintenance, damage modeling.

Тамаргазин Александр Анатольевич – д-р техн. наук, проф., зав. каф. технологии аэропортов Национального авиационного университета, Киев, Украина, e-mail: avia_icao@mail.ru.

Линник Иван Иванович – канд. техн. наук, доц., зам. начальника Криворожского колледжа Национального авиационного университета, Киев, Украина, e-mail: avia_icao@mail.ru.

Богайская Екатерина Владимировна – аспирант каф. технологии аэропортов Национального авиационного университета, Киев, Украина, e-mail: avia_icao@mail.ru.

Крамаренко Татьяна Юрьевна – аспирант каф. технологии аэропортов Национального авиационного университета, Киев, Украина, e-mail: avia_icao@mail.ru.