

УДК 533.666.2: 629.7

П.И. ИВАНОВ<sup>1</sup>, А.Ю. КУЯНОВ<sup>2</sup><sup>1</sup> Херсонский национальный технический университет, Украина<sup>2</sup> Государственный научно-испытательный центр Вооруженных Сил Украины

## ПОЛУЭМПИРИЧЕСКАЯ ИНЖЕНЕРНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССА РАСКРЫТИЯ ДВУХОБОЛОЧКОВОГО ПЛАНИРУЮЩЕГО ПАРАШЮТА

*В работе рассмотрена полуэмпирическая инженерная математическая модель процесса раскрытия двухоболочкового планирующего парашюта, позволяющая проводить количественный сравнительный экспресс-анализ динамики наполнения различных планирующих парашютных систем. Исследованы некоторые возможные эффекты, присущие данной модели. Математическая модель вполне удовлетворительно аппроксимирует реальный процесс наполнения планирующей парашютной системы, что говорит о возможности использования модели в практике обработки результатов летных испытаний двухоболочковых парашютных систем. Сравнение модели с результатами экспериментов показало, что, кроме двухоболочковых, она вполне удовлетворительно описывает также и динамику процесса наполнения однооболочковых куполов планирующих парашютов.*

**Ключевые слова:** полуэмпирическая инженерная математическая модель, процесс наполнения, планирующая парашютная система, слайдер.

### Введение

Исследование процесса раскрытия парашюта – это весьма сложная задача аэроупругости.

Теоретически она может быть изучена достаточно точно только совместным решением системы уравнений аэродинамики, упругости, баллистики и динамики относительного движения двух тел – груз и парашют. Однако сегодня требуются достаточно простые, возможно даже в какой-то степени и грубые инженерные модели, которые можно было бы эффективно использовать на практике.

### Постановка задачи

Цель настоящей работы – предложить достаточно простую инженерную модель процесса наполнения двухоболочкового планирующего парашюта для сравнительного экспресс-анализа друг с другом различных планирующих парашютных систем, что связано с важной теоретической и практической задачей исследования динамики процесса раскрытия. Последние исследования и публикации, на которые опираются авторы данной статьи, представлены в работах [1-2].

### Основная часть

#### 1. Инженерная модель

Раскрытие и наполнение двухоболочкового купола планирующего парашюта начинается с момен-

та выхода кромки купола из упаковки и попадания ее в поток.

Рассмотрим детально процесс наполнения двухоболочкового купола парашюта [1-2].

Представим внешний невозмущенный поток, набегающий на купол парашюта, как сумму большого количества параллельных друг другу элементарных струй. Выделим одну из элементарных струй внешнего потока.

Анализ кинограмм показывает, что процесс наполнения начинается с «разглаживания» (выравнивания ткани) элементарного участка нижней оболочки купола за счет удара и растекания элементарной струи внешнего потока в окрестности точки торможения струи (в одной или нескольких точках сразу).

Одновременно с этим, благодаря конструктивным особенностям контура кромки воздухозаборника, открытого навстречу набегающему потоку, начинается наполнение одной или сразу нескольких секций.

Наполнившийся воздухозаборник растягивает нижнее и верхнее полотнище, нервюры, формируя полностью выполненный канал ячейки (секции) данного воздухозаборника.

Таким образом, процессу наполнения купола способствует ряд следующих факторов:

1. Удар струи набегающего потока о нижнюю поверхность купола и растекание ее под куполом, разглаживая нижнюю оболочку, что раскрывает купол.

2. Слияние расплавленных (выполненных) зон на поверхности нижней оболочки, образованных разными струями, что способствует интенсификации процесса наполнения.

3. Наполнение ячеек (секций) крыла через воздухозаборники и нижнюю проницаемую оболочку, что раскрывает купол.

Отметим здесь, что наполнению соседних ячеек способствует также интенсивное перетекание потока через отверстия конструктивной проницаемости в нервюрах.

Массу воздуха, набегающего на двухоболочковый купол в процессе его раскрытия, условно можно разделить на две части.

Одна часть, ударяясь о нижнюю оболочку купола и растекаясь по ней, расплавляет нижнюю оболочку.

Другая часть, попадая в воздухозаборники, наполняет само крыло – пространство между оболочками, растекаясь вдоль его размаха через отверстия конструктивной воздухопроницаемости в нервюрах, одновременно расплавляя верхнюю и нижнюю оболочки. Кроме того, здесь нужно учесть часть воздуха, проникающего через нижнюю оболочку купола и наполняющего его.

Таким образом, общую массу воздуха  $m(t)$ , участвующую в работе раскрытия купола парашюта, условно можно представить в виде суммы:

$$m(t) = m_1(t) + m_2(t),$$

где  $m_1(t)$  – масса набегающая на нижнюю оболочку;  $m_2(t)$  – масса, попадающая внутрь крыла через воздухозаборники и ткань нижней оболочки;  $t$  – время.

Если у парашюта есть слайдерное устройство рифления типа полотнище, препятствующее процессу быстрого, динамичного раскрытия, то в приведенное выше уравнение можно ввести дополнительный член –  $m_3(t)$ , учитывающий эффект сдвигания кромки и затенения купола слайдером. Тогда уравнение баланса масс условно можно представить в виде:

$$m(t) = m_1(t) + m_2(t) - m_3(t). \quad (1)$$

Продифференцируем равенство (1) по времени:

$$\frac{dm(t)}{dt} = \frac{dm_1(t)}{dt} + \frac{dm_2(t)}{dt} - \frac{dm_3(t)}{dt}. \quad (2)$$

Примем, в качестве гипотезы, следующее утверждение, не противоречащее физике процесса и эксперименту: скорость раскрытия и наполнения купола пропорциональна скорости изменения массы воздуха под куполом, сила инерции которой в процессе торможения совершает работу по раскрытию купола.

1. Рассмотрим воздействие массы  $m_1$  на купол.

Анализ кинограмм процесса раскрытия куполов парашютов позволяет выдвинуть гипотезу о том, что скорость изменения массы набегающего потока, атакующей нижнюю оболочку купола, раскрывающей его и увлекаемой за собой куполом в процессе его наполнения, пропорциональна величине этой массы, т.е.:

$$\frac{dm_1(t)}{dt} = k_1 m_1(t), \quad (3)$$

где  $k_1$  – коэффициент пропорциональности.

Разделяя переменные в уравнении (3) и интегрируя, получим:

$$\frac{dm_1(t)}{m_1(t)} = k_1 dt, \quad \int \frac{dm_1(t)}{m_1(t)} = k_1 \int dt + \ln|C_1|,$$

$$\ln|m_1(t)| - \ln|C_1| = k_1 t, \quad \ln\left|\frac{m_1(t)}{C_1}\right| = k_1 t.$$

Потенцируя, получим:

$$m_1(t) = C_1 e^{k_1 t}. \quad (3a)$$

Параметры  $C_1$  и  $k_1$  характеризуют интенсивность динамики процесса наполнения. Чем они больше, тем интенсивнее идет процесс наполнения и тем больше величина коэффициента динамичности купола.

2. Рассмотрим воздействие массы  $m_2$  на купол.

Анализ кинограмм процесса раскрытия куполов парашютов показывает, что в начале наполнения бывает выполнена лишь небольшая часть воздухозаборников в центральной части купола [1], которая затем последовательно возрастает от центра к периферии по закону, близкому к линейному. Плюс воздух, проникающий через нижнюю, проницаемую оболочку купола, что вместе может обеспечивать скорость изменения массы набегающего потока, поступающего под купол через ткань и воздухозаборники, близкую к линейной в силу скоротечности процесса, т.е.:

$$\frac{dm_2(t)}{dt} = k_2 t = \text{const}, \quad (4)$$

где  $k_2$  – некоторая константа, характеристика эффективности наполнения междуоболочкового пространства крыла. Зависит от конструкции воздухозаборников, конструктивной проницаемости нервюры и воздухопроницаемости нижней оболочки купола.

Разделяя переменные в уравнении (4) и интегрируя, получим:

$$\int dm_2(t) = k_2 \int t dt + \ln|C_2|, \quad \text{откуда:}$$

$$m_2(t) = k_2 \frac{t^2}{2} + C_2. \quad (4a)$$

Параметры  $C_2$  и  $k_2$  характеризуют интенсив-

ность динамики процесса наполнения. Чем они больше, тем интенсивнее идет процесс наполнения и тем больше величина коэффициента динамичности купола.

3. Очевидно, что устройства, предназначенные для смягчения интенсивности динамики процесса наполнения (слайдер, шнур рифления) в той или иной мере снижают величину перегрузки, действующей на систему объект-парашют в процессе раскрытия купола. Слайдер типа полотнища, установленный на стропах купола парашюта, в свою очередь, условно можно рассматривать как парашют малой площади для которого, по аналогии с пунктом 1, можно записать:

$$\frac{dm_3(t)}{dt} = -k_3 m_3(t), \quad (5)$$

где  $k_3$  – коэффициент пропорциональности.

Знак минус здесь говорит о том, что с течением времени, по мере раскрытия купола и уменьшения скорости системы, сдерживающее и тормозящее процесс раскрытия влияние слайдера на купол – убывает. Интегрируя, получим:

$$m_3(t) = C_3 e^{-k_3 t}. \quad (5a)$$

Параметры  $C_3$  и  $k_3$  характеризуют интенсивность сдерживания динамики процесса наполнения купола слайдером. Чем они больше, тем интенсивнее идет сдерживание процесса наполнения и тем меньше величина коэффициента динамичности купола.

Подставляя (3а), (4а) и (5а) в равенство (1), получим:

$$m(t) = C_1 e^{k_1 t} + \frac{k_2 t^2}{2} + C_2 - C_3 e^{-k_3 t}. \quad (6)$$

Здесь важно отметить, что в правой части зависимости (6), т.е. в характере изменения самой функции и ее коэффициентах уже учтено влияние скоростного напора  $a$ , значит, и изменение скорости в процессе раскрытия парашюта, конечно, при условии, что зависимость (6) достаточно хорошо аппроксимирует реальный процесс.

Дифференцируя обе части последнего равенства по времени, получим:

$$\frac{dm(t)}{dt} = C_1 k_1 e^{k_1 t} + k_2 t + C_3 k_3 e^{-k_3 t}. \quad (6a)$$

С другой стороны нужно учесть, что в целом, полная масса воздуха, поступающего под купол в процессе его наполнения, равна:

$$m(t) = \int_0^t \rho F(t) V(t) dt,$$

где  $\rho$  – плотность воздуха;  $F(t)$  – площадь входного отверстия или миделевого сечения купола ( $F_{вх}(t)$ )

или  $F_{мид}(t)$ ;  $V(t)$  – скорость набегающего потока.

Дифференцируя последний интеграл по переменному верхнему пределу, получим:

$$\frac{dm(t)}{dt} = \rho F(t) V(t). \quad (7)$$

Как видно, скорость изменения массы воздуха, поступающего под купол, пропорциональна площади его входного отверстия (или миделевого сечения) в каждый момент времени процесса наполнения.

Учитывая, что плотность воздуха и закон изменения скорости в процессе раскрытия уже включены в значения коэффициентов функции правой части равенства (6а), можно выдвинуть предположение, что зависимость (6а), после аппроксимации ею по методу наименьших квадратов массива экспериментальных точек (полученных по методике [2]), может достаточно удовлетворительно представлять процесс раскрытия реального купола, т.е. можно принять гипотезу о том, что

$$F(t) = C_1 k_1 e^{k_1 t} + k_2 t + C_3 k_3 e^{-k_3 t}, \quad (8)$$

и проверить ее непротиворечивость эксперименту.

Последняя зависимость может быть использована для анализа динамики процесса раскрытия и наполнения двухоболочковых планирующих парашютов.

Эту обобщенную формулу можно распространить как на площадь миделевого сечения  $F(t) = F_{мид}(t)$ , так и на площадь входного отверстия  $F(t) = F_{вх}(t)$  купола.

Эмпирические коэффициенты, входящие в правую часть равенства (8), характеризующие динамику процесса наполнения и раскрытия, определяются по методу наименьших квадратов с использованием экспериментальных данных.

Коэффициенты  $C_1$  и  $k_1$  в формуле (8) ответственны, в основном, за динамику формообразования нижней оболочки купола,  $k_2$  – за динамику наполнения ячеек купола через воздухозаборники,  $C_3$  и  $k_3$  – за эффективность работы слайдера.

Сравнение этих коэффициентов у различных куполов позволит количественно сравнивать динамику их раскрытия между собой при отсутствии данных по измерениям перегрузки.

## 2. Теоретические исследования инженерной модели

Объединяя коэффициенты в произведениях, представим формулу (8) в следующем виде:

$$F(t) = A e^{k_1 t} + k_2 t + B e^{-k_3 t}, \quad (8a)$$

где  $A = C_1 k_1$  – отвечает, в основном, за динамику

формообразования нижней оболочки купола;  $V = C_3 k_3$  – отвечает за эффективность работы слайдера.

Исследуем влияние коэффициентов  $A, B, k_1, k_2, k_3$  и каждого из членов функции (8) на характер ее поведения.

На рис.1 представлена сама функция (8a) (верхняя кривая), а также ее слагаемые:  $F_1(t) = Ae^{k_1 t}$ ,  $F_2(t) = k_2 t$ ,  $F_3(t) = Ve^{-k_3 t}$  для следующих простейших значений коэффициентов:  $A = 1, |B| = 1, k_1 = 1, k_2 = 1, k_3 = 1$ .

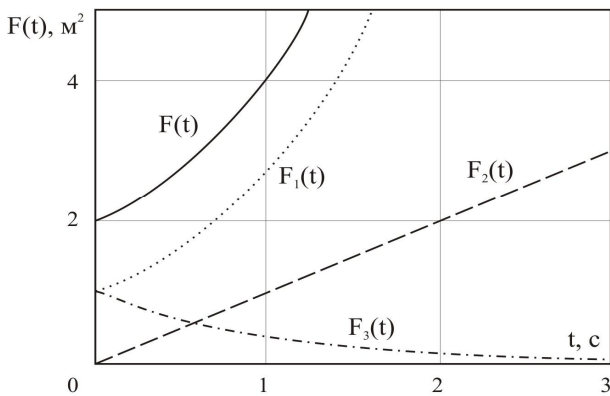


Рис. 1. Характер поведения функции (8a) и ее составляющих

Это дает достаточно полное представление о динамике каждого из слагаемых функции (8a) и эффектах от изменения их коэффициентов.

При отсутствии слайдера ( $B = 0$ ), коэффициент  $A$  соответствует площади миделевого или входного сечений в момент  $t = 0$  начала наполнения купола:  $F_{0\text{мид}}$  и  $F_{0\text{вх}}$ . Ясно, что коэффициент  $A$  может быть только положительным числом.

Коэффициент  $k_1$  отвечает за динамику процесса наполнения купола (формирование и расправление нижней оболочки купола под действием скоростного напора набегающего потока) и может быть только положительным числом. С увеличением коэффициента  $k_1$  возрастает крутизна подъема слагаемого  $F_1(t) = Ae^{k_1 t}$  кривой (8a), т.е. возрастает скорость наполнения купола.

Коэффициент  $k_2$  также отвечает за динамику процесса наполнения купола (секций воздухозаборника) и может быть только положительным числом. С увеличением коэффициента  $k_2$  возрастает крутизна подъема слагаемого  $F_2(t) = k_2 t$  кривой (8a).

Третье слагаемое функции (8a) отвечает за воздействие слайдера на процесс наполнения. В него входят коэффициенты  $B$  и  $k_3$ .

Так как эффект воздействия слайдера на парашют заключается в снижении интенсивности динамики процесса наполнения купола, то коэффициент  $B$  может быть числом отрицательным, а коэффициент  $k_3$  – положительным. На рис.2a представлен график функции  $F_3(t) = -|B|e^{-k_3 t}$  для значений  $k_3 = 1$  (непрерывная кривая) и  $k_3 = 2$  (пунктирная кривая). Значение  $B = -1$ .

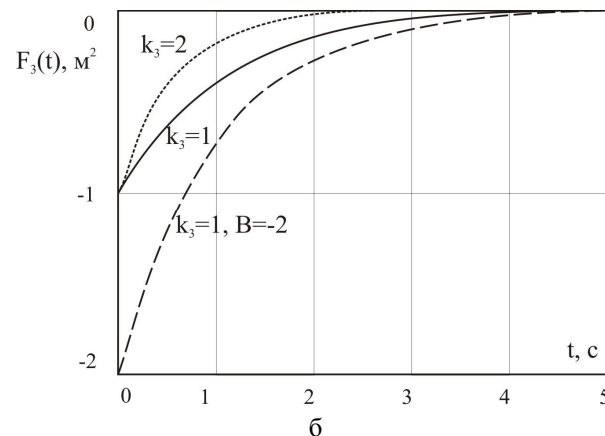
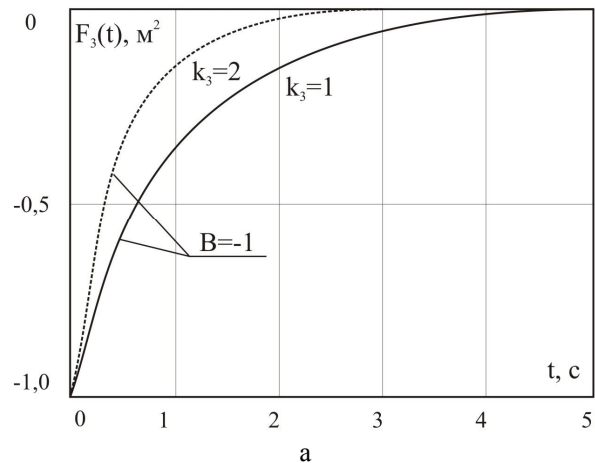


Рис. 2. Характер поведения функции  $F_3(t)$  при отрицательном значении коэффициента  $B$

Как видно из рисунка, функция  $F_3(t)$  в целом отрицательна и эффект ее воздействия на процесс наполнения – тормозящий. Т.е.  $F_3(t)$  показывает сколько площади миделевого или входного сечений купола в каждый момент времени в процессе раскрытия отнимает слайдер по сравнению с тем, если бы он отсутствовал. С увеличением величины коэффициента  $k_3$  возрастает крутизна кривой  $F_3(t)$  и уменьшается время воздействия, т.е. эффективность тормозящего действия слайдера во времени падает. С увеличением модуля коэффициента  $B$ , величина тормозящего действия слайдера возрастает, однако, тем не менее, время его воздействия определяется

только величиной коэффициента  $k_3$ , рис. 2б.

Можно предположить, что коэффициент  $B$  пропорционален площади слайдера и его тормозящему воздействию.

С учетом отрицательности знака коэффициента  $B$ , выражение (8а) можно переписать в виде:

$$F(t) = Ae^{k_1t} + k_2t - Be^{-k_3t}. \quad (8б)$$

Найдем первую и вторую производные последнего выражения.

$$\frac{dF(t)}{dt} = k_1Ae^{k_1t} + k_2 + k_3Be^{-k_3t},$$

$$\frac{d^2F(t)}{dt^2} = k_1^2Ae^{k_1t} - k_3^2Be^{-k_3t}.$$

Первая производная функции (8б) всегда положительна, что говорит о ее непрерывном возрастании (непрерывном увеличении площади миделя или входного сечения) в ходе процесса наполнения.

Знак второй производной зависит от того, какой из двух членов правой части будет больше. Если первый член (отвечающий за динамику процесса наполнения купола под воздействием скоростного напора) будет больше второго (отвечающего за тормозящий эффект слайдера), то кривая  $F(t)$  будет вогнутой. В противном случае – выпуклой.

В зависимости от конструкции купола и эффекта воздействия слайдера, весь процесс наполнения купола может описываться либо двумя первыми членами, либо вторым и третьим, либо всеми тремя.

Может оказаться, что процесс наполнения купола нужно разделять на два этапа (на подготовительный и основной), например, по точке перегиба кривой  $F(t)$ , в которой изменяется знак второй производной (кривизна кривой), где кривая переходит из вогнутой в выпуклую. Это соответствует случаю, когда наиболее существенное тормозящее воздействие слайдера приходится на конец основного этапа наполнения.

На рис.3а, б представлены построенные по методике [2] кривые, характеризующие процессы изменения во времени площадей миделевого и входного сечений купола Comodore-210 (непрерывные линии). Здесь же нанесены пунктиром кривые, полученные по разработанной математической модели (8б).

Для уравнения (8б), описывающего процессы изменения во времени площадей миделевого и входного сечений (пунктир, рис.3), оказалось достаточным только два слагаемых:

$$F_{mid}(t) = 0,1e^{1,078t} + 2,109t;$$

$$F_{вх}(t) = 0,1e^{1,152t} + 0,993t.$$

Однако аппроксимация по (8б) может содержать и все три слагаемых:

$$F_{mid}(t) = 0,1e^{1,082t} + 2,099t + 0,1e^{-2,941t};$$

$$F_{вх}(t) = 0,1e^{1,048t} + 0,693t + 0,1e^{0,962t}.$$

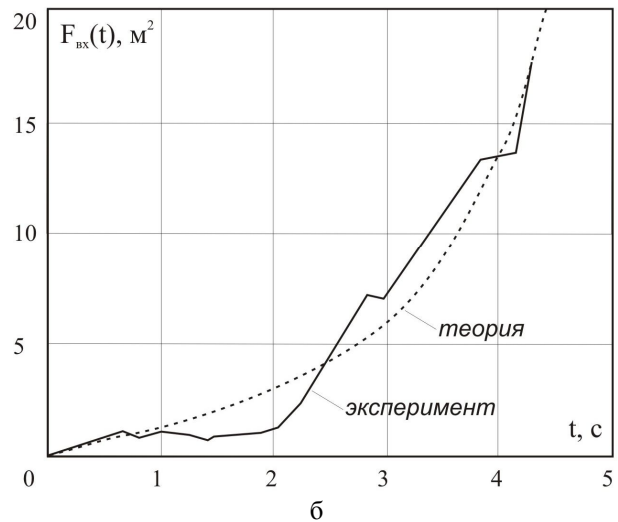
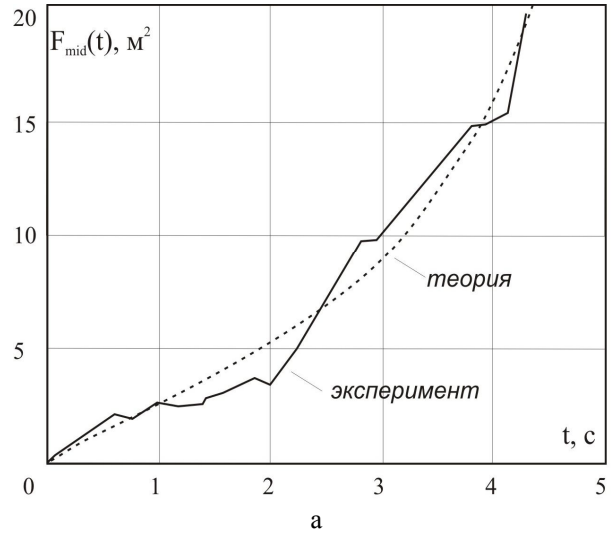


Рис. 3. Изменение во времени площадей миделевого сечения (а) и входного сечения (б) купола во времени

Как видно из последних рисунков, математическая модель (пунктирная кривая) вполне удовлетворительно аппроксимирует реальный процесс (показан сплошной кривой), что говорит о возможности использования модели (8б) в практике обработки результатов летных испытаний двухоболочковых парашютных систем.

Ступенчатость экспериментальных кривых, по сравнению с плавными теоретическими (рис.3), объясняется тем, что сход слайдера вниз по стропам происходит не непрерывно, а дискретно, рывками. Этот факт будет учтен в дальнейшем при усовершенствовании и модификации предложенной авторами инженерной модели.

Была проведена обработка результатов летных испытаний ряда других куполов планирующих парашютов и сделан вывод о возможности и целесо-

образности использования ее на практике как инженерной модели, имея в виду перспективы ее модификации в дальнейшем.

Обнаружено, что кроме двухоболочковых, модель (86) также вполне удовлетворительно описывает и процесс наполнения однооболочковых куполов планирующих парашютов.

Отметим, в заключение, что вариации коэффициентов данной модели являются весьма информативными при сравнении динамики процесса раскрытия различных конструкций парашютных систем между собой.

### Выводы

1. Предложена инженерная математическая модель (86) для описания процесса наполнения планирующего парашюта со слайдером.

2. Исследованы некоторые возможные эффекты, присущие данной модели.

3. Выполнено сравнение модели с эксперимен-

том и сделан вывод о возможности ее использования в летно-испытательной практике.

Перспективы дальнейших исследований состоят в усовершенствовании модели с учетом дискретности схода слайдера со стропной системы парашюта.

### Литература

1. Иванов, П.И. Анализ процесса наполнения планирующего парашюта со слайдером [Текст] / П.И. Иванов, А.Ю. Куянов // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2012. – №6(93). – С. 33-36.

2. Куянов, А.Ю. Типовая методика летных испытаний № 4.28.3.18.К. «Исследование и проверка процесса раскрытия планирующих парашютных систем при размещении цифровых средств видеорегистрации на парашютисте (объекте десантирования)» [Текст] / А.Ю. Куянов. – Феодосия: ГНИЦ ВСУ, 2012. – 40 с.

*Поступила в редакцию 21.01.2013, рассмотрена на редколлегии 30.01.2013*

**Рецензент:** канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики и математического моделирования Г.С. Абрамов, Херсонский национальный технический университет.

## НАПІВЕМПІРИЧНА ІНЖЕНЕРНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСУ ПРОЦЕСУ РОЗКРИТТЯ ДВУХОБОЛОНКОВОГО ПЛАНУВАЛЬНОГО ПАРАШУТА

*П.І. Іванов, О.Ю. Куянов*

У роботі розглянута напівемпірична інженерна математична модель процесу розкриття двухоболонкового планувального парашюта, що дозволяє проводити кількісний порівняльний експрес-аналіз динаміки наповнення різних планувальних парашютних систем. Досліджено деякі можливі ефекти, властиві даній моделі. Математична модель цілком задовільно апроксимує реальний процес наповнення планувальної парашютної системи, що говорить про можливість використання моделі в практиці обробки результатів літних іспитів двохоболонкових парашютних систем. Порівняння моделі з результатами експериментів показало, що, крім двухоболонкових, вона цілком задовільно описує також і динаміку процесу наповнення однооболонкових куполів планувальних парашутів.

**Ключові слова:** напівемпірична інженерна математична модель, процес наповнення, планувальна парашютна система, слайдер.

## SEMIEMPIRICAL ENGINEERING MATHEMATICAL MODEL FOR DESCRIBING A GLIDING RAM-AIR PARACHUTE DEPLOYMENT PROCESS

*P.I. Ivanov, A.U. Kujanov*

The semiempirical engineering mathematical model of a gliding ram-air parachute deployment process that enables to conduct a quantitative comparative express analysis of a development dynamics of various gliding parachute systems is considered in the work. Some possible effects inherent in this model are researched. The mathematical model approximates rather adequately a real development process of a gliding parachute system and this allows using the model for processing of the ram-air parachute systems flight tests results in practice. Comparison of this model with the results of experiments demonstrated that the model approximates rather adequately the dynamics of a development process of single-layered canopies of gliding parachutes as well (not only ram-air).

**Key words:** semiempirical engineering mathematical model, process of deployment, gliding parachute system, slider.

**Іванов Петр Иванович** – д-р техн. наук, проф., Феодосійський факультет ХНТУ, г. Феодосія, Україна, e-mail: Ivanovpetr@rambler.ru.

**Куянов Алексей Юрьевич** – ведучий інженер по испытанням, старший парашютіст-іспитатель, Государственный научно-іспитательный центр Вооруженных Сил Украины, г. Феодосія, e-mail: alex\_knv@mail.ru.