

УДК 537.523:538.4

А.А. ТРОПИНА

Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, Украина

УПРАВЛЕНИЕ ПОТОКОМ И ТУРБУЛЕНТНЫЕ КАСКАДНЫЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ НАЛИЧИИ ВНЕШНИХ СИЛ

Приведены результаты численного моделирования турбулентного спектра для случая течения жидкости в поле соленоидальной и несолоноидальной внешних сил. Модель основывается на уравнениях для коллективных переменных-амплитуд Фурье поля скорости, просуммированных по октаве волновых чисел. Было получено, что наличие внешней силы в различных гармониках влияет на протяженность участка турбулентного спектра, отвечающего закону Колмогорова. Было показано, что наличие несолоноидальной части внешней силы не меняет качественного характера каскадного процесса, а только увеличивает максимальные значения пульсаций скорости. Проведена оценка влияния учета сжимаемости среды на перенос энергии по спектру турбулентности при наличии силы Лоренца.

Ключевые слова: каскадный процесс, спектр турбулентности, амплитуды Фурье поля скорости, сжимаемый газ, сила Лоренца, численное интегрирование.

Введение

Вопросам, связанным с управлением сверхзвуковыми потоками, посвящено огромное количество работ. Не останавливаясь на общепринятых газодинамических методах управления потоком, отметим, что в последние десятилетия стали интенсивно развиваться, так называемые, плазменные методы контроля течения и сформировалось новое направление в аэродинамике - плазменная аэродинамика [1].

Экспериментальные исследования показали как возможность снижения сопротивления тел в сверхзвуковом потоке путем формирования пламенных образований [2], так и возможность модификации структуры высокоскоростного потока при генерации поверхностных разрядов [3]. К концепции плазменного управления потоком можно также отнести работы, связанные с формированием высокоэнтальпийных струй дуговых разрядов в сверхзвуковом потоке воздуха.

1. Анализ публикаций

Вопросом, который вызывает большой интерес в данном случае, является вопрос о характере спектра турбулентности, формируемого в процессе расширения дуги плазменного канала. Известно, что в процессе эволюции канала дуги в зависимости от величины джоулевого тепловыделения, определяемого величиной тока, можно получить различные значения величины интенсивности турбулентности.

Для описания процесса генерации турбулентности и изучения спектра энергии турбулентности в

работе [4] была предложена модель каскадного процесса и рассмотрен перенос энергии по спектру для случая несжимаемой жидкости. В работе [5] приведен анализ генерации турбулентности в свободной атмосфере в результате возникновения сдвиговой неустойчивости Кельвина-Гельмгольца. В работе [6] авторы рассмотрели модель каскадного процесса для случая закрученных течений. Что касается области плазменной аэродинамики, то здесь остается открытым вопрос о влиянии внешней силы (в частности, силы Лоренца) на характер передачи энергии по спектру турбулентности.

2. Цель и постановка задачи

Целью исследования является определение характера эволюции спектра турбулентности в зависимости от внешней силы, а также определение влияния сжимаемости среды и пульсаций плотности на передачу энергии по спектру в этом случае.

Для сокращенного описания развитого турбулентного течения введем коллективные переменные-амплитуды Фурье поля скорости, просуммированные по октаве волновых чисел

$$u^2(k, t) = \left\langle \sum_{\frac{k}{\sqrt{2}} \leq |k'| \leq \sqrt{2}k} v_j(\vec{k}', t) \cdot v_j(-\vec{k}', t) \right\rangle.$$

Из уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости по аналогии с работой [4] для переменных u_1 можно получить модельное уравнение вида

$$\frac{\partial u_1(\bar{k}, t)}{\partial t} = -i \cdot P_{lm} k_j \sum_q u_j(\bar{q}, t) \cdot u_m(\bar{k} - \bar{q}, t) - k^2 \cdot \nu \cdot u_1(\bar{q}, t) + F_1(\bar{k}, t) + \alpha \cdot u_1(\bar{k}, t), \quad (1)$$

где ν – кинематическая вязкость смеси,

$$P_{lm} = \delta_{lm} - k_l k_m k^{-2},$$

$F_1(\bar{k}, t)$ – фурье-компонента соленоидальной части внешней силы,

α – несоленоидальная часть внешней силы.

Уравнение (1) дополнительно к модели в работе [2] содержит внешнюю силу Лоренца, разделенную на соленоидальную и несоленоидальную часть. Фурье-компоненты скорости $u^2(k, t)$ связаны со спектральной плотностью энергии следующим соотношением

$$u^2(k) = 2 \int_{k/\sqrt{2}}^{k\sqrt{2}} E(k_1) k_1 \cdot k / \sqrt{2} \quad (4)$$

Учитывая то, что члены, содержащие $p \cong k/2$ и $p \cong 2k$ являются основными в каскадном процессе, первое слагаемое в уравнении (1) может быть аппроксимировано следующим образом

$$\alpha_s k u(k) u^2(k/2) - \bar{\alpha}_s k u^2(k) u(2k), \quad (2)$$

где $\alpha_s, \bar{\alpha}_s$ – безразмерные константы, $\bar{\alpha}_s = 2 \cdot \alpha_s$.

Для случая совершенного сжимаемого газа модифицированное уравнение (1) дополняется уравнением неразрывности и уравнением теплопроводности вида

$$\frac{\partial \rho(\bar{k}, t)}{\partial t} + 2i \cdot k_1 \sum_q \rho(\bar{q}, t) \cdot u_1(\bar{k} - \bar{q}, t) = 0, \quad (3)$$

$$\sum_q \frac{\partial u_1(\bar{k}, t)}{\partial t} \cdot \rho(\bar{k} - \bar{q}, t) + i \cdot k_n \sum_q u_n(\bar{q}, t) \cdot T(\bar{k} - \bar{q}, t) \cdot \rho(\bar{k} - \bar{q}, t) = \frac{\lambda k^2 \cdot T(\bar{k}, t)}{c_p} + F_1(\bar{k}, t), \quad (4)$$

где $\rho(\bar{k}, t)$ – фурье-компонента плотности,

$T(\bar{k}, t)$ – фурье-компонента температуры.

При этом слагаемые в уравнениях (3),(4), содержащие суммирование, могут быть аппроксимированы по аналогии с выражением (2). Система уравнений (1)-(4) решалась численно с использованием метода Рунге-Кутты и метода Гира. Были рассмотрены варианты с числом гармоник $n = 10$ и $n = 20$. Без ограничения общности можно принять следующие начальные условия:

$$u_1(0) = 10, \quad u_i(0) = 0 \quad (i = 2, \dots, 10),$$

$$u_1(0) = 20, \quad u_i(0) = 0 \quad (i = 2, \dots, 20).$$

3. Результаты расчетов

На первом этапе оценивалось влияние внешней силы на эволюцию спектра турбулентности к закону 5/3 Колмогорова, т.е. $u_i(t) \approx k_i^{-1/3}$. Результаты расчетов представлены на рис. 1-2 для соленоидальной и несоленоидальной внешней силы для случая равной нулю вязкости.

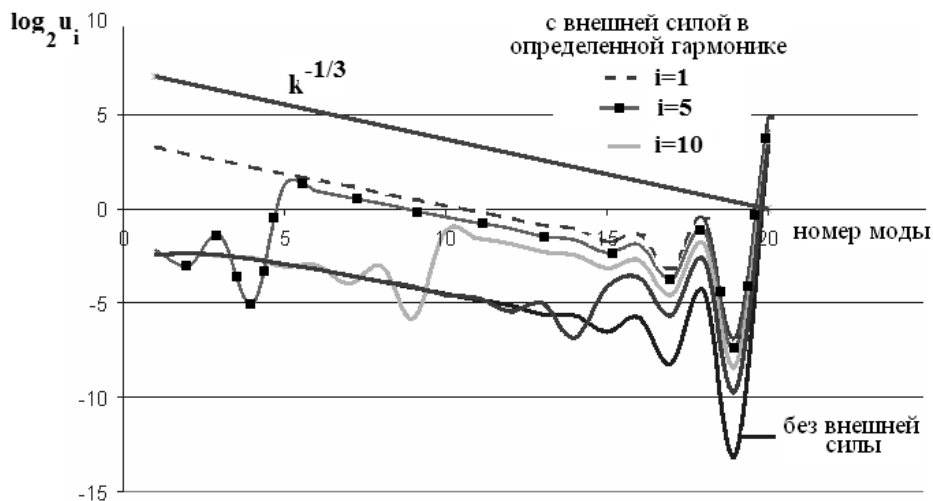


Рис. 1. Турбулентные спектры при $t = 2,5$ с внешней силой, приложенной в различных гармониках

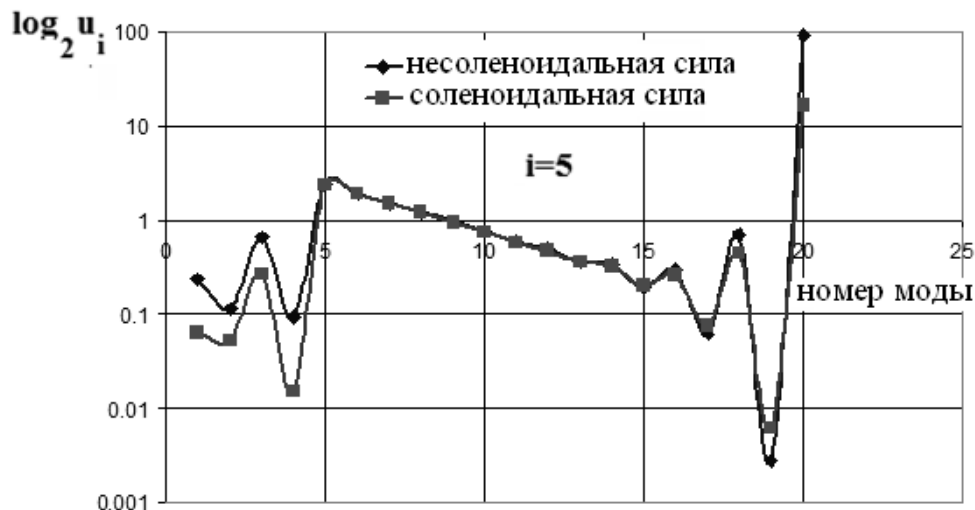


Рис. 2. Эволюция спектра при действии внешней соленоидальной и несоленоидальной силы

Поскольку рассматривается система с конечным числом гармоник, т.е. нет возможности для оттока энергии в высшие гармоники, то при отсутствии диссипации среды вся энергия скапливается в последней моде. Можно отметить, что на определенном этапе эволюции спектра появляется участок, где выполняется закон Колмогорова.

При этом было получено, что мы можем потенциально влиять на длину этот сегмента, помещая внешнюю силу в различные гармоники (рис. 1). Анализируя данные, представленные на рис. 2, отметим, что наличие несоленоидальной части внешней силы не меняет качественного характера эволюции турбулентного спектра, а только увеличивает максимальные значения пульсаций скорости.

Влияние сжимаемости среды на турбулентный спектр можно оценить, сравнивая данные расчетов в рамках предположения о несжимаемости среды и для случая совершенного газа. Так на рис. 3 пред-

ставлены данные расчетов поведения спектра в различные моменты времени. Наличие пульсаций плотности для случая нулевой вязкости среды (на рисунке не представлены) вызывает нелинейную неустойчивость, связанную с наличием конечного числа мод. Вязкость создает отток энергии, что позволяет получить сходящееся решение и проанализировать влияние сжимаемости среды на спектр (рис.3, 4). Учет вязкости среды вызывает быстрый выход решения на стационарный режим подобия, при этом спектр пульсаций плотности осциллирует, возрастая по мере эволюции спектра и приводя к возникновению нелинейной неустойчивости. Количественное влияние сжимаемости на спектр энергии проявляется через дилатантный эффект и является несущественным при малом числе мод (кривые 2, 3 на рис. 3). При увеличении числа мод влияние сжимаемости проявляется на высоких гармониках (рис. 4, кривые 2,3).

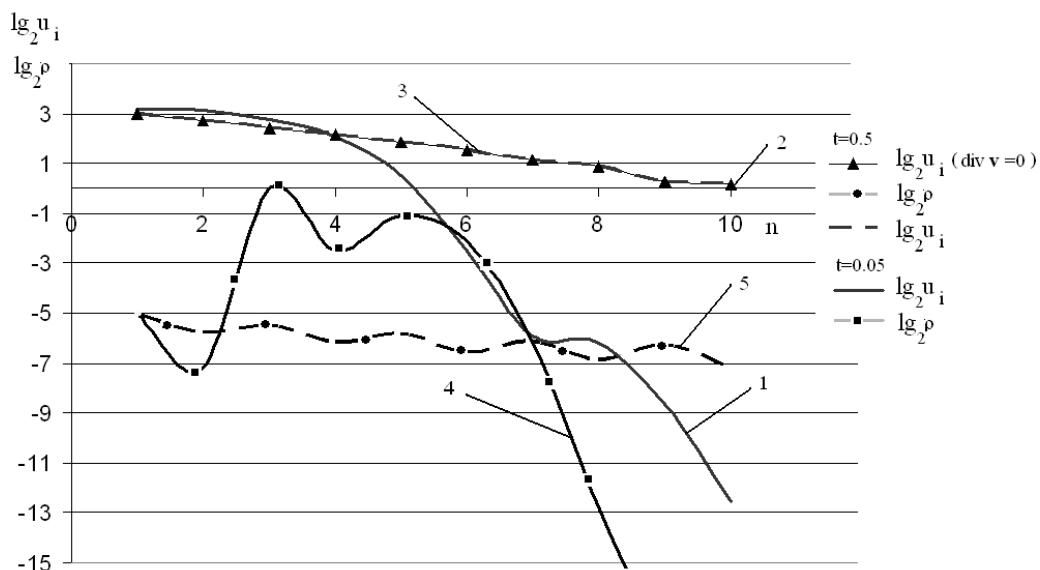


Рис. 3. Эволюция спектра скорости и плотности в различные моменты времени (n = 10)

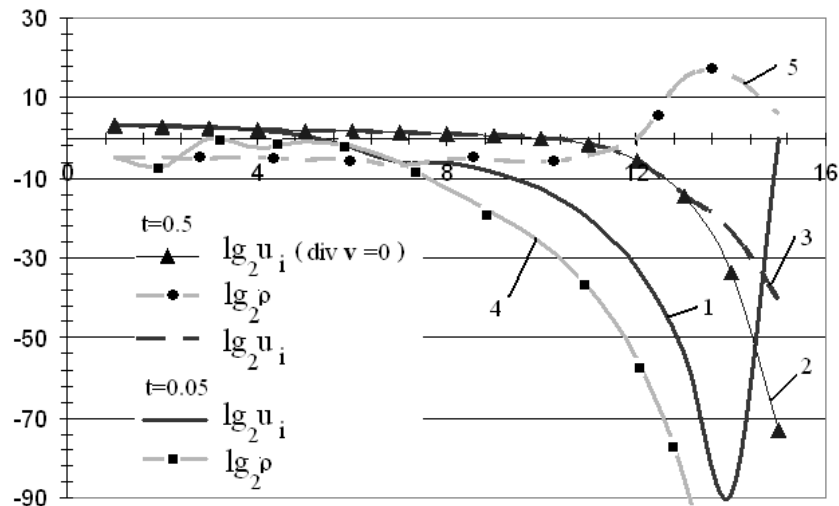


Рис. 4. Эволюция спектра скорости и плотности в различные моменты времени ($n = 20$)

Полученные расчетные данные позволяют в первом приближении предсказывать качественное поведение турбулентного спектра в зависимости от внешней силы и сжимаемости среды.

Кроме того, эти же расчетные данные можно применить для оценки режима горения, который может быть потенциально реализован в зависимости от уровня турбулентности, генерируемой в процессе эволюции формируемой дуги плазменного канала. Будем ориентироваться на характерное время распространения пламени $\tau_c = \chi^0 / U_n^2$, где χ^0 - коэффициент температуропроводности, U_n - нормальная скорость распространения пламени. Для типичных значений χ^0 и U_n , характерных для смесей углеводородов при нормальных условиях, получаем следующую оценку $\tau_c \cong 10^{-4} \div 1,5 \cdot 10^{-4}$ с. На основании

расчетных данных турбулентного спектра характерный временной масштаб турбулентности, определяемый как $\tau_t = K_t / \varepsilon$, где ε - скорость диссипации кинетической энергии турбулентности, варьируется в пределах $\tau_t \cong 5 \cdot 10^{-4} \div 10^{-3}$ с. Ориентируясь на число Дамкелера $Da = \tau_t / \tau_c$ (для данного случая

$Da > 1$), следует ожидать два режима горения: режим искривленного ламинарного фронта пламени, если число Карловица $Ka = \tau_c / \tau_K < 1$ (τ_K - Колмогоровский масштаб) или режим расширяющегося фронта пламени при $Ka > 1$. Переход между двумя случаями контролируется текущим током дуги (интенсивностью внешней силы в уравнении (1)) и формируемой интенсивностью турбулентности.

Выводы

Представлена математическая модель каскадного процесса с учетом сжимаемости среды и несолоноидальности внешней силы.

Показано, что существует потенциальная возможность влияния на длину колмогоровского участка турбулентного спектра путем помещения внешней силы в различные гармоники.

Получено, что наличие несолоноидальной части внешней силы не меняет качественного характера спектра, а только приводит к увеличению пульсаций скорости. Влияние сжимаемости среды на спектр скорости проявляется только на высоких модах за счет дилатантного эффекта и является дополнительным фактором, вызывающим появление нелинейной неустойчивости.

Литература

1. *Improvement perspectives of aerodynamic and trust-energetic parameters of hypersonic aircrafts and engines when using algotithmic discharges and plasmoid formations [Text] / V.P. Burdakov, S.I. Baranovskiy, A.I. Klimov, P.D. Lebedev, S.B. Leonov, M.B. Pankova, A.P. Puhov // Acta Astronautica. – 1998. – Vol. 43, № 1-2. – P. 31-44.*
2. *Study of friction and separation control by surface plasma [Text] / S. Leonov, A. Kuryachii, D. Yarantsev, A. Yuriev // Paper AIAA-2004-0512, 42th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, 05-08 January 2004, Reno, Nevada.*
3. *Leonov, S. High-speed inlet customization by surface electrical discharge [Text] / S. Leonov, D. Yarantsev, V. Soloviev // Paper AIAA-2004-0403, 42th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, 05-08 January 2004, Reno, Nevada.*

4. Desnianslii, V.N. *Simulation of cascade processes in turbulent flow [Text]* / V.N. Desnianslii, E.A. Novikov // *PMM*. – 1974. – Vol.38. – P. 507-513.

5. Meyer layering accompanying turbulence generation due to shear instability and gravity-wake breaking [Text] / D.C. Fritts, C. Bizon, J.A. Werne, C.K.

Meyer // *Journal of Geophysical Research*. – 2010. – Vol. 108. – P. 8452-8465.

6. Kitamura, Y. *Energy cascade processes in rotating stratified turbulence with application to the atmospheric mesoscale [Text]* / Y. Kitamura, Y. Matsuda // *Journal of Geophysical Research*. – 2010. – Vol. 115. – P. D11104-11116.

Поступила в редакцию 13.05.2013, рассмотрена на редколлегии 29.05.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. каф. физики Ю.В. Батыгин, Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, Харьков.

КЕРУВАННЯ ПОТОКОМ ТА ТУРБУЛЕНТНІ КАСКАДНІ ПРОЦЕСИ ЗА НАЯВНОСТІ ЗОВНІШНІХ СИЛ

А.А. Тропіна

Наведено результати чисельного моделювання турбулентного спектра у випадку течії рідини у полі соленоїдальної та несолоноїдальної зовнішньої сили. Модель ґрунтується на рівняннях для колективних змінних Фур'є амплітуд поля швидкості, які підсумовано по октаві хвильових чисел. Було отримано, що наявність зовнішньої сили в різних гармоніках впливає на протяжність ділянки турбулентного спектру, що відповідає спектру Колмогорова. Було показано, що наявність несолоноїдальної частини зовнішньої сили не змінює якісного характеру каскадного процесу, а тільки збільшує максимальні значення пульсацій швидкості. Проведено оцінку впливу стисливості середовища на перенос енергії по спектру турбулентності за наявності сили Лоренцу.

Ключові слова: каскадний процес, спектр турбулентності, амплітуди Фур'є поля швидкості, стисливий газ, сила Лоренца, чисельне інтегрування.

FLOW CONTROL AND TURBULENT CASCADE PROCESSES IN THE PRESENCE OF EXTERNAL FORCES

A.A. Tropina

Results of the numerical modeling of the turbulent spectra for a case of the liquid flow in the field of solenoidal and non-solenoidal external forces have been presented. A model is based on the equations for Fourier amplitudes of the velocity field summated over the octave of wave numbers. It was obtained, that putting an external force in different harmonics influences on the turbulent spectrum length corresponding to the Kolmogorov's law. It was shown, that the non-solenoidal part of the external force does not change the qualitative character of the cascade process, only increases maximum values of pulsation velocities. Influence of the non-compressibility of the medium on the energy transfer in the turbulent spectrum with Lorentz force has been evaluated.

Key words: cascade process, turbulent spectrum, Fourier amplitudes of the velocity field, compressible gas, Lorentz force, numerical integration.

Тропіна Альбіна Альбертовна – д-р техн. наук, доцент, зав. кафедрой прикладной математики, Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, г. Харьков, Украина, e-mail: albina.tropina@fulbrightmail.org.