

УДК 62-755

А.Н. ГОРБЕНКО

Керченский государственный морской технологический университет, Украина

О ДОПУСТИМОМ УРОВНЕ ИНЕРЦИОННОЙ АНИЗОТРОПИИ ГИРОСКОПИЧЕСКОГО РОТОРА

В работе рассматриваются особенности динамики ротора, который имеет различные моменты инерции относительно его поперечных осей. Получены безразмерные уравнения движения и условия устойчивости системы. Показано, что демпфирование в системе делает допустимым наличие некоторого уровня инерционной анизотропии ротора без потери устойчивости движения. Получено и проанализировано выражение для максимально допустимого инерционного анизотропии ротора с точки зрения устойчивости его движения. Полученные результаты дают возможность более обоснованно назначать рациональные технологические допуски на изготовление, сборку и монтаж роторов

Ключевые слова: ротор, инерционная анизотропия, устойчивость, колебания, моменты инерции, критические скорости

1. Постановка проблемы. Анализ существующих исследований. Цель работы

В технике находят широкое применение различные машины роторного типа, основной частью которых служит быстровращающийся ротор. Вследствие неизбежных неточностей изготовления и действия эксплуатационных факторов в таких роторах возбуждаются как поперечные, так и угловые колебания. При высоких скоростях вращения в заметной степени проявляются свойства, обусловленные инерцией поворота вращающегося тела, в частности гироскопический эффект. Поэтому такие роторы принято называть гироскопическими.

Интенсивность угловых колебаний ротора зависит от распределения массы в нем, т.е. от его массовых моментов инерции относительно главных осей инерции. Идеальным ротором является осесимметричное тело, вращающееся вокруг своей продольной оси симметрии. При этом его два диаметральных момента инерции относительно поперечных главных осей инерции равны друг другу. Однако реальный ротор всегда имеет отклонения от равномерного распределения массы и указанные два момента инерции не равны друг другу. Это свойство реального ротора будем называть подвижной инерционной анизотропией.

Важно отметить, что инерционная анизотропия ротора не только приводит к повышению уровня вибрации (амплитуд угловых и поперечных колебаний ротора), но и может служить причиной потери устойчивости движения механической системы в целом. В связи с этим изучение влияния данного

фактора на динамику гироскопического ротора является актуальной задачей.

Влияние инерционной анизотропии на колебания и устойчивость вращающегося ротора изучалось в ряде работ [1-6]. В них показано, что в случае длинных и сферических роторов инерционная анизотропия приводит к появлению диапазона частот вращения, внутри которого теряется устойчивость движения механической системы (МС). Причем при отсутствии демпфирования в МС неустойчивость появляется даже при бесконечно малой анизотропии. Анализ показывает, что наличие демпфирования сужает области неустойчивости, и некоторый уровень анизотропии инерционных свойств ротора становится допустимым (по меньшей мере, с точки зрения устойчивости). Однако, в известных работах отсутствуют анализ данной особенности и рекомендации по рациональному выбору допустимого уровня инерционной анизотропии, что важно при конструировании и назначении технологических допусков на изготовление и сборку роторной машины.

Целью работы является получение и анализ выражения для максимально допустимой величины инерционной анизотропии ротора, после превышения которой нарушается устойчивость движения механической системы.

2. Физическая модель ротора

Рассмотрим роторную систему, состоящую из абсолютно жесткого ротора, который вращается на двух одинаковых упруго-демпферных изотропных опорах (рис. 1). Ротор полагаем осесимметричным с центром масс в точке С на оси его вращения. Ротор

может совершать малые пространственные колебания.

Физическая модель и уравнения движения такой МС известны, см., например, [1 – 6]. Здесь мы будем исходить из материалов работы [7], в которой исследовалась более сложная МС – ротор с автобалансиром и показано, что такой составной ротор является инерционно анизотропным.

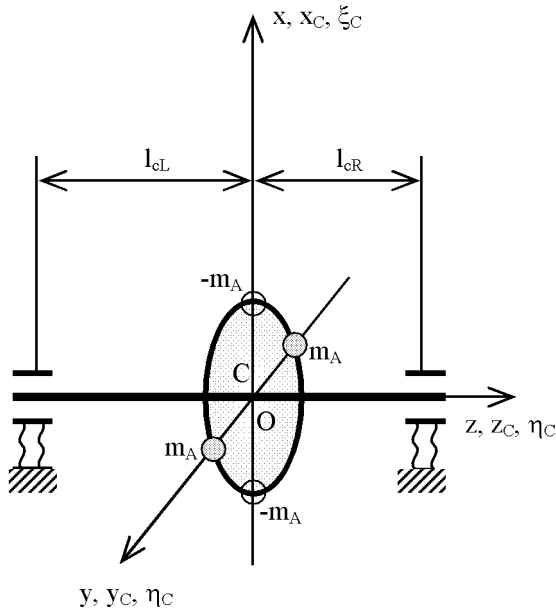


Рис. 1. Схема механической системы ротора

Для описания движения ротора введем следующие системы координат.

$Oxyz$ – неподвижная система координат с началом в точке O , которая совпадает с центром масс C ротора, находящегося в статическом равновесии; ось z направлена вдоль оси вала ротора, находящегося в состоянии статического равновесия; оси x и y направлены поперёк ротора так, что система координат – правая.

$Cx_c y_c z_c$ – поступательно-подвижная система координат, перемещающаяся вместе с точкой C , оси которой остаются параллельными осям системы $Oxyz$.

$Cu_c v_c w$ – поворотной-подвижная система координат, жестко связанная с осью вращения ротора и отклоненная от системы $Cx_c y_c z_c$ на углы Резаля α и β ; оси u_c и v_c постоянно находятся в плоскости поперечного сечения ротора, но не вращаются с ним.

$C\xi_c \eta_c \zeta$ – подвижная система координат, жестко связанная с вращающимся ротором и с началом в точке C ; ось $\zeta \equiv w$ это ось собственного вращения ротора.

В положении статического равновесия все указанные координатные системы совпадают.

В начальном положении статического равнове-

сия МС все указанные координатные оси совпадают. Далее сначала осуществляется поступательное движение ротора вместе с точкой C в положение (x_c, y_c, z_c) , после которого система координат $C\xi_c \eta_c \zeta$ занимает промежуточное положение $Cx_c y_c z_c$. Потом происходят повороты ротора вокруг точки C на углы Резаля α и β , после чего оси системы $Cx_c y_c z_c$ переходят в оси $Cu_c v_c w$. Последним происходит поворот ротора вокруг продольной оси вращения ζ на угол ωt , после чего оси системы $Cu_c v_c w$ переходят в оси $C\xi_c \eta_c \zeta$.

Физические и геометрические параметры МС:

ω – угловая скорость вращения ротора, рад/с;

M_r – масса ротора, кг;

C_r – полярный массовый момент инерции ротора относительно оси вращения, $\text{кг}\cdot\text{м}^2$;

$A_{r\xi}, A_{r\eta}$ – диаметральные массовые моменты инерции ротора относительно поперечных осей ξ_c и η_c , $\text{кг}\cdot\text{м}^2$;

$A_r = 0,5(A_{r\xi} + A_{r\eta})$ – средний диаметальный момент инерции ротора относительно поперечных осей ξ_c и η_c , $\text{кг}\cdot\text{м}^2$;

$\Delta A_r = 0,5(A_{r\xi} - A_{r\eta})$ – инерционная анизотропия ротора, $\text{кг}\cdot\text{м}^2$;

c – коэффициент жесткости опоры, Н/м;

h – коэффициент вязкого демпфирования опоры, $\text{кг}\cdot\text{с}^{-1}$;

l_{cL}, l_{cR} – расстояния от центра масс ротора до левой и правой опор, м.

Для моделирования инерционной анизотропии, к осесимметричному ротору жестко прикреплены четыре точечные массы – две пары материальных точек, расположенные на радиусе R_A в сечении центра масс ротора C (см. рисунок 1). При этом первые две точки имеют массу m_A каждая, а вторые две точки имеют «отрицательную» массу $-m_A$ (путем удаления материала ротора). Каждая пара этих точек расположена на концах диаметра $2R_A$, а эти два диаметра перпендикулярны друг другу (т.е. точки расположены «крестом»). Добавленные точечные массы не изменяют массу ротора и среднее значение диаметального момента инерции.

Механическая система имеет четыре степени свободы. Обобщенные координаты (ОК) движения МС в неподвижной системе координат:

x_c, y_c – координаты центра масс ротора;

α, β – текущие углы поворота поперечного сечения, проходящего через центр масс ротора.

Отметим, что согласно общепринятой классификации различают следующие типы роторов:

- длинный ротор, если $C_r < A_r$ ($\bar{C}_r < 1$);

- сферический ротор, если $C_r = A_r$ ($\bar{C}_r = 1$);

- короткий ротор, если $C_r > A_r$ ($\bar{C}_r > 1$).

3. Уравнения движения ротора

Уравнения движения ротора в неподвижных координатах (вывод уравнений см. в [7])

$$\begin{aligned} M_r \{\ddot{z}_c\} + h_x \{\dot{z}_c\} + c_x \{z_c\} + \\ + h_{y\alpha} [E_c] \{\dot{\gamma}\} + c_{y\alpha} [E_c] \{\gamma\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}; \\ (A_r [E] + [J_A(t)]) \{\ddot{\gamma}\} + [K_\gamma(t)] \{\dot{\gamma}\} + c_\alpha \{\gamma\} - \\ - h_{y\alpha} [E_c] \{\dot{z}_c\} - c_{y\alpha} [E_c] \{z_c\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\{z_c\} = \begin{Bmatrix} x_c \\ y_c \end{Bmatrix}$; $\{\gamma\} = \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix}$ – векторы ОК МС;
 $[E] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $[E_c] = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$;
 $[K_\gamma(t)] = h_\alpha [E] - \omega C_r [E_c] - 2\omega [J_A(t)] [E_c]$;
 $(A_r [E] + [J_A(t)])$ – тензор инерции ротора;
 $[J_A(t)] = [T] [I_A] [T]^{-1}$; $[I_A] = \Delta A_r \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$;
 $\Delta A_r = 2m_A R_A^2 \cos 2\alpha_A$;
 $[T(t)] = \begin{bmatrix} \cos \omega t & -\sin \omega t \\ \sin \omega t & \cos \omega t \end{bmatrix}$ – матрица поворота;
 $c_x = 2c$; $c_\alpha = c(l_{cL}^2 + l_{cR}^2)$;
 $c_{y\alpha} = c(l_{cL} - l_{cR}) = \frac{c_x}{2}(l_{cL} - l_{cR}) = c_\alpha \frac{l_{cL} - l_{cR}}{l_{cL}^2 + l_{cR}^2}$;

c_x , c_α , $c_{y\alpha}$ – коэффициенты жесткости опор, приведенные к центру масс ротора;
 $h_x = 2h$; $h_\alpha = h(l_{cL}^2 + l_{cR}^2)$; $h_{y\alpha} = h(l_{cL} - l_{cR})$;
 h_x , h_α , $h_{y\alpha}$ – коэффициенты демпфирования, приведенные к центру масс ротора.

Система (1) уравнений движения МС учитывает инерционную анизотропия ротора ΔA_r . Величина ΔA_r зависит от массы m_A , радиуса R_A и начального угла α_A расположения главной поперечной оси инерции ротора в начальный момент времени $t=0$. Отметим, что постоянный угол α_A может быть выбран произвольно, и далее будем полагать его равным нулю.

Непосредственное решение дифференциальных уравнений (1) затруднительно, поскольку они содержат периодические коэффициенты, которые входят в уравнения угловых колебаний в виде переменной матрицы $[T(t)]$.

Уравнения движения следует привести к виду уравнений с постоянными коэффициентами. Для этого введем вращающуюся систему координат $Ouvz$, которая вращается вокруг неподвижной оси z

с постоянной скоростью ω . Тогда обобщенные координаты МС во вращающихся координатах будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \{w\} = \begin{Bmatrix} u_c \\ v_c \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \{z_c\}; \\ \{\chi\} = \begin{Bmatrix} \delta \\ \theta \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \{\gamma\}. \end{aligned} \quad (2)$$

Выполнив подстановку (2) в (1), после преобразований получаем систему уравнений движения МС во вращающихся координатах в виде:

$$\begin{aligned} M_r \{\ddot{w}\} + [H_w] \{\dot{w}\} + [K_w] \{w\} + \\ + h_{y\alpha} [E_c] \{\dot{\chi}\} + [K_{w\chi}] \{\chi\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}; \\ (A_r [E] + [I_A]) \{\ddot{\chi}\} + [H_\chi] \{\dot{\chi}\} + [K_\chi] \{\chi\} - \\ - h_{y\alpha} [E_c] \{\dot{w}\} - [K_{w\chi}] \{w\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $[H_w] = h_x [E] + 2\omega M_r [E_c]$;
 $[H_\chi] = h_\alpha [E] + \omega(2A_r - C_r) [E_c]$;
 $[K_w] = (c_x - M_r \omega^2) [E] + \omega h_x [E_c]$;
 $[K_\chi] = (c_\alpha + \omega^2 (C_r - A_r)) [E] + \omega^2 [I_A] + \omega h_\alpha [E_c]$;
 $[K_{w\chi}] = -\omega h_{y\alpha} [E] + c_{y\alpha} [E_c]$.

Для удобства последующего анализа перейдем к безразмерным уравнениям движения. Для этого введем следующие безразмерные ОК МС и безразмерные параметры:

$$\begin{aligned} \{\bar{z}_c\} = \frac{1}{l_w} \{z_c\}; \quad \{\bar{\gamma}\} = \frac{1}{l_\chi} \{\gamma\}; \\ \{\bar{w}\} = \frac{1}{l_w} \{w\}; \quad \{\bar{\chi}\} = \frac{1}{l_\chi} \{\chi\}; \quad \tau = \omega_0 t; \\ \Omega = \frac{\omega}{\omega_0}; \quad \bar{p}_x^2 = \frac{c_x}{M_r \omega_0^2} = 1; \quad \bar{p}_\alpha^2 = \frac{p_\alpha^2}{\omega_0^2} = \frac{c_\alpha}{A_r \omega_0^2}; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \bar{h}_x = \frac{h_x}{M_r \omega_0}; \quad \bar{h}_\alpha = \frac{h_\alpha}{A_r \omega_0}; \\ \bar{c}_{y\alpha} = \frac{c_{y\alpha}}{\omega_0^2 \sqrt{M_r A_r}}; \quad \bar{h}_{y\alpha} = \frac{h_{y\alpha}}{\omega_0 \sqrt{M_r A_r}}; \\ \bar{C}_r = \frac{C_r}{A_r}; \quad \Delta \bar{A}_r = \frac{\Delta A_r}{A_r}, \end{aligned}$$

где масштабные коэффициенты l_w , l_χ выбраны следующим образом:

$$\frac{l_\chi}{l_w} = \sqrt{\frac{M_r}{A_r}}; \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{c_x}{M_r}}.$$

Применение безразмерных параметров позволяет свести к минимуму число независимых параметров. Безразмерные уравнения движения МС в неподвижных координатах получаем в виде:

$$\begin{aligned} \{\bar{z}_c\}'' + \bar{h}_x \{\bar{z}_c\}' + \{\bar{z}_c\} + \\ + \bar{h}_{y\alpha} [E_c] \{\bar{y}\}' + \bar{c}_{y\alpha} [E_c] \{\bar{y}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}; \\ ([E] + [\bar{J}_A(\tau)]) \{\bar{y}\}'' + [\bar{K}_y(\tau)] \{\bar{y}\}' + \bar{p}_\alpha^2 \{\bar{y}\} - \\ - \bar{h}_{y\alpha} [E_c] \{\bar{z}_c\}' - \bar{c}_{y\alpha} [E_c] \{\bar{z}_c\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{где } [\bar{J}_A(\tau)] = \frac{1}{A_r} [J_A(t)] = [T] [\bar{I}_A] [T]^{-1};$$

$$[\bar{I}_A] = \frac{1}{A_r} [I_A] = \Delta \bar{A}_r \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$[\bar{K}_y(\tau)] = \bar{h}_\alpha [E] - \Omega \bar{C}_r [E_c] - 2\Omega [J_A(\tau)] [E_c].$$

Здесь штрих означает операцию дифференцирования по безразмерному времени τ .

Безразмерные уравнения движения анизотропного ротора во вращающихся координатах:

$$\begin{aligned} \{\bar{w}\}'' + [\bar{H}_w] \{\bar{w}\}' + [\bar{K}_w] \{\bar{w}\} + \\ + \bar{h}_{y\alpha} [E_c] \{\bar{x}\}' + [\bar{K}_{w\chi}] \{\bar{x}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} ([E] + [\bar{I}_A]) \{\bar{x}\}'' + [\bar{H}_\chi] \{\bar{x}\}' + [\bar{K}_\chi] \{\bar{x}\} - \\ - \bar{h}_{y\alpha} [E_c] \{\bar{w}\}' - [\bar{K}_{w\chi}] \{\bar{w}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\text{где } [\bar{H}_w] = \bar{h}_x [E] + 2\Omega [E_c];$$

$$[\bar{H}_\chi] = \bar{h}_\alpha [E] + \Omega(2 - \bar{C}_r) [E_c];$$

$$[\bar{K}_w] = (1 - \Omega^2) [E] + \Omega \bar{h}_x [E_c];$$

$$[\bar{K}_\chi] = (\bar{p}_\alpha^2 + \Omega^2 (\bar{C}_r - 1)) [E] + \Omega^2 [\bar{I}_A] + \Omega \bar{h}_\alpha [E_c];$$

$$[\bar{K}_{w\chi}] = -\Omega \bar{h}_{y\alpha} [E] + \bar{c}_{y\alpha} [E_c].$$

4. Влияние инерционной анизотропии ротора

Анализ выполним на примере гироскопического ротора, симметрично установленного относительно его опор. В этом случае система уравнений движения МС (6), (7) распадается на две независимые системы поперечных и угловых колебаний ротора. Поскольку поперечные колебания ротора в данном случае не зависят от его моментов инерции, то, учитывая цель данной работы, дальнейший анализ выполняем только для угловых колебаний. Анализ выполняем, используя традиционные подходы теории малых колебаний и устойчивости движения.

Характеристическое уравнение, соответствующее безразмерным уравнениям угловых колебаний (7), имеет вид:

$$\left| ([E] + [\bar{I}_A]) \lambda_r^2 + [\bar{H}_\chi] \lambda_r + [\bar{K}_\chi] \right| = 0, \quad (8)$$

где λ_r – собственное число МС во вращающихся координатах.

Раскрывая определитель (8) получаем характеристический полином:

$$a_0 \lambda_r^4 + a_1 \lambda_r^3 + a_2 \lambda_r^2 + a_3 \lambda_r + a_4 = 0, \quad (9)$$

$$\text{где } a_0 = 1 - \Delta \bar{A}_r^2; \quad a_1 = 2\bar{h}_\alpha; \quad a_3 = 2\bar{h}_\alpha (\bar{p}_\alpha^2 + \Omega^2);$$

$$a_2 = 2\bar{p}_\alpha^2 + \Omega^2 \left[(\bar{C}_r - 1)^2 + 1 \right] + \bar{h}_\alpha^2 - 2\Delta \bar{A}_r^2 \Omega^2;$$

$$a_4 = \left[\bar{p}_\alpha^2 + \Omega^2 (\bar{C}_r - 1) \right]^2 + \Omega^2 \bar{h}_\alpha^2 - \Delta \bar{A}_r^2 \Omega^4.$$

Найдем выражение для недемпфированных критических скоростей вращения. Поскольку МС рассматривается во вращающихся координатах, то критическим скоростям прямой прецессии (при отсутствии трения) соответствуют равенства [2]:

$$\lambda_r = 0; \quad \bar{h}_\alpha = 0.$$

Выполнив данную подстановку в уравнение (9), получаем, что критические скорости вращения прямой прецессии для анизотропного ротора равны

$$\Omega_K = \pm \bar{p}_\alpha \frac{1}{\sqrt{1 - \bar{C}_r \pm \Delta \bar{A}_r}}. \quad (10)$$

Как видим, инерционная анизотропия приводит «краздвоению» критической частоты вращения. Отметим, также, что для «достаточно коротких» роторов, у которых $\bar{C}_r > 1 + \Delta \bar{A}_r$, критические скорости прямой прецессии вообще отсутствуют (см. (10)).

Проанализируем теперь устойчивость МС. Критерии Рауса-Гурвица для устойчивости полинома (9) имеют вид [8]:

$$a_i > 0, \quad i = 0, \dots, 4; \quad a_1 a_2 a_3 - a_0 a_3^2 - a_1^2 a_4 > 0. \quad (11)$$

Рассмотрим эти условия с точки зрения требований к допустимой анизотропии ротора $\Delta \bar{A}_r$.

Условия $a_1 > 0$ и $a_3 > 0$ выполняются тождественно (при наличии демпфирования в системе). Условие $a_1 a_2 a_3 - a_0 a_3^2 - a_1^2 a_4 > 0$ также всегда выполняется (что нетипично для исследований устойчивости различных МС). Можно показать, что это условие преобразуется в сумму квадратов вида

$$4\bar{h}_\alpha^2 \bar{p}_\alpha^2 \left[\bar{p}_\alpha^2 \Delta \bar{A}_r^2 + \Omega^2 (\bar{C}_r - 2)^2 + \bar{h}_\alpha^2 \right] > 0.$$

Оставшиеся условия $a_0 > 0$, $a_2 > 0$ и $a_4 > 0$ предъявляют определенные требования к параметрам МС и частоте вращения ротора. Анализ показывает, что наиболее «жестким» является последнее условие, а именно

$$a_4 = \left[\bar{p}_\alpha^2 + \Omega^2 (\bar{C}_r - 1) \right]^2 + \Omega^2 \bar{h}_\alpha^2 - \Delta \bar{A}_r^2 \Omega^4 > 0. \quad (12)$$

Условие (12) определяет области устойчивости движения ротора с инерционной анизотропией. Рассматривая выражение в (12) как биквадратное уравнение относительно скорости вращения, условие устойчивости может быть представлено в виде

$$(\Omega^2 - \Omega_{\delta 01}^2)(\Omega^2 - \Omega_{\delta 02}^2) > 0, \quad (13)$$

где $\Omega_{y1,2}$ – границы устойчивости движения ротора по частоте вращения.

Таким образом, в общем случае возможно существование диапазона частот вращения $\Omega_{\delta 01} \leq \Omega \leq \Omega_{\delta 02}$, внутри которого ротор теряет устойчивость. Значения границ устойчивости $\Omega_{y1,2}$ и их существование зависят от параметров МС. В случае отсутствия демпфирования значения границ устойчивости $\Omega_{y1,2}$ совпадают с критическими скоростями Ω_K (12). Полученные результаты, но в упрощенном виде, получены в [1].

Отметим, что для коротких роторов, у которых $\bar{C}_r > 1 + \Delta\bar{A}_r$, отсутствует опасность потери устойчивости из-за анизотропии, поскольку в этом случае критические скорости отсутствуют (см. (10)). Т.е. устойчивость таких роторов не чувствительна к инерционной анизотропии.

На рис. 2 показаны графики критических скоростей вращения и границ устойчивости. Графики построены на основе формул (10), (12), (13) при следующих базовых значениях параметров:

$$\Delta\bar{A}_r = 0,1; \bar{p}_\alpha = 1,25; \bar{h}_\alpha = 0,156; \bar{C}_r = 0,8.$$

Из графиков, в частности видно, что демпфирование в системе делает допустимым наличие некоторого уровня инерционной анизотропии ротора без потери устойчивости движения МС. Представляет интерес оценить допустимый уровень $\Delta\bar{A}_r$.

Условие устойчивости в отношении инерционной анизотропии ротора можно сформулировать следующим образом

$$\Delta\bar{A}_r < [\Delta\bar{A}_r],$$

где $[\Delta\bar{A}_r]$ – допустимая инерционная анизотропия.

В случае если роторная машина работает на одной рабочей частоте вращения $\Omega_{\text{раб}}$, то выражение для допустимой анизотропии можно получить непосредственно из условия устойчивости (12):

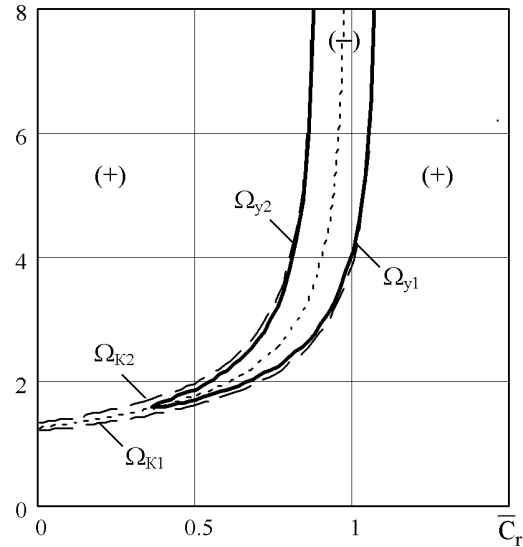
$$[\Delta\bar{A}_r] = \sqrt{\left[\frac{\bar{p}_\alpha^2}{\Omega_{\delta 0\alpha\alpha}^2} + \bar{C}_r - 1 \right]^2 + \frac{\bar{h}_\alpha^2}{\Omega_{\delta 0\alpha\alpha}^2}}. \quad (14)$$

В случае если требуется обеспечить устойчивую работу роторной машины в широком диапазоне частот вращения, то необходимо найти минимум функции, входящей под радикал в выражении (14) (рис. 2, б). После выполнения соответствующего

анализа получает еще одну формулу для допустимой инерционной анизотропии ротора:

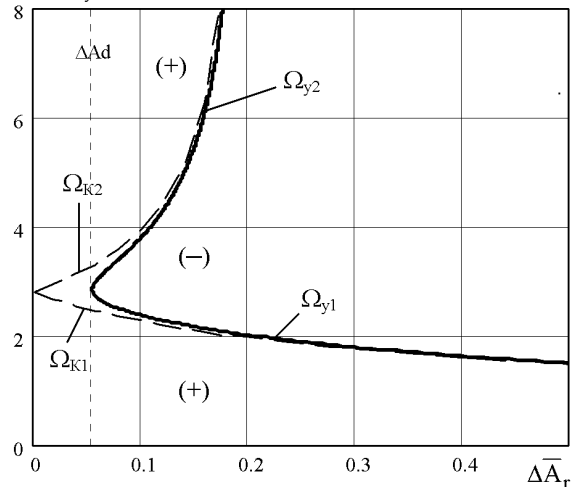
$$[\Delta\bar{A}_r] = \frac{\bar{h}_\alpha}{\bar{p}_\alpha} \sqrt{1 - \bar{C}_r - \frac{1}{4} \frac{\bar{h}_\alpha^2}{\bar{p}_\alpha^2}}. \quad (15)$$

Ω_K, Ω_y



а

Ω_K, Ω_y



б

Рис. 2. Критические скорости вращения и границы устойчивости ротора: (+) – устойчивость; (–) – неустойчивость

Из проведенного анализа, полученных выражений и графиков, следует, что:

1. Наличие инерционной анизотропии ротора может привести к потере устойчивости его движения и повышению вибрации роторной машины. Однако демпфирование в системе делает допустимым наличие некоторого уровня инерционной анизотропии ротора без потери устойчивости движения МС.

2. Чем больше демпфирование, тем менее чувствительна устойчивость ротора к анизотропии.

3. Допустимый уровень инерционной анизотропии наибольший для длинных роторов и наименьший для сферических роторов. Однако при этом следует иметь в виду, что чем ближе ротор к сферическому типу, тем больше его критические скорости и область неустойчивости может находиться вне рабочего диапазона частот вращения.

4. Устойчивость коротких роторов, у которых $\bar{C}_r > 1 + \Delta\bar{A}_r$, не чувствительна к инерционной анизотропии.

Заключение

Таким образом, полученные в работе результаты показывают особенности влияния инерционной анизотропии ротора на динамику и устойчивость его движения. Полученные выражения позволяют количественно оценить допустимый уровень инерционной анизотропии. Это, в свою очередь, дает возможность более обоснованно конструировать и назначать рациональные технологические допуски на изготовление, сборку и монтаж роторов.

Литература

1 Диментберг, Ф.М. *Вибрации в технике [Текст]: Справочник.* / Ф.М. Диментберг, К.С. Колесников. – М.: Машиностроение, 1980. – Т. 3: Коле-

бания машин, конструкций и их элементов. – 544 с.

2 Диментберг, Ф.М. *Колебания машин [Текст]* / Ф.М. Диментберг, К.Т. Шаталов, А.А. Гусаров. – М.: Машиностроение. – 1964. – 308 с.

3 Genta, G. *Dynamics of Rotating Systems [Text]* / G. Genta. – New York: Springer, 2005. – 658 p.

4 Рагульскис, К.М. *Вибрации роторных систем [Текст]* / К.М. Рагульскис, Рем.Д. Ионушас, А.К. Бакишис. – Вильнюс: Мокслас, 1976. – 232 с.

5 Броузенс, Р. *Об устойчивости вращения ротора, обладающего несимметрией инерции и несимметрией жесткости вала [Текст]* / Р. Броузенс, С. Кренделл // *Труды амер. общества инж.-механиков. Прикл. механика.* – 1961. – Т. 28, № 4. – С. 97-101.

6 Цырлин, А.Л. *Динамика роторов двойной жесткости [Текст]* / А.Л. Цырлин. // *Динамика гибких роторов: сб.* – М.: Наука, 1972. – 106 с.

7 Филимоныхин, Г.Б. *Влияние массы шаров автобалансира на структуру уравнений движения двухопорного ротора [Текст]* / Г.Б. Филимоныхин, А.Н. Горбенко // *Автоматизация производственных процессов в машиностроении и приборостроении: Украинский межведом. науч.-техн. сб.* – Львов: Национальный ун-т "Львовская политехника", 2011. – Вып. 45. – С. 478-488.

8 Меркин, Д.Р. *Введение в теорию устойчивости [Текст]* / Д.Р. Меркин. – М.: Наука, 1987. – 304 с.

Поступила в редакцию 05.04.2013, рассмотрена на редколлегии 12.06.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф., проф. кафедры В.И. Просвирнин, Керченский государственный морской технологический университет, Керчь, Украина.

ПРО ДОПУСТИМИЙ РІВЕНЬ ІНЕРЦІЙНОЇ АНІЗОТРОПІЇ ГІРОСКОПІЧНОГО РОТОРА

О.М. Горбенко

У роботі розглядаються особливості динаміки ротора, який має різні моменти інерції щодо його поперечних осей. Отримано безрозмірні рівняння руху та умови стійкості системи. Показано, що демпфірування в системі робить допустимим наявність деякого рівня інерційної анизотропії ротора без втрати стійкості руху. Отримано і проаналізовано вираження для максимально допустимого інерційної анизотропії ротора з точки зору стійкості його руху. Отримані результати дають можливість більш обґрунтовано призначати раціональні технологічні допуски на виготовлення, складання і монтаж роторів.

Ключові слова: ротор, інерційна анизотропія, стійкість, коливання, моменти інерції, критичні швидкості.

ON THE PERMISSIBLE LEVEL OF ANISOTROPY OF THE GYROSCOPIC INERTIA OF THE ROTOR

A.N. Gorbenko

The paper discusses the features of the dynamics of the rotor, which has different moments of inertia about its transverse axis. The dimensionless equations of motion and stability conditions of the system were obtained. It is shown that the system damping makes valid the presence of some level of inertia anisotropy of the rotor without losing stability of motion. The expression for the maximum anisotropy of inertia of the rotor from the point of view of motion stability was obtained and analyzed. The results make it possible to choose more soundly rational technological tolerances for manufacturing, assembly and assembly of the rotors.

Key words: rotor, inertia anisotropy, stability, vibration, moments of inertia, the critical speed.

Горбенко Александр Николаевич – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры судовых энергетических установок Керченского государственного морского технологического университета, Керчь, Украина, e-mail: gan@kerch.net., www.gorbenko-a-n.narod.ru.