

УДК 621.324

Г.А. КУЧУК

*Харьковский университет Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, Украина***МЕТОД ОПЕРАТИВНОЙ ОЦЕНКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК АГРЕГИРОВАННОГО ТРАФИКА**

*Предложен метод, позволяющий получить оперативную оценку основных статистических характеристик агрегированного трафика на коммутационном узле мультисервисной сети, осуществляющем статистическое мультиплексирование входных потоков. Метод основывается на аппроксимации функции плотности распределения скорости отдельного входного потока. Для получения оценки достаточно значений максимальной битовой скорости и берстности каждого входного потока, которые рассчитываются по отсчетам трафика. Точность и временные затраты на расчет оценки определяются масштабом шкалы отсчетов коммутационного узла.*

**Ключевые слова:** агрегированный трафик, мультисервисная сеть, коммутационный узел, берстность, функция плотности распределения, битовая скорость потока.

**Введение**

В настоящее время повсеместно, в том числе и на предприятиях авиационной промышленности, быстрыми темпами развиваются новые информационные и телекоммуникационные технологии, направленные на повышение пропускной способности существующих сетей передачи данных. Успехи в области средств вычислительной техники, использование передающих сред с высокими скоростями передачи и малыми значениями вероятности ошибки, резкое увеличение объемов передаваемого трафика привели к созданию информационно-управляющих систем, телекоммуникационная среда которых является мультисервисной, предполагает многочисленные модификации быстрой коммутации пакетов, широкополосную пакетную коммутацию [1].

**Постановка проблемы в общем виде.** В современных мультисервисных сетях необходимо проведение предварительной оценки уровня требований к основным параметрам сети, в первую очередь к производительности центров коммутации и необходимой скорости передачи цифровых трактов связи, что позволяет установить соответствие между спросом, емкостью и пропускной способностью и дает ответ на вопрос о возможности предоставления того или иного вида услуг. Однако решению данной проблемы препятствует большое количество факторов, таких как малоизученность телекоммуникационных сетей с интегральным трафиком, отсутствие общих методик расчета характеристик трафика в таких сетях и др.

**Анализ последних исследований и публикаций.** В [2] показано, что широкий диапазон скоро-

стей передачи, существенный статистический характер информационных потоков в интегральных сетях, большое разнообразие сетевых конфигураций значительно усложняют описание трафика в современных информационных системах по сравнению с классическими сетями связи. В [3] обосновано требование наличия возможности любого изменения ширины полосы пропускания канала, причем плавно и практически на любую величину, что делает в ряде случаев неприемлемым для анализа характеристик реального сетевого трафика использование классического подхода [3], основанного на марковских или полумарковских моделях и предположениях о пуассоновском характере потоков [1 – 3]. В ряде работ анализ характеристик трафика проводится на основе его статистического характера в системах с долговременно зависимыми процессами на входе [4, 5]. Однако, в общем виде проблема оперативного получения характеристик реального трафика в мультисервисных сетях, на сегодня не решена [6]. В частности, актуальной является задача получения оперативной оценки статистических характеристик трафика, образуемого на коммутационных узлах сети при агрегировании отдельных информационных потоков, направляемых по одному маршруту.

Поэтому **целью данной статьи** является разработка метода, позволяющего получить оперативную оценку основных статистических характеристик агрегированного трафика на коммутационном узле мультисервисной сети, осуществляющем статистическое мультиплексирование входных потоков, используя значения отсчетов входных потоков.

**Результаты исследований**

Рассмотрим коммутационный узел мультисервисной сети, на котором для дальнейшего прохождения по сети агрегируется  $I$  входящих потоков (ВП) [3]. Пусть  $i$ -й поток ( $i = \overline{1, I}$ ) характеризуется случайным процессом  $V_i(t)$ , определяющим семейство случайных функций скорости передачи информации конкретных сеансов. Данный стохастический процесс, рассматриваемый в течении некоторого временного интервала  $[0, T_i]$ , можно охарактеризовать параметрами [4]:  $V_i^{(max)} = \max_{t \in [0, T_i]} V_i(t)$  – пиковой скоростью передачи  $i$ -го ВП;  $V_i^{(cp)} = \int_0^{T_i} V_i(t) dt - 0$  – средней скоростью передачи (математическим ожиданием)  $i$ -го ВП;  $k_i^{(p)} = \frac{V_i^{(max)}}{V_i^{(cp)}}$  – берстностью [3], определяющей соотношение между величинами пиковой и средней скорости;  $T_i^{(max)}$  – длительностью пиковой нагрузки.

Пусть объем информации, переданной за время  $t \in [0, T_i]$ , характеризуется случайной величиной  $W_i(t)$  с максимально возможным значением

$$W_i^{(max)} = V_i^{(max)} \cdot T_i^{(max)}. \quad (1)$$

Тогда 
$$V_i(t) = \frac{dW_i(t)}{dt}. \quad (2)$$

Рассмотрим вероятность достижения пиковой скорости передачи трафика  $i$ -го ВП на рассматриваемом временном интервале  $[0, T_i]$ , равную

$$P_i = P\left(V_i(t) = V_i^{(max)}\right). \quad (3)$$

Из (1) и (3) следует, что рассматриваемая вероятность характеризует не только скорость передачи информации, но и передаваемые объемы:

$$\begin{aligned} V_i(t) = V_i^{(max)} &\Rightarrow \left(V_i(t) \cdot T_i^{(max)} = V_i^{(max)} \cdot T_i^{(max)}\right) \equiv \\ &\equiv \left(W_i(t) = W_i^{(max)}\right) \Rightarrow P_i = P\left(W_i(t) = W_i^{(max)}\right). \end{aligned}$$

Разобьем временной интервал  $[0, T_i]$  на два подмножества вложенных интервалов следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathfrak{Z}_i^{(1)} \cup \mathfrak{Z}_i^{(2)} &= [0, T_i]; \quad \mathfrak{Z}_i^{(1)} \cap \mathfrak{Z}_i^{(2)} = \emptyset; \\ \forall t^{(1)} \in [t_i^{(1)}; t_i^{(1)}] &\subset \mathfrak{Z}_i^{(1)} \Rightarrow V_i(t^{(1)}) = V_i^{(max)}; \quad (4) \end{aligned}$$

$$\forall t^{(2)} \in [t_i^{(2)}; t_i^{(2)}] \subset \mathfrak{Z}_i^{(2)} \Rightarrow V_i(t^{(2)}) < V_i^{(max)}.$$

Разбиение (4) позволяет определить длительность пиковой нагрузки на заданном интервале

$$T_i^{(max)} = \sum_{[t_i^{(1)}; t_i^{(1)}] \subset \mathfrak{Z}_i^{(1)}} \left| t_i^{(1)} - t_i^{(1)} \right| \quad (5)$$

и найти значение вероятности достижения пиковой скорости передачи трафика  $i$ -го ВП на рассматриваемом временном интервале. Для этого рассчитаем площади, соответствующие  $\mathfrak{Z}_i^{(1)}$  и  $\mathfrak{Z}_i^{(2)}$ :

$$\Theta_1 = \int_{\mathfrak{Z}_i^{(1)}} V_i(t) dt = V_i^{(max)} \cdot T_i^{(max)}; \quad (6)$$

$$\Theta_2 = \int_{\mathfrak{Z}_i^{(2)}} V_i(t) dt; \quad (7)$$

$$\Theta = \Theta_1 + \Theta_2 = V_i^{(max)} \cdot T_i^{(max)} + \Theta_2. \quad (8)$$

Тогда искомая вероятность равна

$$P_i = \frac{\Theta_1}{\Theta} = \frac{V_i^{(max)} \cdot T_i^{(max)}}{V_i^{(max)} \cdot T_i^{(max)} + \Theta_2}. \quad (9)$$

Используя обобщенную интегральную теорему о среднем запишем, что

$$\exists \eta \in [0, T_i] \mid \Theta_2 = V_i(\eta) \cdot (T_i - T_i^{(max)}). \quad (10)$$

Учитывая, что

$$\Theta = \Theta_1 + \Theta_2 = V_i^{(cp)} \cdot T_i, \quad (11)$$

а также выражение (7), найдем значение  $\Theta_2$ :

$$\Theta_2 = \Theta_2 = V_i^{(cp)} \cdot T_i - V_i^{(max)} \cdot T_i^{(max)}. \quad (12)$$

Заметим, что из (10) и (12) следует, что

$$V_i(\eta) = \frac{\Theta_2}{T_i - T_i^{(max)}} = \frac{V_i^{(cp)} \cdot T_i - V_i^{(max)} \cdot T_i^{(max)}}{T_i - T_i^{(max)}}.$$

Из (9) и (11) получаем, что

$$P_i = \frac{V_i^{(max)} \cdot T_i^{(max)}}{V_i^{(cp)} \cdot T_i} = k_i^{(p)} \cdot \frac{T_i^{(max)}}{T_i}. \quad (13)$$

Так как рассматривается трафик отдельного источника, то  $\Theta_2 > 0$  [3], т.е. исходя из (12) получим:

$$V_i^{(cp)} \cdot T_i - V_i^{(max)} \cdot T_i^{(max)} > 0;$$

$$\frac{V_i^{(max)}}{V_i^{(cp)}} \cdot \frac{T_i^{(max)}}{T_i} < 1 \Rightarrow k_i^{(p)} \cdot \frac{T_i^{(max)}}{T_i} < 1,$$

что согласуется с выражением (13).

Зная вероятность достижения пиковой скорости можно определить вероятность того, что пиковая скорость не будет достигнута:

$$q_i = 1 - p_i = P\left(V_i(t) < V_i^{(\max)}\right). \quad (14)$$

Для дальнейшего анализа необходимо знать величину разброса возможных значений случайной величины  $V_i$  на рассматриваемом временном интервале  $[0, T_i]$ . Для этого определим плотность распределения  $f(V_i)$  данной случайной величины, при которой достигается  $\sup D[V_i]$ . При известной плотности вероятности дисперсия рассчитывается как

$$\begin{aligned} D[V_i] &= \int_{-\infty}^{\infty} V_i^2 f(V_i) dV_i - M^2[V_i] = \\ &= \int_0^{V_i} V_i^2 f(V_i) dV_i - \left( \int_0^{V_i} V_i f(V_i) dV_i \right)^2. \end{aligned} \quad (15)$$

Аргумент  $V_i$  принимает значения в диапазоне от  $V_i^{(\min)}$  до  $V_i^{(\max)}$  ( $0 \leq V_i^{(\min)} < V_i^{(\max)}$ ). Исходя из этого проведем аппроксимацию  $D[V_i]$ , разбив отрезок  $\Delta = [V_i^{(\min)}; V_i^{(\max)}]$  на  $n$  равных частей

$\Delta_j = [V_i^{(j-1)}; V_i^{(j)}]$  таким образом, что:

$$\bigcup_{j=1}^n \Delta_j = \Delta; \quad \bigcap_{j=1}^n \Delta_j = \emptyset.$$

Тогда, выбрав внутри каждого отрезка  $\Delta_j$  по теореме об интегральном среднем точку  $\xi_j$ , дисперсию можно представим, исходя из (11), как

$$D[V_i] = \sum_{o=1}^n \xi_o^2 \cdot \int_{V_i^{(o-1)}}^{V_i^{(o)}} f(V_i) dV_i - \left( \sum_{o=1}^n \xi_o \int_{V_i^{(o-1)}}^{V_i^{(o)}} f(V_i) dV_i \right)^2. \quad (16)$$

Заметив, что  $\int_{V_i^{(j-1)}}^{V_i^{(j)}} f(V_i) dV_i = p_j$ ,  $\sum_{j=1}^n p_j = 1$  и

обозначив  $\vec{p} = (p_1, \dots, p_n)$ , найдем экстремум дисперсии (16), используя метод множителей Лагранжа для задачи оптимизации:

$$\sum_{j=1}^n p_j \cdot \xi_j^2 - \left( \sum_{j=1}^n p_j \cdot \xi_j \right)^2 \rightarrow \text{extr}; \quad \sum_{j=1}^n p_j = 1, \quad p_j \geq 0. \quad (17)$$

Составим лагранжиан задачи (17):

$$L(\vec{p}, \lambda) = \sum_{j=1}^n p_j \cdot \xi_j^2 - \left( \sum_{j=1}^n p_j \cdot \xi_j \right)^2 - \lambda \left( \sum_{j=1}^n p_j - 1 \right)$$

и найдем его безусловный экстремум из следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial p_j} = 0, j = \overline{1, n}; \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \xi_j^2 - 2\xi_j \left( \sum_{j=1}^n p_j \cdot \xi_j \right) - \lambda = 0; \\ \sum_{j=1}^n p_j - 1 = 0. \end{cases} \quad (18)$$

Из первого уравнения системы найдем  $\xi_j$ :

$$\xi_j = \tilde{m}_\xi \pm \sqrt{\tilde{m}_\xi^2 + \lambda}, \quad \text{где } \tilde{m}_\xi = \sum_{j=1}^n p_j \cdot \xi_j, \quad (19)$$

т.е. для множителей Лагранжа, удовлетворяющих условию  $\lambda > -\tilde{m}_\xi^2$  существует ровно два различных значения  $\xi_j$ :  $\xi_1$  и  $\xi_2$ , при этом:

$$n = 2; \quad p_1 = p_i; \quad p_2 = 1 - p_1 = q_i,$$

т.е. функция распределения вероятности имеет дискретный вид, а плотность распределения

$$f(V_i) = p_i \delta(V_i - \xi_1) + q_i \delta(V_i - \xi_2), \quad (20)$$

где  $\delta(\cdot)$  – функция Дирака.

Тогда для случайной величины  $V_i$ :

$$M[V_i] = p_i \xi_1 + q_i \xi_2 = p_i \xi_1 + (1 - p_i) \xi_2; \quad (21)$$

$$D[V_i] = (1 - p_i) p_i (\xi_1 - \xi_2)^2. \quad (21)$$

Очевидно, что  $\sup D[V_i]$  достигается при максимальном значении множителя  $(\xi_1 - \xi_2)^2$ , т.е.

$$\xi_1 = V_i^{(\max)}; \quad \xi_2 = V_i^{(\min)}. \quad (23)$$

Из (21) – (23) следует, что

$$M[V_i] = p_i V_i^{(\max)} + (1 - p_i) V_i^{(\min)}. \quad (24)$$

Но  $M[V_i] = V_i^{(cp)}$ , а значение  $V_i^{(\min)}$  для реальных процессов можно приравнять к нулю, т.е.:

$$p_i = V_i^{(cp)} / V_i^{(\max)} = \left( k_i^{(p)} \right)^{-1}; \quad (25)$$

$$D[V_i] = (1 - p_i) p_i \left( V_i^{(\max)} \right)^2. \quad (26)$$

Учитывая то, что ВП, поступающие на коммутационный узел, независимы, исходя из выражений (25) – (27) рассчитаем математическое ожидание и дисперсию агрегированного потока:

$$M_a = \sum_{i=0}^I \frac{V_i^{(\max)}}{k_i^{(p)}}, \quad D_a = \sum_{i=0}^I \frac{1 - k_i^{(p)}}{\left( k_i^{(p)} \right)^2} \left( V_i^{(\max)} \right)^2. \quad (27)$$

Значения переменных  $V_i^{(\max)}$  и  $k_i^{(p)}$  можно получить по отсчетам ВП на коммутационном узле значений случайной величины  $V_i$ .

## Выводы и перспективы дальнейших исследований

В статье рассмотрен метод, позволяющий получить оперативную оценку основных статистических характеристик (на примере математического ожидания и дисперсии) агрегированного трафика на коммутационном узле мультисервисной сети, осуществляющем статистическое мультиплексирование входных потоков. Предложенный метод основывается на аппроксимации функции плотности распределения скорости отдельного входного потока трафика. Доказано, что для получения оценки достаточно значений максимальной битовой скорости и берстности каждого входного потока, которые рассчитываются по отсчетам трафика. Точность и временные затраты на расчет оценки определяются масштабом шкалы отсчетов коммутационного узла. Крупномасштабные шкалы повышают оперативность расчета значений статистических характеристик, однако дают существенную погрешность оценки, мелкомасштабные шкалы увеличивают затраты вычислительного ресурса коммутационного узла, однако снижают ошибку репрезентативности. Поэтому задача выбора оптимальной шкалы отсчетов трафика, поступающего на коммутационный узел мультисер-

висной сети, является направлением дальнейших исследований.

## Литература

1. Куроуз, Дж. Компьютерные сети. 2-е изд [Текст] / Дж. Куроуз, К. Росс. – СПб.: Питер, 2004. – 765 с.
2. Крылов, В.В. Теория телетрафика и ее приложений [Текст] / В.В. Крылов, С.С. Самохвалова – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 288 с.
3. Кучук, Г.А. Управление ресурсами инфотелекоммуникаций [Текст] / Г.А. Кучук, Р.П. Гахов, А.А. Паинев. – М.: Физматлит, 2006. – 220 с.
4. Кучук, Г.А. Моделювання трафіка мультисервісної розподіленої телекомунікаційної мережі [Текст] / Г.А. Кучук, І.Г. Кіріллов, А.А. Паинев // Системи обробки інформації. – Х.: ХУ ПС, 2006. – Вип. 9 (58). – С. 50 – 59.
5. Кучук, Г.А. Розрахунок навантаження мультисервісної мережі [Текст] / Г.А. Кучук, Я.Ю. Стасєва, О.О. Болюбаиш // Системи озброєння і військова техніка. – 2006. – № 4 (8). – С. 130 – 134.
6. Олифер, В.Г. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы [Текст] / В.Г. Олифер, Н.А. Олифер. – СПб.: Питер, 2012. – 943 с.

Поступила в редакцию 30.05.2013, рассмотрена на редколлегии 12.06.2013

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., зав. каф. В.А. Краснобаев, Полтавский национальный технический университет им. Ю. Кондратюка, Полтава.

## МЕТОД ОПЕРАТИВНОЇ ОЦІНКИ СТАТИСТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК АГРЕГОВАНОГО ТРАФІКА

*Г.А. Кучук*

Запропоновано метод, що дозволяє отримати оперативну оцінку основних статистичних характеристик агрегованого трафіка на комутаційному вузлі мультисервісної мережі, яка здійснює статистичне мультиплексування вхідних потоків. Метод ґрунтується на апроксимації функції щільності розподілу швидкості окремого вхідного потоку. Для отримання оцінки достатньо значень максимальної бітової швидкості та берстності кожного вхідного потоку, що розраховуються по відліках трафіка. Точність і часові витрати на розрахунок оцінки визначаються масштабом шкали відліків комутаційного вузла.

**Ключові слова:** агрегований трафік, мультисервісна мережа, комутаційний вузол, берстність, функція щільності розподілу, бітова швидкість потоку.

## METHOD OF THE AGGREGATED TRAFFIC STATISTICAL DESCRIPTIONS OPERATIVE ESTIMATION

*G.A. Kuchuk*

A method, allowing to get the operative estimation of basic statistical descriptions of the aggregated traffic on the interconnect knot of multiservice network, carrying out the statistical multiplexing of input streams, is offered. A method is based on approximation of function of closeness of distributing of speed of separate input stream. For the receipt of estimation there are enough values of high bit speed and berst of every input stream, which settle accounts on counting out of traffic. Exactness and temporal expenses on the calculation of estimation is determined the scale of scale of counting out of interconnect knot.

**Key words:** aggregated traffic, multiservice network, interconnect knot, berst, function of distributing closeness, bit flowrate.

**Кучук Георгий Анатольевич** – д-р техн. наук, ст. науч. сотр., ведущий научный сотрудник научного центра Харьковского университета Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, Харьков, Украина; e-mail: kuchuk56@yandex.ru.