

УДК 629.735.33.002: 621.9.06-529: 004.421

В.Ф. СОРОКИН, Т.П. БУТ, В.В. КОМБАРОВ*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина*

СИНТЕЗ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ТРАЕКТОРИЙ ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ РАСФРЕЗЕРОВКИ ОТВЕРСТИЙ

Рассмотрены способы формообразования отверстий в корпусных деталях высокоскоростным фрезерованием. Предложено траекторию перемещения инструмента при расфрезеровке отверстий задавать эвольвентой окружности. Отмечены преимущества эвольвентных траекторий обработки по сравнению с траекториями, образованными из сопряженных дуг окружностей, архимедовых спиралей и винтовых линий. Показано, что эвольвентная спираль обеспечивает равномерное снятие припуска и бесконечно-гладкое сопряжение с окружностью заданного радиуса. Решена задача построения эвольвенты, начинающейся в произвольной точке внутри окружности и сопрягающейся с этой окружностью. Разработаны алгоритмы синтеза эвольвентных траекторий, обеспечивающих гладкость графиков изменения скорости, ускорения и рывка при черновом и чистовом высокоскоростном фрезеровании. Приведен пример реализации предложенного способа расфрезеровки.

Ключевые слова: высокоскоростная обработка, траектория инструмента, эвольвента, кинематические параметры движения, скорость, ускорение, рывок.

Введение

В настоящее время эффективным методом формообразования отверстий в корпусных деталях (рис. 1) является их расфрезеровка на высокоскоростных станках с ЧПУ. Причем, в случае обработки отверстий большого диаметра, глухих отверстий или отверстий в закаленных заготовках этот метод предпочтительнее сверления.

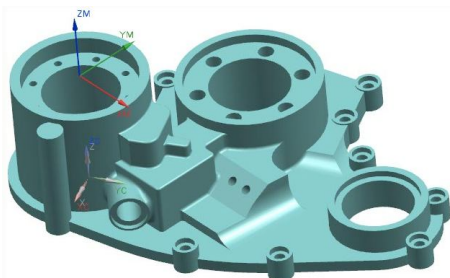


Рис. 1. Корпусная деталь с отверстиями



Рис. 2. Расфрезеровка отверстия

Самым распространенным способом обработки отверстий на фрезерных станках с ЧПУ, оснащенных линейно-круговыми интерполяторами, является обработка по спирали, образованной сопряженными

дугами окружностей. В учебниках [1 – 3] приведены алгоритмы построения спиралей из сопряженных дуг окружностей с двумя и четырьмя полюсами. Однако, как было отмечено, например, в работах [4, 5] в точках сопряжения дуг окружностей из-за негладкости производных происходит излом графика изменения скорости и разрыв графиков изменения ускорений и рывков. Эти разрывы при увеличении скоростей обработки вызывают значительные скачкообразные изменения значений кинематических параметров движения инструмента, которые могут превысить технические возможности оборудования и существенно увеличить погрешность позиционирования его рабочих органов. Поэтому траекторию высокоскоростной обработки целесообразно задавать цепочкой последовательно сопряженных между собой дуг окружностей.

Перспективной траекторией расфрезеровки отверстий, при которой обеспечивается равномерное снятие припуска на каждом витке, считается архимедова спираль [2, 3]. Однако, во первых, архимедова спираль не сопрягается с окружностью даже по первой производной, а во вторых в системах ЧПУ пока отсутствуют интерполяторы обеспечивающие движение по данной траектории.

От ситуации с разрывами производных и отсутствием интерполятора свободен способ расфрезеровки отверстий по винтовой траектории осуществляемой при помощи винтового интерполятора, имеющегося в современных системах ЧПУ. При винтовой интерполяции параллельно выполняются два движения: плоское круговое и вертикальное линейное. Однако, этот способ также имеет ограни-

чение на применение, а именно: диаметр фрезы при черновой обработке должен быть больше половины диаметра отверстия. Это ограничение существенно при обработке отверстий большого диаметра.

В некоторых современных устройствах ЧПУ кроме линейного, кругового и винтового интерполятора имеется интерполятор эвольвентный [7]. Однако, в системах автоматизированного программирования отсутствуют методы синтеза эвольвентных траекторий обработки.

Целью данной статьи является обоснование целесообразности использования эвольвентных траекторий перемещения инструмента при высокоскоростной ЧПУ обработке отверстий и разработка метода создания этих траекторий.

1. Эвольвента окружности

Эвольвента плоской линии **E** – это кривая **Ev**, нормаль к которой в каждой её точке является касательной к исходной линии **E**. При этом линия **E** называется эволютой кривой **Ev**.

Если линия **E** задана уравнением $\mathbf{r} = \mathbf{r}(u)$, то уравнение семейства её эвольвент имеет вид:

$$\mathbf{Ev}(u) = \mathbf{r}(u) + (a-u) \cdot \mathbf{r}'(u), \quad (1)$$

где $\mathbf{r}'(u)$ – производная функции $\mathbf{r}(u)$;

a – произвольное число.

Рассмотрим уравнение окружности в декартовой системе координат с началом в точке **O** (рис. 3,б).

$$x(\varphi) = r \cdot [\cos(\varphi) - 1], \quad y(\varphi) = r \cdot \sin(\varphi),$$

где r – радиус окружности, φ – параметр.

Тогда из (1) уравнение эвольвенты этой окружности (кривая **Ev**) при $a = 0$ будет иметь вид:

$$\begin{aligned} x(\varphi) &= r \cdot [\cos(\varphi) + \varphi \cdot \sin(\varphi) - 1], \\ y(\varphi) &= r \cdot [\sin(\varphi) - \varphi \cdot \cos(\varphi)]. \end{aligned} \quad (2)$$

Радиус кривизны в произвольной точке кривой **Ev** и длина дуги на участке $[0, \varphi]$ определяются по формулам:

$$R_{кр}(\varphi) = r \cdot (a - \varphi), \quad L[0, \varphi] = \frac{r}{2} \cdot (a - \varphi)^2; \quad (3)$$

Производная кривой (2) имеет вид:

$$\frac{dy(\varphi)}{dx(\varphi)} = \frac{dy}{d\varphi} / \frac{dx}{d\varphi} = \frac{\varphi \cdot \sin(\varphi)}{\varphi \cdot \cos(\varphi)} = \text{tg}(\varphi);$$

Рассмотрим множество значений параметра $\varphi_i = 2 \cdot \pi \cdot i$, $i = 1, 2, 3, \dots$, тогда из (2) и (3)

$$x(\varphi_i) = 0, \quad y(\varphi_i) = -r \cdot 2 \cdot \pi \cdot i, \quad R_{кр}(\varphi_i) = r \cdot 2 \cdot \pi \cdot i. \quad (4)$$

Откуда следует, что эвольвента **Ev** в точках $x(\varphi_i), y(\varphi_i)$ сопрягается с окружностями

$$x_c(\alpha) = R_i \cdot \sin(\alpha), \quad y_c(\alpha) = -R_i \cdot \cos(\alpha),$$

где $R_i = r \cdot 2 \cdot \pi \cdot i$ (рис. 3, а). При этом, так как

$$\frac{dy_c(\alpha)}{dx_c(\alpha)} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \text{tg}(\alpha) = \frac{dy(\varphi)}{dx(\varphi)} \quad \text{при } \varphi = \alpha,$$

то сопряжение эвольвенты **Ev** с окружностями радиуса R_i в точках, соответствующих значениям параметра $\varphi_i = 2 \cdot \pi \cdot i$, является гладким класса C^∞ , а значит эвольвента окружности может использоваться для моделирования траекторий высокоскоростной обработки закрытых колодцев, ограниченных окружностями.

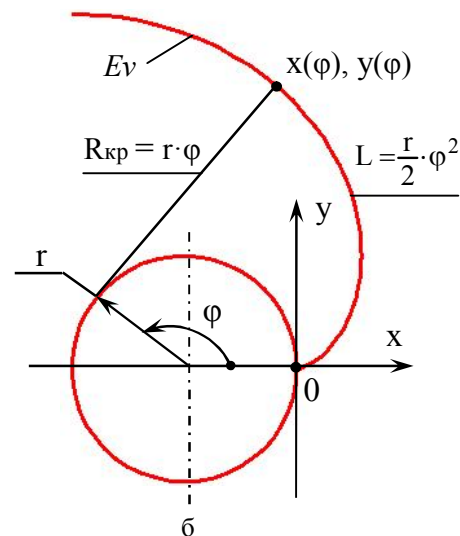
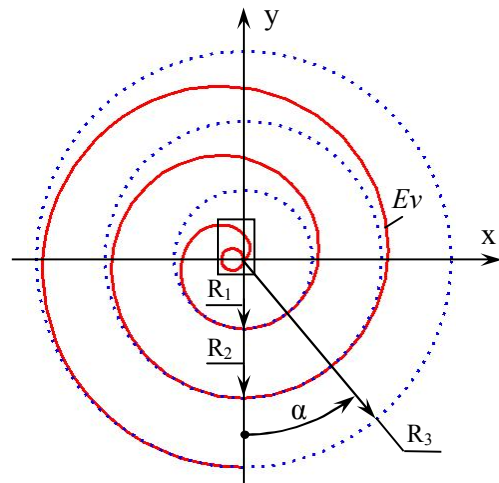


Рис. 3. Эвольвента окружности и её характеристики

Из условий (4) найдем радиус эволюты для эвольвенты, касающейся окружности радиуса R в точке $(x = 0, y = -R)$:

$$r = \frac{R}{2 \cdot \pi \cdot n}, \quad (5)$$

где n – задаваемое количество витков эвольвенты до касания с окружностью.

2. Касание эвольвенты с окружностью в заданной точке окружности

Уравнение эвольвенты, касающейся окружности радиуса R в заданной точке T_ψ ($x = R \cdot \sin(\psi)$, $y = -R \cdot \cos(\psi)$), найдем, повернув систему координат уравнения (2) на угол ψ по часовой стрелке (см. рис. 4). В результате получим:

$$\begin{aligned} x(\varphi) &= r \cdot [\cos(\varphi + \psi) + \varphi \cdot \sin(\varphi + \psi) - \cos(\psi)]; \\ y(\varphi) &= r \cdot [\sin(\varphi + \psi) - \varphi \cdot \cos(\varphi + \psi) - \sin(\psi)]; \quad (6) \\ \varphi &= 0 \dots 2 \cdot \pi \cdot n. \end{aligned}$$

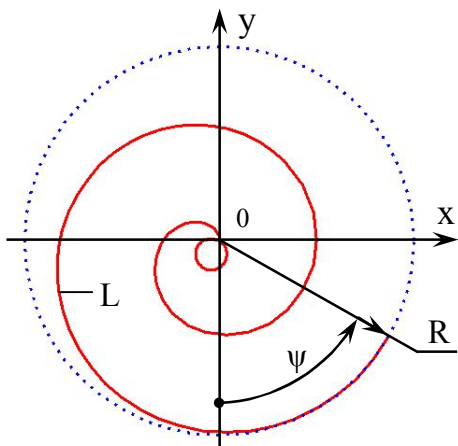


Рис. 4. Касание окружности в заданной точке

3. Начальная точка эвольвенты в заданной точке внутри окружности

При синтезе траектории перемещения инструмента, важно иметь возможность начинать движение из произвольной точки. Поэтому решим задачу построения эвольвенты, касающейся окружности радиуса R и начинающейся в произвольной точке внутри окружности.

Пусть $T_0(x_0, y_0)$ – произвольная точка (рис. 5), для которой справедливо соотношение

$$\rho = \sqrt{x_0^2 + y_0^2} < R. \quad (7)$$

Используя уравнение (1) найдем расстояние от точки O до произвольной точки эвольвенты

$$\begin{aligned} \rho(\varphi) &= \sqrt{x(\varphi)^2 + y(\varphi)^2} = \\ &= \sqrt{(r \cdot \cos(\varphi) + r \cdot \varphi \cdot \sin(\varphi) - r)^2 + (r \cdot \sin(\varphi) - r \cdot \varphi \cdot \cos(\varphi))^2}. \end{aligned}$$

После преобразований получим:

$$\begin{aligned} \rho(\varphi) &= r \cdot \sqrt{2 + \varphi^2 - 2 \cdot (\cos(\varphi) + \varphi \cdot \sin(\varphi))} \geq 0; \quad (8) \\ \forall \varphi &\in [0, 2\pi n]. \end{aligned}$$

Функция (8) является монотонно возрастающей, так как $\forall \varphi \in [0, 2\pi \cdot n]$:

$$\frac{d\rho(\varphi)}{d\varphi} = r \cdot \frac{\varphi \cdot (1 - \cos(\varphi))}{\sqrt{2 + \varphi^2 - 2 \cdot (\cos(\varphi) + \varphi \cdot \sin(\varphi))}} \geq 0.$$

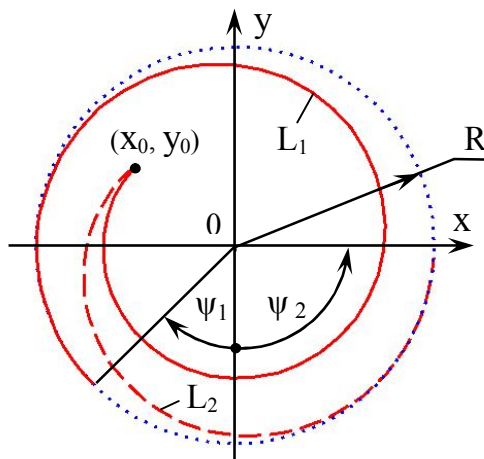


Рис. 5. Начало эвольвенты в заданной точке

Поэтому уравнение

$$r^2 \cdot [2 + \varphi^2 - 2 \cdot (\cos(\varphi) + \varphi \cdot \sin(\varphi))] = x_0^2 + y_0^2 \quad (9)$$

имеет единственное решение $\varphi = \varphi_0$ – это значение параметра эвольвенты, при котором некоторая точка T_P с координатами

$$\begin{aligned} x_P &= r \cdot (\cos(\varphi_0) + \varphi_0 \cdot \sin(\varphi_0) - 1), \\ y_P &= r \cdot (\sin(\varphi_0) - \varphi_0 \cdot \cos(\varphi_0)) \end{aligned}$$

лежит на той же окружности, что и точка T_0 .

Угол между радиус-векторами точек T_0 и T_P найдем из уравнения

$$\cos(\psi) = \frac{\mathbf{T}_0 \cdot \mathbf{T}_P}{|\mathbf{T}_0| \cdot |\mathbf{T}_P|} = \frac{x_0 \cdot x(\varphi_0) + y_0 \cdot y(\varphi_0)}{x_0^2 + y_0^2}. \quad (10)$$

Таким образом искомая эвольвента, начинающаяся в точке T_0 и касающаяся окружности радиуса R будет описываться уравнениями

$$\begin{aligned} x(\varphi) &= r \cdot [\cos(\varphi + \psi) + \varphi \cdot \sin(\varphi + \psi) - \cos(\psi)]; \\ y(\varphi) &= r \cdot [\sin(\varphi + \psi) - \varphi \cdot \cos(\varphi + \psi) - \sin(\psi)]; \quad (11) \\ \varphi &= \varphi_0 \dots 2 \cdot \pi \cdot n, \end{aligned}$$

где r – радиус эволюты искомой эвольвенты – определяется по формуле (5);

φ_0 – начальный угол эвольвенты – определяется из решения уравнения (9);

ψ – угол вектора точки касания эвольвенты с окружностью – определяется по формуле (10);

n – заданное количество витков эвольвенты;

φ – параметр.

Количество видимых витков этой эвольвенты зависит от расположения точки T_0 и заданного числа n . Чем меньше расстояние от точки T_0 до центра окружности, тем больше витков будет в эвольвенте. Количество витков можно приближенно оценить по формуле

$$n_B \approx \left(1 - \sqrt{x_0^2 + y_0^2} / R\right) \cdot n.$$

4. Представление в терминах эвольвентной сплайновой геометрии

В работе [6] предложено эвольвентные дуги общего вида представлять в виде параметрического уравнения

$$\begin{aligned} x(s) &= f_x(s, L, x_0, y_0, \varphi_0, R_n, R_k), \\ y(s) &= f_y(s, L, x_0, y_0, \varphi_0, R_n, R_k), \end{aligned} \quad (12)$$

аргументом которого является изменяемый параметр s , задающий текущую длину дуги эвольвенты, а шесть фиксированных параметров, математический смысл которых приведен в таблице 1, определяют её геометрию.

Таблица 1

Представление информации для эвольвентных дуг

Длина дуги	Начальная точка и угол			Радиус кривизны дуги	
				начала	конца
L	x_0	y_0	φ_0	R_n	R_k

Связь между параметрами уравнений (11) и (12) определяется соотношениями

$$L = \frac{r}{2} \cdot [(2 \cdot \pi \cdot n)^2 - \varphi_0^2], \quad R_n = r \cdot \varphi_0, \quad R_k = R. \quad (13)$$

5. Формирование эвольвентных траекторий расфрезеровки отверстий

Рассмотрим теперь использование эвольвенты окружности для описания траекторий расфрезеровки отверстий на станках с ЧПУ.

Черновую расфрезеровку отверстия целесообразно осуществлять по спиральной траектории, начинающейся в центре отверстия, постепенно приближающейся к его границе и сопрягающейся с окружностью радиуса R , по которой движется режущий инструмент на заключительном этапе обработки (рис. 6). При этом, к достоинствам спиральной траектории относятся: равномерный шаг между витками траектории и высокий порядок гладкости сопряжения спирали с окружностью. Как уже отмечалось, эвольвента полностью соответствует данным требованиям и поэтому может использоваться в качестве траектории для черновой обработки отверстий.

Рассмотрим задачу построения этой траектории в следующей постановке. Пусть дано:

$D_{отв}$ – диаметр обрабатываемого отверстия;

$D_{фр}$ – диаметр фрезы;

H_3 – рекомендуемое расстояние между витками спирали ;

δ – припуск на чистовую обработку.

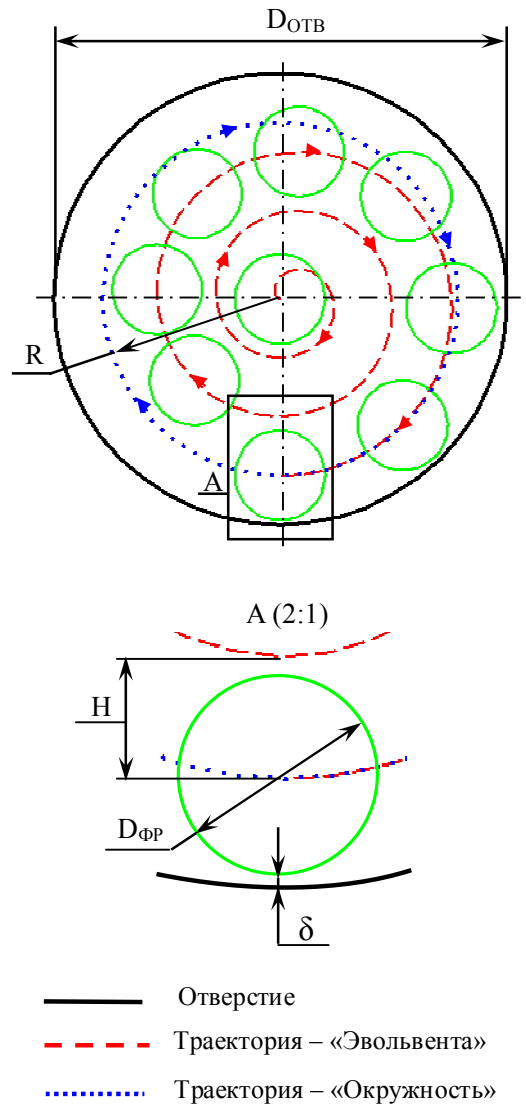


Рис. 6. Эвольвентная траектория черновой расфрезеровки отверстия

Требуется определить параметры эвольвентной траектории. Если не указано иного, то будем для черновой обработки считать, что $x_0 = y_0 = \varphi_0 = \psi = 0$. Тогда согласно (11) и (5) для синтеза траектории достаточно определить радиус окружности – R и количество витков спирали – n .

Радиус окружности определим по формуле

$$R = 0,5 \cdot (D_{отв} - D_{фр}) - \delta. \quad (14)$$

Количество витков эвольвентной спирали найдем из условия $H \leq H_3$. Этому условию соответствует

$$n = \{R/H_\zeta\}, \quad (15)$$

где знак $\{ \}$ означает большее целое, а фактический шаг витков спирали определим по формуле

$$H = R/n. \quad (16)$$

Чистовая обработка отверстий как правило осуществляется за один проход инструмента по траектории «Окружность» (рис. 7).

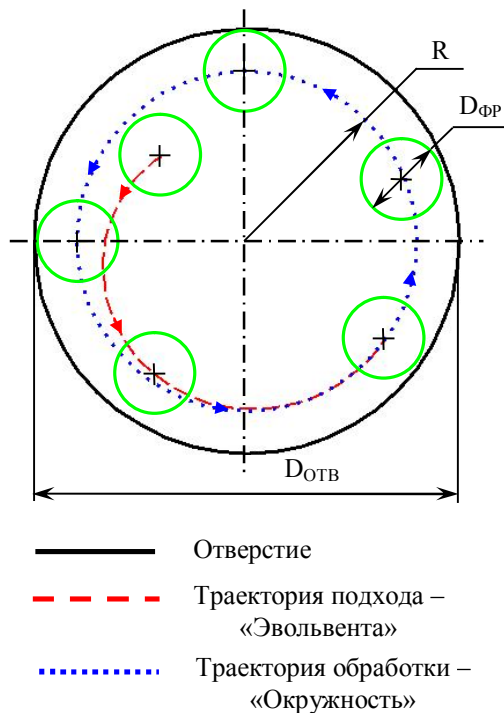


Рис. 7. Эвольвентная траектория врезания при чистовой расфрезеровке

Однако в этом случае необходимо повышенное внимание уделить участку подвода инструмента в зону резания. Этот участок при чистовой обработке должен быть построен так, чтобы во-первых обеспечивать гладкость кинематических параметров движения (скорость, ускорение, рывок) рабочих органов станка при переходе с траектории подхода на рабочую траекторию, а во-вторых обеспечивать плавное нарастание силы резания до величины, действующей на рабочем участке обработки. Выполнение этих условий обеспечивается гладким (с высоким порядком гладкости) сопряжением траектории подвода с рабочей траекторией, а наилучшим образом соответствует данным требованиям траектория подвода по эвольвенте. Аналогично строят участки отвода фрезы из зоны резания.

Параметры эвольвентной траектории подвода или отхода при чистовой обработке определяются следующим образом:

- радиус R рабочей траектории определяется по формуле (14) с меньшим чем при черновой обработке значением припуска δ ;
- количество витков n – задается в зависимости от желаемого начального радиуса кривизны R_n и длины L дуги эвольвенты. Как правило достаточно задать $n = 1$ или $n = 2$;
- начальный угол φ_0 либо вычисляется по формулам (13) при заданном R_n или L , либо определяется из решения уравнения (9) при заданных x_0 и y_0 ;
- начальная точка (x_0, y_0) либо задается, либо определяется из решения уравнения (9) при известном начальном угле φ_0 .

6. Пример синтеза траекторий

Пусть требуется построить эвольвентную траекторию черновой и чистовой расфрезеровки отверстия диаметром $D_{\text{ОТВ}} = 200$ мм, фрезой диаметром $D_{\text{ФР}} = 40$ мм, снимая на каждом витке спирали материал толщиной не более $H_3 = 4$ мм и оставляя припуск на чистовую обработку $\delta = 1$ мм.

Радиус последнего витка обработки, количество витков и фактически снимаемую на каждом витке толщину материала и радиус эволюты при черновой обработке найдем по формулам (14) – (16) и (5):

$$R = 79 \text{ мм}, n = 20, H = 3,95 \text{ мм}, r \approx 0,628662025 \text{ мм}.$$

Для чистовой обработки зададим $\delta = 0$, $x_0 = -40$, $y_0 = 40$, $n = 2$ и соответственно вычислим $R = 80$ мм, $r \approx 6,366197724$ мм. Каждая траектория состоит всего из двух кадров – эвольвенты и окружности. Информация о параметрах этих кадров (математическая модель траектории) представлена в табл. 2 и 3.

Таблица 2

Модель траектории черновой обработки

Длина дуги	Начальная точка и угол		R кривизны дуги	
			начала	конца
4963,71639	0	0	0	79
496,371639	0	-79	0	79

Таблица 3

Модель траектории чистовой обработки

Длина дуги	Начальная точка и угол		R кривизны дуги	
			начала	конца
242,24973	-40	40	9,04482	57,5811
502,65483	0	-79	0,94657	80

Заключение

В результате анализа существующих способов формообразования отверстий фрезерованием установлено, что траектории движения инструмента, образованные из сопряженных дуг окружностей, архимедовых спиралей и винтовых линий имеют недостатки, усиливающиеся при увеличении скоростей резания и диаметров отверстий.

Предложено при высокоскоростном фрезеровании представлять траекторию движения инструмента эвольвентой окружности.

Показано, что эвольвентная спираль обеспечивает равномерное снятие припуска и плавное изменение дифференциальных кинематических параметров движения, что приводит к снижению погрешностей позиционирования рабочих органов оборудования и повышению точности обработки.

Разработан универсальный алгоритм синтеза эвольвентных траекторий для черновой и чистовой расфрезеровки отверстий.

Литература

1. Гжиров, Р.И. Программирование обработки на станках с ЧПУ Справочник [Текст] / Р.И. Гжиров, П.П. Серебrenицкий. – Л.: Машиностроение, 1990. – 588 с.
2. Серебrenицкий, П.П. Программирование автоматизированного оборудования [Текст]: учеб. для вузов в 2 ч. / П.П. Серебrenицкий, А.Г. Схиртладзе. – М.: Дрофа, 2008. – Ч. 1. – 576 с.
3. Чесноков, О.В. Технологічні процеси для обладнання з ЧПУ [Текст]: навч. посібник / О.В. Чесноков. – Луганськ: вид-во СНУ ім. В. Даля, 2012. – 136 с.
4. Петраков, Ю.В. Розвиток САМ-систем автоматизованого програмування верстатів з ЧПУ [Текст]: моногр. / Ю.В. Петраков. – К.: Січкара, 2011. – 220 с.
5. Сорокин, В.Ф. Влияние математических параметров гладких траекторий высокоскоростной обработки на кинематические параметры движения рабочих органов оборудования [Текст] / В.Ф. Сорокин, В.В. Комбаров // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Междунар. сб. научных работ. – Донецк: ДонНТУ, 2012. – № 1,2 (44). – С. 231 – 237.
6. Бут, Е.Н. Математическая модель фигуры в эвольвентной сплайновой геометрии [Текст] / Е.Н. Бут // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. тр. НАКУ «ХАИ». – Вып. 14. – X., 2002. – С. 25 – 31.
7. SINUMERIK 840D sl / 828D. Основы: Справочник по программированию [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.siemens.com/motion control/docu>. – 1.02.2013 г.

Поступила в редакцию 01.03.2013, рассмотрена на редколлегии 12.06.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Н.Э. Тернюк, Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, г. Харьков.

СИНТЕЗ ЕВОЛЬВЕНТНИХ ТРАЕКТОРИЙ ВИСОКОШВИДКІСНОГО ФРЕЗЕРУВАННЯ ОТВОРІВ

В.Ф. Сорокін, Т.П. Бут, В.В. Комбаров

Розглянуті способи формування отворів у корпусних деталях високошвидкісним фрезеруванням. Запропоноване траєкторію переміщення інструмента при фрезеруванні отворів задавати евольвентою окружності. Відзначені переваги евольвентних траєкторій обробки в порівнянні із траєкторіями, утвореними зі сполучених дуг окружностей, архімедяних спіралей та гвинтових ліній. Показане, що евольвентна спіраль забезпечує рівномірне зняття припуску та нескінченно-гладке сполучення з окружністю заданого радіуса. Вирішене завдання побудови евольвенти, що починається в довільній точці усередині окружності та сполучається із цією окружністю. Розроблені алгоритми синтезу евольвентних траєкторій, що забезпечують гладкість графіків зміни швидкості, прискорення і ривка при чорновому та чистовому високошвидкісному фрезеруванні. Наведений приклад реалізації запропонованого способу фрезерування.

Ключові слова: високошвидкісна обробка, траєкторія інструмента, евольвента, кінематичні параметри руху, швидкість, прискорення, ривок.

SYNTHESIS OF INVOLUTE PATHS OF HIGH-SPEED MACHINING OF HOLES

V.F. Sorokin, T.P. But, V.V. Kombarov

The methods of formation of holes in basic parts with high-speed machining are considered. There is suggested to specify tool path when milling of holes with involute of circle. The advantages of involute tool paths compared with paths that formed from conjugated arcs, Archimedean spirals and helical lines are noted. There is shown that the involute spiral ensures uniform machining allowance removal and infinitely smooth conjugation with a circle of a given radius. Problem of construction of the involute, starting at an arbitrary point inside the circle and conjugated with this circle is solved. The algorithms of synthesis of involute paths which provide smooth graphs of velocity, acceleration and jerk with rough and finish high-speed machining are created. An example of realization of the suggested method of milling is given.

Key words: high-speed milling, tool path, involute, kinematical parameters of motion, velocity, acceleration, jerk.

Сорокин Владимир Федорович – д-р техн. наук, проф. кафедры технологии производства авиационных двигателей Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков, Украина.

Бут Татьяна Павловна – канд. техн. наук, доцент Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков, Украина.

Комбаров Владимир Викторович – науч. сотр. кафедры технологии производства летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков, Украина.