

УДК 621.822.5

В.И. НАЗИН

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина***ТЕОРИЯ СДВОЕННОГО РАДИАЛЬНОГО ГИДРОСТАТОДИНАМИЧЕСКОГО ПОДШИПНИКА ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ВНЕШНЕЙ НАГРУЗКЕ**

*Разработана математическая модель сдвоенного гидростатодинамического подшипника; позволяющая определять несущую способность, расход рабочей жидкости, потери на трение и амплитудно-частотные характеристики рассматриваемого подшипника. Записана система баланса расходов рабочей жидкости через входные компенсирующие устройства и по контуру камеры, позволяющая определять давления в несущих камерах. Показано определение давлений на межкамерных перемычках, на основе решения уравнения Рейнольдса, доведенного до вида, приспособленного для численной реализации. Для определения траекторий движения центра вала и построения амплитудно-частотных характеристик применены нелинейные дифференциальные уравнения вала внутри подшипника. Записанные уравнения доведены до безразмерного вида и для их решения применены наиболее рациональные численные методы, позволяющие сравнительно быстро и точно получать основные характеристики подшипника. Разработан алгоритм расчета рассматриваемого подшипника.*

**Ключевые слова:** гидростатодинамический подшипник; математическая модель, несущая способность, расход рабочей жидкости, потери на трение, амплитудно-частотные характеристики, численные методы, траектория движения, алгоритм расчета.

**Введение**

Тенденция роста скоростей вращения роторов машин приводит к росту нагруженности опор, увеличению амплитуд колебаний, вибраций и виброперемещений. В этих условиях возникает необходимость совершенствования существующих конструкций подшипников или поиск новых конструкций обладающих повышенной несущей способностью и улучшенными демпфирующими свойствами.

Одной из таких конструкций является предложенный автором этой работы сдвоенный тип подшипника.

Настоящая работа посвящена разработке математической модели сдвоенного гидростатодинамического подшипника при переменной внешней нагрузке. Схема рассматриваемого подшипника приведена на рис. 1.

**Результаты исследований**

Рассматриваемый подшипник имеет 2 рабочие поверхности, на которых выполнены несущие камеры. Давления в камерах обозначены  $P_{k,1}$ ,  $P_{k,2}$ ,  $P_{k,3}$ ,  $P_{k,4}$ ,  $P_{k1,1}$ ,  $P_{k1,2}$ ,  $P_{k1,3}$ ,  $P_{k1,4}$ . Рабочая жидкость подается в несущие камеры под большим давлением  $P_{вх}$ . Диск связанный с валом вращается с угловой скоростью  $\omega$  и его положение в подшипнике определяется эксцентриситетом « $e$ » и углом положения  $\beta_0$  (рис. 1).

Основными характеристиками подшипника являются несущая способность « $W$ », расход рабочей жидкости « $Q$ », потери на трение « $N_{тр}$ » и его амплитудно-частотная характеристика, показывающая зависимость амплитуд колебания вала от его угловой скорости. В основе определения этих характеристик лежит функция распределения давления по рабочей поверхности подшипника. Для ее определения необходимо решить совместно уравнения баланса расходов и уравнение Рейнольдса.

Баланс расходов записывается из условия равенства расходов через входное компенсирующее устройство (жиклер) и расходов по контуру  $i$ -й камеры (рис. 2).

Запишем баланс расходов для наружной и внутренней рабочих поверхностей подшипника (см. рис. 2).

$$Q_{вх1} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_{V1}, \quad (1)$$

$$Q_{вх2} = Q_{11} + Q_{12} + Q_{13} + Q_{14} + Q_{V2}, \quad (2)$$

где  $Q_{вх1}$  и  $Q_{вх2}$  – расходы через входные компенсирующие устройства, соответственно для наружной и внутренней рабочих поверхностей подшипника. Для жиклеров эти расходы записываются в следующем виде:

$$Q_{вх1} = \psi_{вх} \cdot \pi \cdot r_{ж1}^2 \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_{вх} - P_{k,i})}, \quad (3)$$

$$Q_{вх2} = \psi_{вх} \cdot \pi \cdot r_{ж2}^2 \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_{вх} - P_{k1,i})}, \quad (4)$$

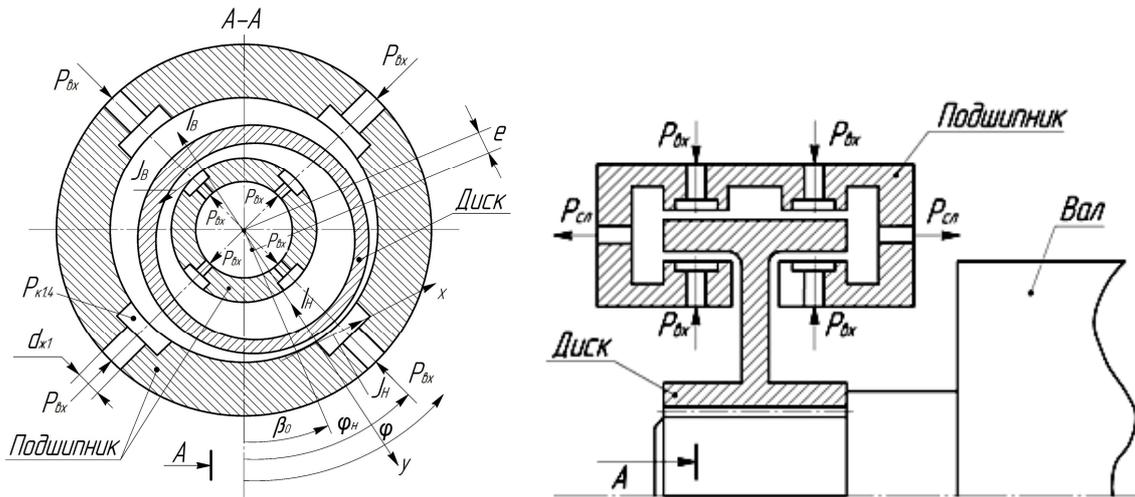


Рис. 1. Схема гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа

где  $\psi_{вх}$  – коэффициент входа, равный 0,62...0,82;  $r_{ж1}$  и  $r_{ж2}$  – радиусы жиклеров;  $\rho$  – плотность рабочей жидкости;  $P_{вх}$  – давление питания от насоса;  $P_{кi}$  и  $P_{кi+1}$  – давления в  $i$ -й камере для наружной и внутренней рабочих поверхностей.

Расходы по контуру  $i$ -й камеры с учетом переносного и градиентного течения рабочей жидкости имеют вид:

$$Q_1 = -\frac{\omega R_1 h_{1,i} \cdot l_{k1}}{2} + \frac{h_{1,i}^3 (P_{ki} - P_{ki-1}) \cdot l_{k1}}{12\mu \cdot l_{mk1}},$$

$$Q_2 = \frac{\omega R_1 h_{1,i+2} \cdot l_{k1}}{2} + \frac{h_{1,i+2}^3 (P_{ki} - P_{ki+1}) \cdot l_{k1}}{12\mu \cdot l_{mk1}},$$

$$Q_3 = Q_4 = \frac{h_{1,i+1}^3 (P_{ki} - P_{ср}) \cdot b_{k1}}{12\mu \cdot l_{п1}}, \quad (5)$$

$$Q_{V1} = b_{k1} \cdot l_{k1} \cdot V_m,$$

$$Q_{11} = -\frac{\omega R_2 h_{2,i} \cdot l_{k2}}{2} + \frac{h_{2,i}^3 (P_{k1,i} - P_{k1,i-1}) \cdot l_{k2}}{12\mu \cdot l_{mk2}},$$

$$Q_{12} = \frac{\omega R_2 h_{2,i+2} \cdot l_{k2}}{2} + \frac{h_{2,i+2}^3 (P_{k1,i} - P_{k1,i+1}) \cdot l_{k2}}{12\mu \cdot l_{mk2}},$$

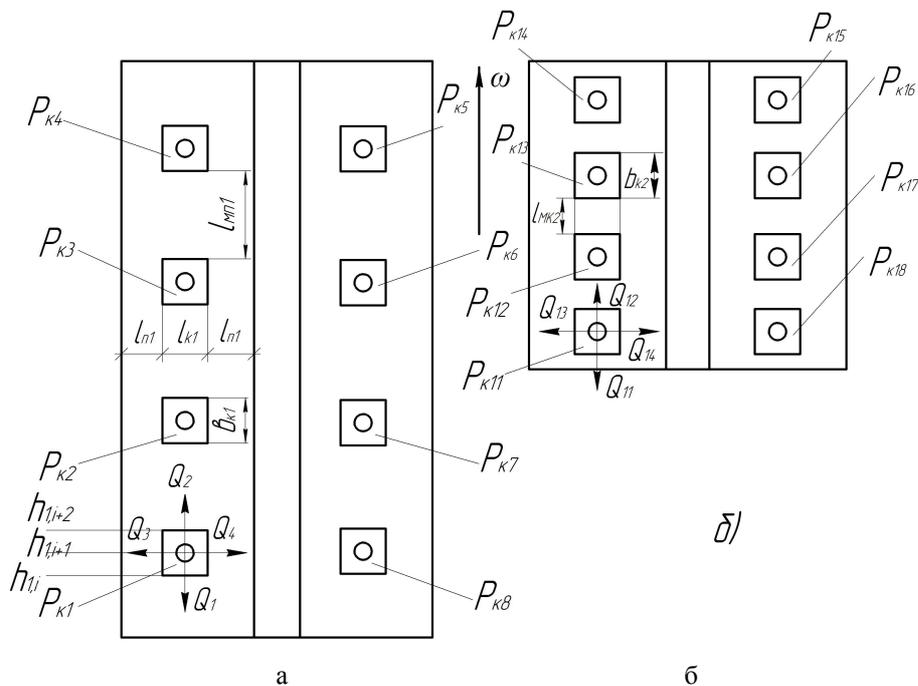


Рис. 2. Развертка наружной (а) и внутренней (б) рабочих поверхностей подшипника

$$Q_{13} = Q_{14} = \frac{h_{2,i+1}^3 (P_{k1,i} - P_{сл}) \cdot b_{k2}}{12\mu \cdot l_{п2}},$$

$$Q_{V2} = b_{k2} \cdot l_{k2} \cdot V_m,$$

где  $l_{п1}$  и  $l_{п2}$  – длины торцевых перемычек камер;  $h_{1,i}$  и  $h_{2,i}$  – зазоры в подшипнике, соответственно на наружной и внутренней рабочих поверхностях;  $\mu$  – динамическая вязкость рабочей жидкости;  $\omega$  – угловая скорость вращения вала;  $R_1$  и  $R_2$  – радиусы наружной и внутренней рабочих поверхностей подшипника;  $l_{k1}$  и  $l_{k2}$  – длины камер наружной и внутренней поверхностей подшипника (рис. 2);  $l_{мп1}$  и  $l_{мп2}$  – длины торцевых перемычек;  $l_{Mk1}$  и  $l_{Mk2}$  – длины межкамерных перемычек подшипника;  $P_{сл}$  – давление рабочей жидкости на сливе;  $b_{k1}$  и  $b_{k2}$  – ширины камер;  $Q_{V1}$  и  $Q_{V2}$  – расходы рабочей жидкости, обусловленные движением вала с диском;  $V_m$  – скорость движения вала вдоль линии центров диска и подшипника.

Из уравнений баланса расходов (1) и (2) после подстановки выражений (3), (4) и (5) запишем выражения для определения давлений в  $i$ -й камере, приспособленные для численной реализации.

$$(P_{ki})_{n+1} = a_{9i} \cdot \sqrt{P_{вх} - (P_{ki})_n} + a_{11i} (P_{ki-1})_n + a_{12i} (P_{ki+1})_n + a_{10i}, \quad (6)$$

$$(P_{k1,i})_{n+1} = b_{9i} \cdot \sqrt{P_{вх} - (P_{k1,i})_n} + b_{11i} (P_{k1,i-1})_n + b_{12i} (P_{k1,i+1})_n + b_{10i}. \quad (7)$$

Записанные в выражениях (6) и (7) коэффициенты  $a_{9i}, a_{10i}, a_{11i}, a_{12i}, b_{9i}, b_{10i}, b_{11i}, b_{12i}$  – являются постоянными коэффициентами для заданной геометрии подшипника и  $i$ -й камеры.

Запишем выражения (6) и (7) в безразмерном виде, обозначив безразмерные параметры с чертой сверху.

$$(\bar{P}_{ki})_{n+1} = \bar{a}_{9i} \cdot \sqrt{1 - (\bar{P}_{ki})_n} + \bar{a}_{11i} (\bar{P}_{ki-1})_n + \bar{a}_{12i} (\bar{P}_{ki+1})_n + \bar{a}_{10i}, \quad (8)$$

$$(\bar{P}_{k1,i})_{n+1} = \bar{b}_{9i} \cdot \sqrt{1 - (\bar{P}_{k1,i})_n} + \bar{b}_{11i} (\bar{P}_{k1,i-1})_n + \bar{b}_{12i} (\bar{P}_{k1,i+1})_n + \bar{b}_{10i}. \quad (9)$$

Безразмерные параметры в выражениях (8) и (9) связаны с размерными следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \bar{a}_{9i} &= a_{9i} / \sqrt{P_{вх}}; \bar{a}_{11i} = a_{11i}; \bar{a}_{12i} = a_{12i}; \\ \bar{a}_{10i} &= a_{10i} / P_{вх}; \\ \bar{b}_{9i} &= b_{9i} / \sqrt{P_{вх}}; \bar{b}_{11i} = b_{11i}; \bar{b}_{12i} = b_{12i}; \\ \bar{b}_{10i} &= b_{10i} / P_{вх}. \end{aligned}$$

Задаваясь начальными значениями давлений в камерах  $(\bar{P}_{ki})_n$  и  $(\bar{P}_{k1,i})_n$  получают новые значения давлений на  $n+1$  шаге по уравнениям (8) и (9).

Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока предыдущее и последующее значения давлений в камерах будут меньше заданной точности решения ( $\varepsilon_1$ ), т.е.

$$(\bar{P}_{ki})_{n+1} - (\bar{P}_{ki})_n \leq \varepsilon_1,$$

$$(\bar{P}_{k1,i})_{n+1} - (\bar{P}_{k1,i})_n \leq \varepsilon_1.$$

Для определения функции изменения давления на межкамерных перемычках с учетом общепринятых в гидродинамической теории допущений, а также считая, что смазка представляет несжимаемую ньютоновскую жидкость и течение смазки – изотермическое, запишем уравнение Рейнольдса с учетом этих допущений [1, 2].

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3 \partial P}{k_x \partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3 \partial P}{k_z \partial z} \right) = \\ = 6\mu \frac{\partial(U \cdot h)}{\partial x} + 12\mu V, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $x$  и  $z$  – окружная и осевая координаты в подшипнике;  $h$  – зазор;  $P$  – текущее значение давления на межкамерных перемычках;  $\mu$  – динамическая вязкость рабочей жидкости;  $k_x$  и  $k_z$  – коэффициенты турбулентности;  $U$  – окружная скорость вала;  $V$  – скорость сближения диска с валом и подшипника.

Для определения коэффициентов турбулентности  $k_x$  и  $k_z$  применим наиболее распространенный в настоящее время метод В.Н. Константиnescу, основанный на гипотезе Л. Прандтля о пути перемешивания. В соответствии с этим методом коэффициенты турбулентности определяют по следующим зависимостям.

$$\begin{aligned} k_x &= 1 + 0,044 (\sigma_*^2 \cdot Re)^{0,725}, \\ k_z &= 1 + 0,0247 (\sigma_*^2 \cdot Re)^{0,65}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\sigma_* = 0,125 \cdot Re^{0,07}$ ;  $Re = \frac{Uh}{\nu}$  – числа Рейнольдса;  $\nu$  – кинематическая вязкость рабочей жидкости.

В силу того, что скорости наружной и внутренней рабочих поверхностей диска, а также зазоры в наружной и внутренней частях подшипника будут разные, запишем уравнения Рейнольдса для наружной и внутренней частей подшипника

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{h_1^3 \partial P_1}{k_{x1} \partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial z_1} \left( \frac{h_1^3 \partial P_1}{k_{z1} \partial z_1} \right) = \\ = 6\mu \frac{\partial(U_1 \cdot h_1)}{\partial x_1} + 12\mu V, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{h_2^3 \partial P_2}{k_{x2} \partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial z_2} \left( \frac{h_2^3 \partial P_2}{k_{z2} \partial z_2} \right) = \quad (13)$$

$$= 6\mu \frac{\partial(U_2 \cdot h_2)}{\partial x_2} + 12\mu V,$$

где

$$k_{x1} = 1 + 0,044 \cdot (\sigma_{*1}^2 Re_1)^{0,725},$$

$$k_{z1} = 1 + 0,0247 \cdot (\sigma_{*1}^2 Re_1)^{0,65},$$

$$k_{x2} = 1 + 0,044 \cdot (\sigma_{*2}^2 Re_2)^{0,725},$$

$$k_{z2} = 1 + 0,0247 \cdot (\sigma_{*2}^2 Re_2)^{0,65},$$

$$\sigma_{*1} = 0,125 \cdot Re_1^{0,07},$$

$$\sigma_{*2} = 0,125 \cdot Re_2^{0,07},$$

$$U_1 = \omega R_{Д1} + \frac{de}{dt} \sin(\varphi - \beta_0) - e \frac{d\beta_0}{dt} \cos(\varphi - \beta_0),$$

$$U_2 = \omega R_{Д2} + \frac{de}{dt} \sin(\varphi - \beta_0) - e \frac{d\beta_0}{dt} \cos(\varphi - \beta_0),$$

$$V = \frac{de}{dt} \cos(\varphi - \beta_0) - e \frac{d\beta_0}{dt} \sin(\varphi - \beta_0),$$

$$h_{1,i} = \delta_{01} - e \cos(\varphi - \beta_0), h_{2,i} = \delta_{02} + e \cos(\varphi - \beta_0).$$

Уравнения (12) и (13) не имеют в настоящее время аналитического решения. Поэтому для их решения применяют приближенные численные методы. Одним из таких методов является метод конечных разностей в сочетании с методом продольно-поперечной прогонки. Для записи уравнений (12) и (13) в конечно-разностном виде поверхность между камерами покрывается регулярной сеткой с шагами  $\Delta x$  и  $\Delta z$  и частные производные записываются в конечно-разностном виде, используя пяти-точечный шаблон.

Запишем уравнения (12) и (13) в безразмерном виде

$$\frac{\partial}{\partial \varphi_1} \left( \frac{\bar{h}_1^3}{k_{x1}} \frac{\partial \bar{P}_1}{\partial \varphi_1} \right) + \frac{\partial}{\partial z_1} \left( \frac{\bar{h}_1^3}{k_{z1}} \frac{\partial \bar{P}_1}{\partial z_1} \right) = \quad (14)$$

$$= \Omega_1 \cdot \frac{\partial(\bar{U}_1 \cdot \bar{h}_1)}{\partial \varphi_1} + \Omega_1 \cdot \bar{V},$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi_2} \left( \frac{\bar{h}_2^3}{k_{x2}} \frac{\partial \bar{P}_2}{\partial \varphi_2} \right) + \frac{\partial}{\partial z_2} \left( \frac{\bar{h}_2^3}{k_{z2}} \frac{\partial \bar{P}_2}{\partial z_2} \right) = \quad (15)$$

$$= \Omega_2 \cdot \frac{\partial(\bar{U}_2 \cdot \bar{h}_2)}{\partial \varphi_2} + \Omega_2 \cdot \bar{V}.$$

Безразмерные параметры в выражениях (14) и (15) связаны с размерными следующими соотношениями:

$$\bar{\chi}_1 = e/\delta_{01}; \bar{\chi}_2 = e/\delta_{02};$$

$$\bar{h}_1 = h_1/\delta_{01}; \bar{h}_2 = h_2/\delta_{02};$$

$$\varphi_1 = x_1/R_{A1};$$

$$\varphi_2 = \chi_2/R_{Д2}; \bar{z}_1 = z_1/R_{Д1}; \bar{z}_2 = z_2/R_{Д2};$$

$$\bar{P}_1 = P_1/P_{ВХ}; \bar{P}_2 = P_2/P_{ВХ};$$

$$\Omega_1 = \frac{6\mu\omega R_{Д1}^2}{\delta_{01}^2 \cdot P_{ВХ}}; \Omega_2 = \frac{6\mu\omega R_{Д2}^2}{\delta_{02}^2 \cdot P_{ВХ}};$$

$$\Omega_{11} = \frac{12\mu R_{Д1}^2}{\delta_{01}^2 \cdot P_{ВХ} \cdot T}; \Omega_{22} = \frac{12\mu R_{Д2}^2}{\delta_{02}^2 \cdot P_{ВХ} \cdot T}.$$

Запишем уравнения (14) и (15) в конечно-разностном виде

$$\frac{\partial}{\partial \varphi_1} \left( \frac{\bar{h}_1^3}{k_{x1}} \frac{\partial \bar{P}_1}{\partial \varphi_1} \right) = \frac{\bar{h}_{1,i}^3}{k_{x1,i}} \frac{(\bar{P}_{1,i+1,j} - 2\bar{P}_{1,i,j} + \bar{P}_{1,i-1,j})}{\Delta \varphi_1^2} +$$

$$+ \frac{3\bar{h}_{1,i}^2 \cdot (\bar{h}_{1,i+1} - \bar{h}_{1,i-1}) (\bar{P}_{1,i+1,j} - \bar{P}_{1,i-1,j})}{k_{x1,i} \cdot 4\Delta \varphi_1^2} -$$

$$- \frac{\bar{h}_{1,i}^3 \cdot (k_{x1,i+1} - k_{x1,i-1}) \cdot (\bar{P}_{1,i+1,j} - \bar{P}_{1,i-1,j})}{k_{x1,i}^2 \cdot 4\Delta \varphi_1^2};$$

$$\frac{\partial}{\partial z_1} \left( \frac{\bar{h}_1^3}{k_{z1}} \frac{\partial \bar{P}_1}{\partial z_1} \right) = \frac{\bar{h}_{1,i}^3 (\bar{P}_{1,i,j+1} - 2\bar{P}_{1,i,j} + \bar{P}_{1,i,j-1})}{k_{z1,i} \cdot \Delta z_1^2};$$

$$F_{1,i} = \Omega_1 \frac{\partial(\bar{U}_1 \cdot \bar{h}_1)}{\partial \varphi_2} + \Omega_1 \cdot \bar{V} =$$

$$= \frac{\Omega_1 \cdot \bar{h}_{1,i} \cdot (\bar{U}_{1,i+1} - \bar{U}_{1,i-1})}{2 \cdot \Delta \varphi_1} +$$

$$+ \frac{\Omega_1 \cdot \bar{U}_{1,i} \cdot (\bar{h}_{1,i+1} - \bar{h}_{1,i-1})}{2 \cdot \Delta \varphi_1} + \Omega_1 \cdot \bar{V}_i,$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi_2} \left( \frac{\bar{h}_2^3}{k_{x2}} \frac{\partial \bar{P}_2}{\partial \varphi_2} \right) = \frac{\bar{h}_{2,i}^3}{k_{x2,i}} \frac{(\bar{P}_{2,i+1,j} - 2\bar{P}_{2,i,j} + \bar{P}_{2,i-1,j})}{\Delta \varphi_2^2} +$$

$$+ \frac{3\bar{h}_{2,i}^2 \cdot (\bar{h}_{2,i+1} - \bar{h}_{2,i-1}) (\bar{P}_{2,i+1,j} - \bar{P}_{2,i-1,j})}{k_{x2,i} \cdot 4\Delta \varphi_2^2} -$$

$$- \frac{\bar{h}_{2,i}^3 \cdot (k_{x2,i+1} - k_{x2,i-1}) \cdot (\bar{P}_{2,i+1,j} - \bar{P}_{2,i-1,j})}{k_{x2,i}^2 \cdot 4\Delta \varphi_2^2};$$

$$\frac{\partial}{\partial z_2} \left( \frac{\bar{h}_2^3}{k_{z2}} \frac{\partial \bar{P}_2}{\partial z_2} \right) = \frac{\bar{h}_{2,i}^3 (\bar{P}_{2,i,j+1} - 2\bar{P}_{2,i,j} + \bar{P}_{2,i,j-1})}{k_{z2,i} \cdot \Delta z_2^2};$$

$$F_{2,i} = \Omega_2 \frac{\partial(\bar{U}_2 \cdot \bar{h}_2)}{\partial \varphi_2} + \Omega_2 \cdot \bar{V} =$$

$$= \frac{\Omega_2 \cdot \bar{h}_{2,i} \cdot (\bar{U}_{2,i+1} - \bar{U}_{2,i-1})}{2 \cdot \Delta \varphi_2} + \frac{\Omega_2 \cdot \bar{U}_{2,i} \cdot (\bar{h}_{2,i+1} - \bar{h}_{2,i-1})}{2 \cdot \Delta \varphi_2} + \Omega_2 \cdot \bar{V}_i.$$

Окончательная конечно-разностная запись уравнений Рейнольдса будет иметь следующий вид:

$$H_{5i} \bar{P}_{1,i+1,j} + H_{6i} \bar{P}_{1,i,j} + H_{7i} \bar{P}_{1,i-1,j} + H_{4i} \bar{P}_{1,i,j+1} + H_{4i} \bar{P}_{1,i,j-1} = F_{1,i}; \quad (16)$$

$$E_{5i} \bar{P}_{2,i+1,j} + E_{6i} \bar{P}_{2,i,j} + E_{7i} \bar{P}_{2,i-1,j} + E_{4i} \bar{P}_{2,i,j+1} + E_{4i} \bar{P}_{2,i,j-1} = F_{2,i}. \quad (17)$$

Метод численной реализации уравнений (16) и (17) подробно изложен в работе [3].

Задаваясь начальными значениями давлений в узлах сетки, методом продольно-поперечной прогонки определяют значения давлений в узлах сетки на следующем шаге. Итерационный процесс продолжается до получения заданной точности

$$(\bar{P}_{1,i,j})_{n+1} - (\bar{P}_{1,i,j})_n \leq \varepsilon_2 \text{ и } (\bar{P}_{2,i,j})_{n+1} - (\bar{P}_{2,i,j})_n \leq \varepsilon_2$$

где  $\varepsilon_2$  – точность определения давлений на межкамерной перемычке.

Зная давления в камерах и узлах межкамерных перемычек, можно определить грузоподъемность подшипника. Грузоподъемность подшипника определяется как сумма грузоподъемностей наружной и внутренней его рабочих поверхностей, а также сумме грузоподъемностей отдельных участков каждой из рабочих поверхностей подшипника.

Запишем общую грузоподъемность наружной рабочей поверхности подшипника в проекциях на ось  $y$  ( $I_H$ ) и ось  $x$  ( $J_H$ ), с учетом того, что рабочая поверхность имеет два ряда камер

$$I_H = (WH_{укам} + WH_{ум} + WH_{Ty} + WH_{Py}) \cdot 2,$$

$$J_H = (WH_{хкам} + WH_{xm} + WH_{Tx} + WH_{Px}) \cdot 2, \quad (18)$$

где  $WH_{укам}$  и  $WH_{хкам}$  – грузоподъемности камер в проекциях на ось  $y$  и ось  $x$ ;  $WH_{ум}$  и  $WH_{xm}$  – грузоподъемности межкамерных перемычек в проекциях на оси  $y$  и  $x$ ;  $WH_{Ty}$  и  $WH_{Tx}$  – грузоподъемности торцов камер в проекциях на оси  $y$  и  $x$ ;  $WH_{Py}$  и  $WH_{Px}$  – грузоподъемности торцевых межкамерных перемычек в проекциях на оси  $y$  и  $x$ .

Запишем общую грузоподъемность внутренней рабочей поверхности подшипника в проекциях на ось  $y$  ( $I_B$ ) и ось  $x$  ( $J_B$ ) с учетом того, что рабочая поверхность имеет также два ряда камер. Учтем также, что для внутренней рабочей поверхности подшипника большее давление будет в камерах,

расположенных в верхней части подшипника в силу того, что там меньший зазор, чем в наружной части подшипника. Поэтому общую грузоподъемность внутренней рабочей поверхности подшипника примем с противоположным знаком

$$I_B = -(WB_{укам} + WB_{ум} + WB_{Ty} + WB_{Py}) \cdot 2,$$

$$J_B = -(WB_{хкам} + WB_{xm} + WB_{Tx} + WB_{Px}) \cdot 2, \quad (19)$$

где  $WB_{укам}$  и  $WB_{хкам}$  – грузоподъемности камер в проекциях на ось  $y$  и ось  $x$ ;  $WB_{ум}$  и  $WB_{xm}$  – грузоподъемности межкамерных перемычек в проекциях на оси  $y$  и  $x$ ;  $WB_{Ty}$  и  $WB_{Tx}$  – грузоподъемности торцов камер в проекциях на оси  $y$  и  $x$ ;  $WB_{Py}$  и  $WB_{Px}$  – грузоподъемности торцевых межкамерных перемычек в проекциях на оси  $y$  и  $x$ .

Запишем суммарную грузоподъемность обеих рабочих поверхностей подшипника в проекциях на линию центров диска и подшипника  $\bar{I}_\Sigma$  и направление ей перпендикулярное  $\bar{J}_\Sigma$  в безразмерном виде

$$\bar{I}_\Sigma = \bar{I}_H + \bar{I}_B,$$

$$\bar{J}_\Sigma = \bar{J}_H + \bar{J}_B. \quad (20)$$

Безразмерные параметры в уравнениях (20) связаны с размерными следующими соотношениями:

$$\bar{I}_H = I_H / (P_{вх} \cdot R_{д1}^2); \bar{J}_H = J_H / (P_{вх} \cdot R_{д1}^2);$$

$$\bar{I}_B = I_B / (P_{вх} \cdot R_{д2}^2); \bar{J}_B = J_B / (P_{вх} \cdot R_{д2}^2).$$

Зная давления в камерах можно определить расход рабочей жидкости через подшипник

$$Q_\Sigma = Q_{наруж} + Q_{внутр}, \quad (21)$$

где  $Q_{наруж} = 2\psi_{вх} \pi \cdot r_{ж1}^2 \sqrt{\frac{2P_{вх}}{\rho}} \sum_{i=1}^k \sqrt{1 - \bar{P}_{ki}}$  – расход рабочей жидкости через камеры, расположенные на наружной рабочей поверхности подшипника;  $k$  – число камер в подшипнике на его половине наружной рабочей поверхности;

$$Q_{внутр} = 2\psi_{вх} \pi \cdot r_{ж2}^2 \sqrt{\frac{2P_{вх}}{\rho}} \sum_{i=1}^m \sqrt{1 - \bar{P}_{ki,i}}$$

– расход рабочей жидкости через камеры, расположенные на внутренней рабочей поверхности подшипника;  $m$  – число камер на половине внутренней рабочей поверхности подшипника.

Описание остальных параметров в формулах расхода рабочей жидкости приведено при записи выражений (3) и (4).

Запишем выражения для определения потерь мощности на трение в безразмерном виде с учетом турбулентности течения рабочей жидкости

$$\begin{aligned} \bar{k}_{N\text{трH}} &= \frac{\bar{L}_{\Pi} \Delta \varphi_1 \lambda_{1i}}{\psi_1} \sum_{i=1}^{N1} \frac{\bar{U}_{1,i} k(\text{Re})_{1,i}}{\bar{h}_{1,i}} + \\ &+ \bar{k}_{N1} \Delta z_1 \bar{\psi}_1 \lambda_{3j} \sum_{j=1}^{N2} \bar{N}_{1,j}, \\ \bar{k}_{N\text{трB}} &= \frac{\bar{L}_{\Pi} \Delta \varphi_2 \lambda_{2i}}{\psi_2} \sum_{i=1}^{N3} \frac{\bar{U}_{2,i} k(\text{Re})_{2,i}}{\bar{h}_{2,i}} + \\ &+ \bar{k}_{N1} \Delta z_2 \bar{\psi}_2 \lambda_{3j} \sum_{j=1}^{N2} \bar{N}_{2,j}, \end{aligned} \quad (22)$$

где  $\bar{N}_{1,j} = \lambda_{1,i} \sum_{i=1}^{N1} \frac{\bar{h}_{1,i} (\bar{P}_{1,i+1,j} - \bar{P}_{1,i-1,j})}{2}$ ;

$$\bar{N}_{2,j} = \lambda_{2,i} \sum_{i=1}^{N3} \frac{\bar{h}_{2,i} (\bar{P}_{2,i+1,j} - \bar{P}_{2,i-1,j})}{2}.$$

Безразмерные параметры в выражениях (22) связаны с размерными следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \bar{k}_{N\delta\delta\dot{I}} &= \frac{N_{\delta\delta\dot{I}}}{\mu\omega^2 R_{\dot{A}1}^3}; \\ \bar{k}_{N\delta\delta\dot{A}} &= \frac{N_{\delta\delta\dot{A}}}{\mu\omega^2 R_{\dot{A}2}^3}; \\ \bar{\psi}_1 &= \frac{\delta_{01}}{R_{\dot{A}1}}; \bar{\psi}_2 = \frac{\delta_{02}}{R_{\dot{A}2}}; \\ \bar{k}_{N1} &= \frac{P_{\dot{a}\delta}}{\mu\omega}; \Delta z_1 = \Delta z_1 / L_{\dot{I}}; \\ \Delta z_2 &= \Delta z_2 / L_{\dot{I}}. \end{aligned}$$

Потери мощности на трение для всего подшипника будут равны сумме потерь на трение для наружной и внутренней рабочих поверхностей

$$\bar{k}_{N\text{тр}\Sigma} = 2\bar{k}_{N\text{трH}} + 2\bar{k}_{N\text{трB}}. \quad (23)$$

Суммарные потери мощности на трение и прокачку в подшипнике будут равны их сумме

$$\bar{k}_{\Pi\Sigma} = \bar{k}_{N\text{тр}} + \bar{k}_{N\text{пр}}, \quad (24)$$

где  $\bar{k}_{N\text{пр}} = \frac{P_{\text{вх}} \cdot Q_{\Sigma}}{\mu\omega^2 R_{\text{ДП}}^3}$ .

В данной работе динамическая задача решена с использованием нелинейных уравнений движения жесткого одномассового ротора, установленного на двух гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа. За основу были взяты уравнения движения, приведенные в работе [1]. Внешними силами в этих уравнениях являются гидродинамические силы, вес ротора и его неуравновешенность.

Запишем уравнения движения ротора в безразмерном виде

$$\begin{aligned} \bar{m}(\ddot{\lambda} - \dot{\chi} \cdot \dot{\beta}_0^2) &= -2\bar{I}_{\Sigma} + \bar{G} \cdot \cos \beta_0 + \\ &+ \bar{q} \cos \left( \frac{\bar{t}}{\text{Sh}} - \beta_0 + \beta_i \right), \\ \bar{m}(\ddot{\chi} \cdot \dot{\beta}_0 + 2\dot{\chi} \cdot \dot{\beta}_0) &= -2\bar{J}_{\Sigma} - \bar{G} \cdot \sin \beta_0 + \\ &+ \bar{q} \sin \left( \frac{\bar{t}}{\text{Sh}} - \beta_0 + \beta_i \right). \end{aligned} \quad (25)$$

Безразмерные параметры в выражениях (25) связаны с размерными следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \bar{m} &= \frac{m\delta_{01}}{P_{\dot{a}\delta} R_{\dot{A}1} \Gamma^2}; \bar{I}_{\Sigma} = \frac{I_{\Sigma}}{P_{\dot{a}\delta} R_{\dot{A}1}^2}; \bar{J}_{\Sigma} = \frac{J_{\Sigma}}{P_{\dot{a}\delta} R_{\dot{A}1}^2}; \\ \bar{q} &= q\omega^2 / P_{\dot{a}\delta} R_{\dot{A}1}^2; \\ \bar{G} &= mg / P_{\dot{a}\delta} R_{\dot{A}1}^2; \bar{t} = \frac{t}{T}; \\ \text{Sh} &= \frac{1}{\omega t}; \chi = \frac{e}{\delta_{01}}; \end{aligned}$$

где  $G = mg$  – вес вала с дисками;  $g$  – ускорение свободного падения;  $e$  – эксцентриситет в подшипнике;  $I_{\Sigma}$  и  $J_{\Sigma}$  – гидродинамические силы в проекциях на линию центров диска и подшипника (ось  $y$ ) и направление ей перпендикулярное (ось  $x$ );  $q$  – остаточная неуравновешенность вала;  $\omega$  – угловая скорость вращения диска с валом;  $\beta_H$  – положение оси отсчета углов.

Для численного решения уравнений (25) применяется многошаговый метод Адамса. Для получения исходной информации для метода Адамса использовался одношаговый метод Эйлера.

## Вывод

Разработанная математическая модель позволяет определять несущую способность, расход рабочей жидкости, потери на трение и прокачку и амплитудно-частотные характеристики гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа.

## Литература

1. Коровчинский, М.В. Теоретические основы работы подшипников скольжения [Текст] / М.В. Коровчинский. – М.: Машигиз, 1969. – 403 с.
2. Токарь, И.Я. Проектирование и расчет опор трения [Текст]: моногр. / И.Я. Токарь. – М.: Машиностроение, 1972. – 167 с.
3. Назин, В.И. Радиальный гидростатический подшипник повышенной несущей способности [Текст] / В.И. Назин // Авиационно-космическая техника и технология. – 2012. – № 8 (95). – С. 94 – 100.

Поступила в редакцию 20.05.2013, рассмотрена на редколлегии 13.06.2013

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., проф. кафедры Л.Г. Бойко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е.Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

## ТЕОРІЯ ЗДВОЄННЯ РАДІАЛЬНОГО ГІДРОСТАТОДИНАМІЧНОГО ПІДШИПНИКА ПРИ НЕСТАЦІОНАРНОМУ ЗОВНІШНЬОМУ НАВАНТАЖЕННІ

*В.Й. Назін*

Розроблено математичну модель здвоєного гідростатодинамічного підшипника; що дозволяє визначати несучу здатність, витрата робочої рідини, втрати на тертя і амплітудно-частотні характеристики розглянутого підшипника. Записана система балансу витрат робочої рідини через вхідні компенсують пристрої і по контуру камери, яка дозволяє визначати тиску в несучих камерах. Показано визначення тисків на міжкамерних перемичках, на основі рішення рівняння Рейнольдса, доведеного до виду, пристосованого для чисельної реалізації. Для визначення траєкторій руху центру валу і побудови амплітудно-частотних характеристик застосовані нелінійні диференціальні рівняння валу всередині підшипника. Записані рівняння доведені до безрозмірного виду і для їх вирішення застосовані найбільш раціональні чисельні методи, що дозволяють порівняно швидко і точно отримувати основні характеристики підшипника. Розроблено алгоритм розрахунку розглянутого підшипника.

**Ключові слова:** гідростатодинамічний підшипник; математична модель, несуча здатність, витрата робочої рідини, втрати на тертя, амплітудно-частотні характеристики, чисельні методи, траєкторія руху, алгоритм розрахунку.

## THEORY OF DOUBLE RADIAL BEARING IN GIDROSTATODINAMICHESKOGO STATIONARY EXTERNAL LOAD

*V.I. Nazin*

A mathematical model of the double gidrostatodinamicheskogo bearing; let-schaya determine the carrying capacity, flow of working fluid, friction losses, and the amplitude-frequency characteristics of the considered bearing. Recorded balance system cost ra-working fluid through the input compensation arrangements and the contour of the camera that allows you to determine the pressure in the supporting cells. Shows the definition of pressure on inter-chamber jumpers on the basis of the solution of the Reynolds brought to the species, adapted for the numerical realization of the. To determine the trajectory of the center of the shaft and the construction of the amplitude-frequency characteristics of nonlinear partial differential equations applied to the shaft within the bearing. Logged equations of the brought to the dimensionless form and for their most rational solutions applied numerical methods to relatively quickly and accurately obtain the basic characteristics of the bearing. An algorithm for calculation of the bearing under consideration.

**Keywords:** gidrostatodinamicheskyy bearing, the mathematical model, carrying capacity, flow of working fluid, friction losses, the amplitude-frequency characteristics, numerical methods, the trajectory of the algorithm calculation.

**Назін Владимир Иосифович** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри теоретической механики, машиноведения и роботомеханических систем Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: dekanat@d2.khai.edu.