УДК 631.7.04-197:631:7.019.13

В.О. ПОВГОРОДНИЙ

Украинская инженерно-педагогическая академия, Харьков

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ТЕРМОУПРУГОСТИ ТОНКОСТЕННЫХ СИСТЕМ ПРИ НЕОДНОРОДНОМ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ТЕРМОУПРУГОСТИ

Рассматривается метод и алгоритм идентификации физических и теплофизических параметров тонкостенных систем при неоднородном внешнем воздействии. Предлагается определять неизвестные характеристики материала из решения обратной задачи термоупругости с использованием различных способов аппроксимации параметро и с применением различных численных методов (метода граничных элементов). Декомпозиция вектора параметров приводит к необходимости решения параллельных задач существенно меньшей размерности. Предложенный подход позволяет определять указанные параметры в условиях их существенной неоднородности.

Ключевые слова: *тонкостенная конструкция, обратная задача термоупругости, теплофизические характеристики, декомпозиция вектора параметров, аппроксимация.*

Ведение

При исследовании тепловых процессов в энергетике, металлургии и других областях техники часто возникает проблема идентификации внутренних параметров тепловых систем. Для идентификации характеристик материалов могут быть применены как экспериментальные методы [1, 2], так и теоретические, основанные на решении коэффициентных обратных задач механики деформируемого твердого тела [3 – 5].

Аппарат обратных задач, в соответствии с общей стратегией экстремальных методов, позволяет осуществлять идентификацию параметров в результате численного моделирования рассматриваемого процесса и поиска минимума функционала-невязки. В настоящей работе предлагается подход, позволяющий идентифицировать изменение термомеханических и физических свойств материала в зависимости от температуры в задачах термоупругости, когда поле температур существенно неоднородно по объему материала.

Постановка задачи

Пусть в трехмерной области

$$\Omega = \left\{X = (x_1, x_2, x_3) \in R^3,\right.$$
$$\left. 0 \le x_1 \le a;\ 0 \le x_2 \le b;\ 0 \le x_3 \le h\right\}$$

определена система термоупругого деформирования:

$$\sigma_{ij,j}(\alpha(T), T, u_i) = F_i,\ i, j = \overline{1,3}, \qquad (1)$$

связь между компонентами тензора напряжений σ_{ij} и компонентами тензора деформаций ε_{ij} задается в виде:

$$\begin{gathered}\sigma_{ij}(\alpha(T), T, u_i) = 2\mu\varepsilon_{ij} + \\ +[\lambda\varepsilon_{kk} - (3\lambda + 2\mu)\alpha(T)(T - T_0)]\delta_{ij};\end{gathered} \qquad (2)$$

$$\varepsilon_{kk} = \frac{\sigma_{kk}}{3k} + 3\alpha(T)(T - T_0);\quad \lambda = \frac{\nu E(T)}{(1+\nu)(1-2\nu)};$$

$$\mu = \frac{E(T)}{2(1+\nu)};\ k = \lambda + \frac{2}{3}\mu,$$

связь между деформациями ε_{ij} и перемещениями задается в виде:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}),$$

здесь F_i, u_i – проекции внешних сил и перемещений на оси Ox_i; $\alpha(T)$ – коэффициент температурного расширения; λ, μ – коэффициенты Ляме; k – модуль объемного расширения, ν – коэффициент Пуассона; $E(T)$ – модуль Юнга; T, T_0 – конечная и начальная температура тела. В области Ω изменение температуры T удовлетворяет уравнению:

$$\left(\lambda_T(T)T_{,i}\right)_i + q = C(T)\dot{T}, \qquad (3)$$

где $\lambda_T(T)$ – коэффициент теплопроводности; q – мощность теплового источника; $C(T)$ – удельная теплоемкость.

В начальный момент тело не нагрето и не деформировано. На поверхностях $x_1 = 0$ и $x_1 = a$

заданы условия закрепления. На поверхностях $x_3 = 0$ и $x_3 = h$ сформулированы граничные условия 2-го и 3-го рода:

$$\left.\frac{\partial T(x_1, x_2, t)}{\partial x_3}\right|_{x_3=0} = 0;$$

$$\lambda_T(T)\left.\frac{\partial T(\bar{\Omega}, t)}{\partial x_3}\right|_{x_3=h} = q(t), \qquad (4)$$

где $\bar{\Omega}$ – область воздействия теплового потока.

Будем предполагать, что тело нагрето настолько, что физические $E(T)$ и теплофизические характеристики материала $\alpha(T)$, $\lambda_T(T)$, $C(T)$ изменяются существенно, но при этом процесс деформирования остается упругим. Считаем, что на поверхности $x_3 = 0$ в точках X_n, $n = \overline{1,N}$ известны (измеряются) значения нормальных перемещений и температур. $u_3(X_n) = u_3^*$. Решение обратной задачи предполагает восстановление вектор-функции параметров

$$H = \left\{E(T), \alpha(T), \lambda_T(T), C(T)\right\},$$

компонентами которого являются функции, характеризующие физические и теплофизические характеристики материала по известным следам (5), (6) решения прямой задачи. Функционал-невязка будет иметь вид аналогично [4]:

$$J = \sum_{n=1}^{N}\left(u_3(X_n, H) - u_3^*(X_n)\right)^2 + \\ + \sum_{n=1}^{N}\left(T(X_n, H) - T^*(X_n)\right)^2. \qquad (5)$$

Метод решения

Для определения компонент вектора нормальных перемещений $u_3(X_n, H)$ и температур $T(X_n, H)$ необходимо построить решение прямой задачи (1) – (4). Совместно с заданными (измеренными) векторами $u_3^*(X_n)$, $T^*(X_n)$ это позволяет сформировать вектора невязок

$$\varepsilon(u_{3_{in}}, H) = \left(u_3(X_n, H) - u_3^*(X_n)\right),$$

необходимые для формирования функционала-невязки (7), согласно вариационному методу Тихонова. Вообще, процессу обращения модели при решении граничных обратных задач способствуют приемы преобразования исходных дифференциальных уравнений в частных производных.

Одним из самых эффективных в этом смысле оказался метод граничных элементов (МГЭ), предполагающий частичную (только по границе) конечно-элементную аппроксимацию модели. Здесь используется разбиение границы на элементы, аппроксимация искомых функций в пределах этих граничных элементов, сведение интегрального уравнения к алгебраической системе, решение ее с последующим определением неизвестных функций на элементах границы, вычисление компонент НДС во внутренних точках тела.

Например, в [5] с его помощью в сочетании с методом анализа чувствительности Дж. Бека [5] решена двумерная граничная ОЗТ.

Для построения системы уравнений МГЭ выполняется дискретизация области Ω следующим образом:

– для решения прямой задачи вводится сетка с координатами узлов X_s, где $X_s = \{x_{1s}, x_{2s}, x_{3_s}\}$, $s = \overline{1,S}$ и соответствующими узловыми значениями функции u_{i_s} в виде вектора $U(X_s) = \{u_{is}\}$;

– для представления условия (7) в дискретной форме вводится сетка с координатами узлов X_n, где $X_n = \{x_{1n}, x_{2n}, x_{3_n}\}$, $n = \overline{1,N}$, все X_n из числа X_s, и заданными значениями функций $u_3(X_n) = \{u_{3n}^*\}$, $T(X_n) = \left\{T_n^*\right\}$;

В результате решения системы уравнений получаем векторы перемещений и температур $u_3(X_n, H)$, $T(X_n, H)$, которые вместе с заданными векторами $u_3^*(X_n)$ $T^*(X_n)$ позволяют сформировать функционал-невязку (5).

Для выполнения безусловной численной минимизации функционала (5) будем использовать метод Нелдера-Мида, в котором рассматривается симплекс – метод поиска локального минимума функции нескольких переменных. Предложенный подход был применен для восстановления теплофизических $\alpha(T)$, $\lambda_T(T)$, $C(T)$ и физических $E(T)$ характеристик деформируемой тонкостенной системы из решения ОЗТУ.

В качестве объекта исследования рассматривалась пластина толщины $h = 0,2$м, изготовленная из стали 65С2ВА. Для описания материала использовались таблично представленные зависимости значений физических и теплофизических характеристик от температуры [5], для выполнения идентификации эти зависимости аппроксимированы полиномами:

$$E(T) = 211,2091 - 0,0301 \cdot T - 0,0001 \cdot T^2 \ \ (\text{ГПа});$$

$$\lambda_T(T) = 26{,}7264 + 0{,}052 \cdot T \left(\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}\right) \quad ; \qquad (6)$$

$$\alpha(T) = 12{,}1335 + 0{,}0034 \cdot T \left(10^{-6} \cdot \frac{1}{\text{К}}\right);$$

$$C(T) = 484{,}5748 + 0{,}0326 \cdot T + 0{,}0003 \cdot T^2 .$$

Аппроксимация неизвестных характеристик материала выполнялась на сетке так, что компонентами вектора искомых параметров обратной задачи являются значения параметров в зафиксированных на рис. 1, 2, а, следовательно, вектор параметров может быть представлен в виде

$$H = \left\{E_1, \alpha_1, \lambda_{T_1}, C_1, \ldots, E_p, \alpha_p, \lambda_{T_p}, C_p\right\}, \ p = \overline{1, P} .$$

В качестве начального приближения были выбраны постоянные значения теплофизических характеристик: $E = 210$ ГПа ; $\lambda_T = 27 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$; $C = 475 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$;

$\alpha = 11{,}7 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{К}}$.

Для апробации предложенного подхода проводилось сравнение результатов с известными решениями. Рассматривалась задача идентификации теплофизических характеристик $\lambda_T(T)$, $C(T)$ стальной пластины из решения задачи обратной задачи теплопроводности, представленная в монографии [3].

Теплофизические характеристики $\lambda_T(T)$, $C(T)$ заданы в виде полиномов вида $a + bT$. Действительные значения коэффициентов $a_C = 1{,}5 \cdot 10^6$; $b_C = 8 \cdot 10^3$; $a_{\lambda_T} = 45$; $b_{\lambda_T} = 0{,}02$ использовались при решении прямых задач теплопроводности и термоупругости и получения поля температур $T^*(X_i)$ и поля перемещений $u_1^*(X_i)$ соответственно.

Выводы

На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1) применение декомпозиционного подхода позволяет восстановить вектор параметров системы с использованием различных способов аппроксимации;

2) разработанный метод и алгоритм идентификации параметров, характеризующих теплофизические и механические свойства тонкостенных систем, позволяет определять указанные параметры в условиях их существенной неоднородности;

3) предложенный подход декомпозиции с выбором наиболее информативных компонент вектора параметров позволяет понижать порядок разрешающих соотношений;

4) сравнительный анализ полученных с использованием различных аппроксимаций численных результатов восстановления вектора параметров с действительными значениями параметров реальной системы свидетельствует об их достоверности.

В целом надо отметить, что в методах решения ОЗТМ невозможно построение альтернирующего итерационного процесса ввиду специфики ГУ, задаваемых на поверхности измерений. Задача не сводится к некоторой корректно-поставленной, минуя использование процедуры регуляризации или конструктивного выделения компактного множества корректности, на котором возможен поиск искомого решения. В то же время рассматриваемая ОЗТМ характеризуется тем обстоятельством, что искомая величина является скалярной величиной, а отклик ее проявляется в виде тензорной величины. Это весьма благоприятное обстоятельство, позволяющее во многих случаях получить устойчивые приближения,

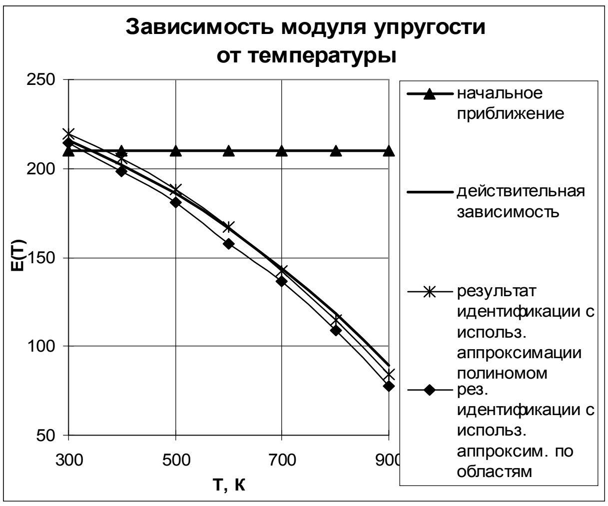

Рис. 1. Зависимость модуля упругости от температуры

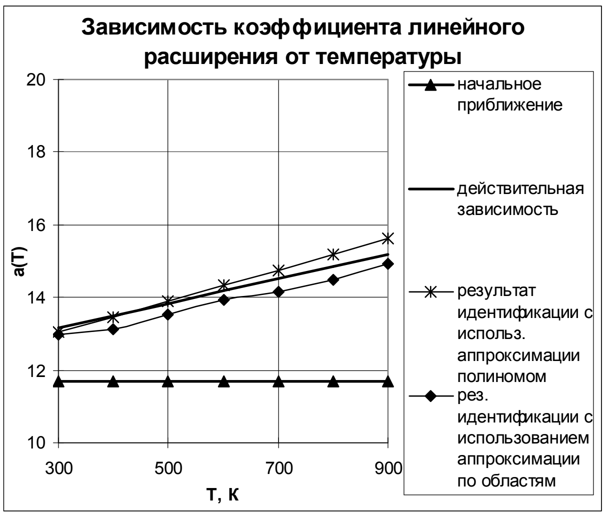

Рис. 2. Зависимость коэффициента линейного расширения от температуры

не пользуясь методом регуляризации. Используя же регуляризацию, можно в широких пределах варьировать эффективную зону измерений, сужая ее до тех пределов, с которых начинает сказываться неустойчивость алгоритма регуляризации.

В перспективе предложенный подход может быть применен для идентификации характеристик материала из решения обратной задачи термопластичности.

Литература

1. *Измерение импульсным методом теплофизических характеристик материалов с открытой поверхности [Текст] / Л.Д. Загребин, В.А. Сипайлов, М.Г. Камашев, Е.А. Иванова: тез. докл. 8 Всесоюзн. конф. по теплофизическим свойствам веществ. – 1988.– Ч. 2.– С. 85.*
2. *Талуц, С.Г. Измерение температуропроводности и теплоемкости динамическим методом плоских температурных волнс использованием электронного нагрева [Текст] / С.Г. Талуц, Б.В. Власов, В.Ф. Полев // Тез. докл. 8 Всесоюзн. конф. по теплофизическим свойствам веществ. – 1988. – Ч. 2. – С. 114 – 115.*
3. *Мацевитый, Ю.М. Обратные задачи теплопроводности [Текст] : В 2-х т. /, Ю.М. Мацевитый. – К.: Наук. думка, 2003. – Т. 1: Методология. – 341 с. – Т. 2: Приложения. – 392 с.*
4. *Сергиенко, И.В. Системный анализ многокомпонентных распределенных систем [Текст] / И.В. Сергиенко, В.С. Дейнека. – К.: Наук. думка, 2009. – 639 с.*
5. *Тихонов, А.Н. Математическое моделирование технологических процессов и метод обратных задач в машиностроении [Текст] / А.Н. Тихонов, В.Д. Кальнер, В.Б. Гласко. – М.: Машиностроение, 1990. – 263 с.*
6. *Ватульян, А.О. обратные задачи в механике деформируемого твердого тела [Текст] / А.О. Ватульян. – М.: Физматлит, 2007. – 222 с.*

Поступила в редакцию 23.05.2013, рассмотрена на редколлегии 13.06.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.Л. Шубенко, Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного, Харьков.

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ТЕРМОПРУЖНОСТІ ТОНКОСТІННИХ СИСТЕМ ПРИ НЕОДНОРІДНОМУ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОМУ СТАНІ НА ОСНОВІ ВИРІШЕННЯ ОБЕРНЕНИХ ЗАДАЧ ТЕРМОПРУЖНОСТІ

В.О. Повгородній

Розглядається метод і алгоритм ідентифікації фізичних і теплофізичних параметрів тонкостінних систем при неоднорідній зовнішній дії. Пропонується визначати невідомі характеристики матеріалу з рішення оберненої задачі термопружності з використанням різних способів апроксимації параметрів та з використанням різних числових методів (методу граничних елементів). Декомпозиція вектора параметрів приводить до необхідності розв'язання паралельних задач істотно меншій розмірності. Запропонований підхід дозволяє визначати вказані параметри в умовах їх істотної неоднорідності.

Ключові слова: тонкостінна конструкція, обернена задача термопружності, теплофізичні характеристики, декомпозиція вектора параметрів, апроксимація.

IDENTIFICATION OF THE PARAMETER'S OF THERMOELASTICITY TO THE NONHOMOGENEOUS STRESS CONDITION ON THE SOLUTION INVERSE PROBLEM OF THE THERMOELASTICITY

V.O. Povgorodny

The experimental and theoretical investigation of thermal and elastical characteristics of the material's considered and control of temperature regimen by discussed inverse problem of the thermoelasticity. The experimental and theoretical investigation of thermal and elastical characteristics of the material's considered by discussed inverse problem of the thermoelasticity. An inverse quotients thermoelasticity problem is discussed by Fredhol'ms equation without experiment. Assuming thermomechanical oscillation frequency small enough a solving equation was produced. And in this article is used the method of the boundary element's. Obtained results can be used to simulate the process of experimental determination of physical-mechanical properties of the materials used in aero- and spacecraft manufacturing and of the energetic and turbine's machinebuidings.

Key words: thinnes construction, inverse problem, thermoelasticity, thermophisical characters, decomposition of the parametr's vector, approximation.

Повгородний Владимир Олегович – канд. техн. наук, доц. кафедры охраны труда, стандартизации и сертификации Украинской инженерно-педагогической академии, Харьков, Украина, e-mail: povgorod@ukr.net.