

УДК 621.44.533.697

Ю.П. КУХТИН¹, В.М. ЛАПОТКО¹, Г.И. СЛЫНЬКО²

¹ ГП «Ивченко-Прогресс», Запорожье, Украина

² Запорожский национальный технический университет, Запорожье, Украина

ВЕРИФИКАЦИЯ МЕТОДА ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ ГАЗА

Представлены основные уравнения, моделирующие течение вязкого теплопроводного газа в цилиндрической системе координат. Для замыкания основных уравнений использована двухпараметрическая стандартная k-ε модель турбулентности. В качестве первого теста рассмотрено трансзвуковое течение газа вблизи толстого аэродинамического профиля на нестационарном режиме, обусловленном отрывом потока вблизи задней кромки профиля. Второй тест представлен расчетом обтекания тонкой пластины на дозвуковом режиме. Показано, что результаты полученных численных решений хорошо совпадают с экспериментальными данными.

Ключевые слова: уравнения Навье-Стокса, k-ε модель турбулентности, нестационарный отрыв.

Введение

Отрывное обтекание тел повсеместно встречается в природе и технике. Главная особенность их заключается в том, что после появления отрыва течение становится нестационарным. Круг задач, в которых возникает необходимость изучения подобных явлений, очень широк.

Предлагаемая численная модель предназначена для проведения газодинамических расчетов течений газа в проточных частях лопаточных машин. Таким образом, при тестировании модели, большое внимание уделялось моделированию течений газа при обтекании профилей на различных режимах.

В данной работе представлена численная модель нестационарного течения вязкого теплопро-

водного газа в ступенях осевых и осерадиальных лопаточных машин в системе координат, связанной с поверхностью вращения.

Основная цель работы: оценка возможности применения математической модели и численного метода для расчета вязких отрывных нестационарных течений при обтекании профилей различной формы.

1. Основные уравнения

Осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса в приближении тонкого слоя для сжимаемого газа, записанные в дивергентной форме во вращающейся цилиндрической системе координат имеют вид:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial \varphi} - \frac{1}{r} \frac{\partial r F_v}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial G_v}{\partial \varphi} = \frac{1}{r} H;$$

$$W = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E \end{pmatrix}; E = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (E + P)u \end{pmatrix}; F = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + P \\ \rho vw \\ (E + P)v \end{pmatrix}; G = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + P \\ (E + P)w \end{pmatrix};$$

$$F_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xr} \\ \tau_{rr} \\ \tau_{r\varphi} \\ u\tau_{xr} + v\tau_{rr} + w\tau_{r\varphi} - Q_r \end{pmatrix}; G_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{x\varphi} \\ \tau_{r\varphi} \\ \tau_{\varphi\varphi} \\ u\tau_{x\varphi} + v\tau_{r\varphi} + w\tau_{\varphi\varphi} - Q_\varphi \end{pmatrix}; H = \begin{pmatrix} -\rho v \\ -\rho uv \\ \rho((w + \Omega r)^2 - v^2) \\ -2\rho v(w + \Omega r) \\ \rho v \Omega^2 r^2 - (E + P)v \end{pmatrix}.$$

В этих уравнениях:

$$\tau_{ij} = (\mu + \mu_T) \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right] - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho k,$$

ρ – плотность, P – давление, u, v, w – компоненты скорости по осям x, r, φ соответственно, E – удель-

ная энергия, Ω – угловая скорость вращения, μ – коэффициент молекулярной вязкости, μ_T – коэффициент турбулентной вязкости, δ_{ij} – символ Кронекера, Q – удельный тепловой поток. Для замыкания системы уравнений (1) используется стандартная k - ε модель турбулентности (Лаундера, Сполдинга):

$$\begin{aligned} \frac{\partial K}{\partial t} + \frac{\partial E_T}{\partial x} + \frac{\partial F_T}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial G_T}{\partial \varphi} &= H_T; \\ K &= \begin{pmatrix} \rho k \\ \rho \varepsilon \end{pmatrix}; E_T = \begin{pmatrix} \rho u k - (\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}) \frac{\partial k}{\partial x} \\ \rho v \varepsilon - (\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \end{pmatrix}; F_T = \begin{pmatrix} \rho v k - (\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}) \frac{\partial k}{\partial r} \\ \rho v \varepsilon - (\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \end{pmatrix}; G_T = \begin{pmatrix} \rho w k - \frac{1}{r} (\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}) \frac{\partial k}{\partial \varphi} \\ \rho w \varepsilon - \frac{1}{r} (\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} \end{pmatrix}; \\ H_T &= \begin{pmatrix} -\frac{\rho v k}{r} - \overline{\rho u_i u_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon \\ -\frac{\rho v \varepsilon}{r} - C_1 \frac{\varepsilon}{k} \overline{\rho u_i u_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \end{pmatrix}; \quad \mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \end{aligned} \quad (2)$$

и уравнение состояния термодинамически совершенного газа $P = \rho R T$.

В уравнениях (2): k – кинетическая энергия турбулентности (ТКЕ), ε – скорость диссипации ТКЕ, $\sigma_k, \sigma_\varepsilon, C_1, C_2, C_\mu$ – эмпирические коэффициенты, $\overline{\rho u_i u_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ – член отвечающий за производство k .

Граничные условия для ТКЕ и скорости диссипации ТКЕ на стенке определялись с помощью пристеночной функции [1].

Решение уравнений (1) проводилось с помощью численной схемы, имеющей 2-й порядок точности по пространству и использующей процедуру распада произвольного разрыва С.К. Годунова [2, 3]. Вязкие компоненты аппроксимировались центральными разностями.

2. Трансзвуковое обтекание двояковыпуклого профиля

Объектом настоящих исследований было обтекание толстого симметричного профиля (толщина профиля / хорда профиля = 0,18) околосзвуковым потоком газа [4]. Характерной особенностью рассматриваемого течения на режиме $M_\infty=0,775, Re=2 \cdot 10^6$ является его нестационарность, вызванная колебанием области отрыва потока в районе задней кромки профиля.

На рис. 1 показаны мгновенные поля параметров числа M (а), ТКЕ (б) и энтропийной функции (в), а на рисунке 2 представлено поле векторов скорости в один и тот же момент времени. Течение газа в рассматриваемый момент времени характери-

зуется образованием хорошо сформировавшегося отрывного течения в области нижней части задней кромки профиля (рис. 2).

На рис. 3 представлены: мгновенное распределение коэффициента давления

$$C_p = 2(P - P_\infty) / (\rho_\infty W_\infty^2)$$

вдоль нижней и верхней поверхностей профиля, полученное численно (сплошные линии), и осредненное по времени, полученное экспериментально (символ « \circ »).

Как видно из рисунка, расчетное изменение давления на поверхности профиля происходит в виде колебания его мгновенного значения относительно некоторого осредненного давления, полученного экспериментально.

Частота периодических пульсаций давления в точке, расположенной на верхней поверхности в области отрыва, полученная расчетным путем составила $\nu = 188$ Гц, в то время как замеренные экспериментально пульсации давления лежали в диапазоне $\nu = 187 \div 193$ Гц. Таким образом, получено хорошее совпадение по частоте отрыва потока, вызванного взаимодействием скачка уплотнения с пограничным слоем.

3. Обтекание тонкой пластины

Задача следующего теста - дать оценку возможности применения представленной численной модели для расчета безотрывного обтекания тонкого профиля при больших числах Рейнольдса. Характер течения в окрестности задней кромки полностью определяет структуру закруточного спутного следа, являющегося основным фактором нестационарного взаимодействия венцов турбомашин.

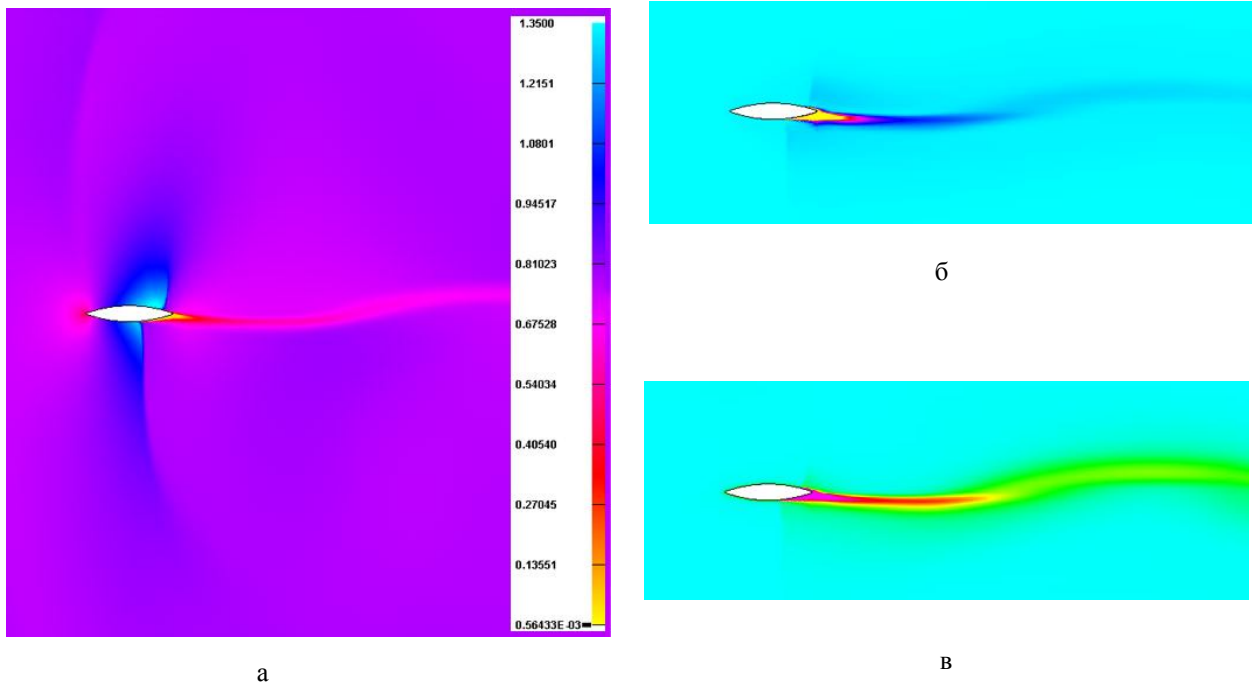


Рис. 1. Мгновенные поля параметров:
а – числа М, б – кинетической энергии турбулентности, в – энтропийной функции

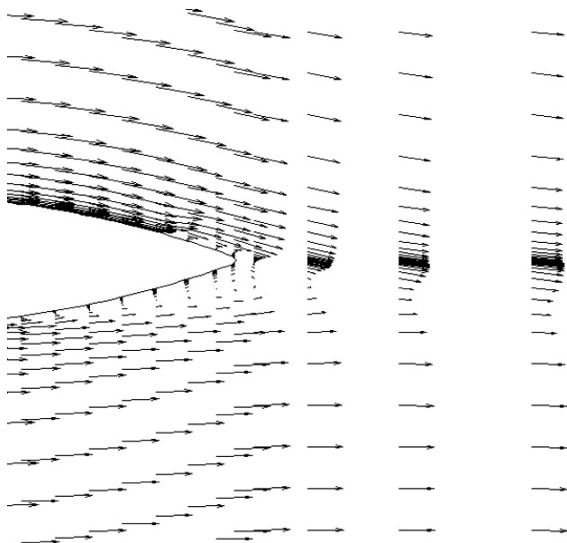


Рис. 2. Мгновенное поле векторов скорости

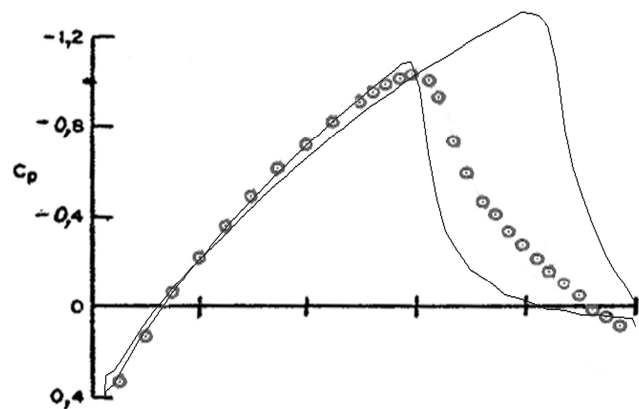


Рис. 3. Мгновенное распределение коэффициента давления C_p на профиле

Результаты расчетов сопоставлялись с результатами продувок тонкой пластины, помещенной в прямоугольной трубе.

Такие исследования проводились в научно-исследовательском центре им. Эймса [5] на режиме с параметрами: $M=0,7$, давлением торможения $P_T=275000\text{Па}$ и температурой торможения $T_T=862\text{К}$. Число Рейнольдса, посчитанное по длине пластины L , равнялось $Re_L=36,6 \cdot 10^6$.

Поведение течения газа в окрестности задней кромки обтекаемого тела и области ближнего следа определяется структурой пограничного слоя при заданном режиме течения. Таким образом, сравне-

ние численных и экспериментальных данных позволяет дать оценку работоспособности выбранной модели турбулентности и пристеночной функции при безотрывном обтекании профиля.

На рис. 4 показаны поля распределения параметров: а – числа М и б – кинетической энергии турбулентности.

Распределение статического давления на поверхности пластины, отнесенное к величине полного давления на входе P_T , изображено на рис. 5, где символом « \circ » обозначены экспериментальные значения; сплошная линия – значения, полученные численно; L – длина пластины.

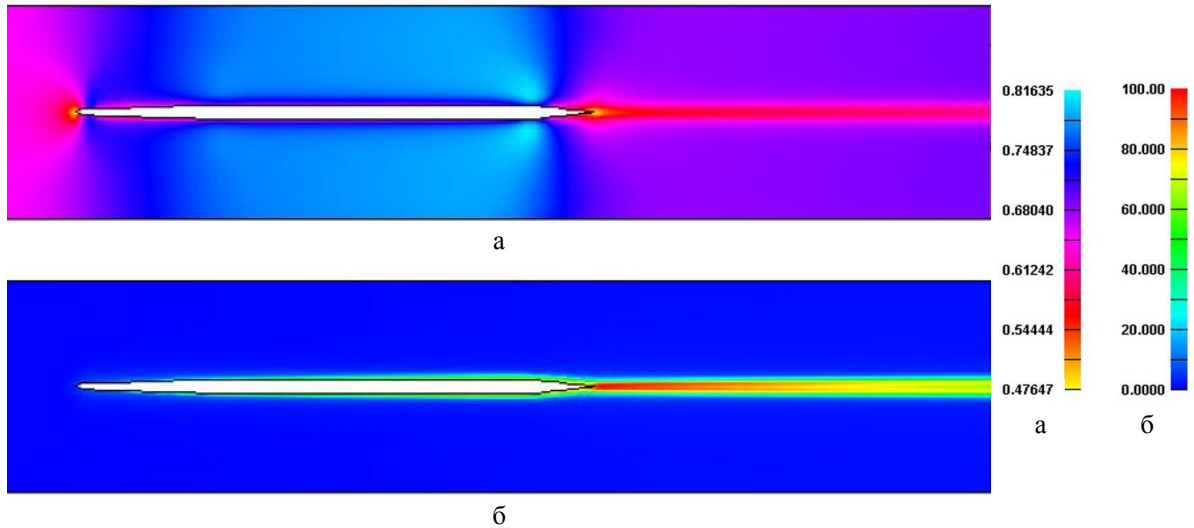


Рис. 4. Распределение параметров: а – числа М, б – кинетической энергии турбулентности

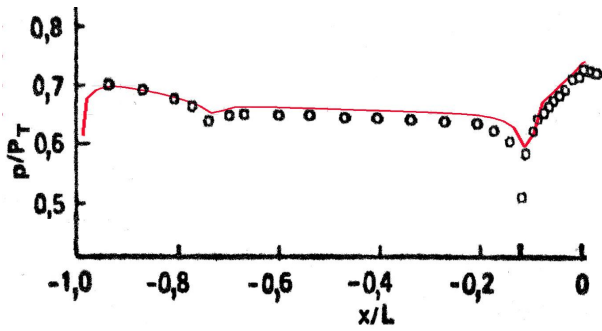


Рис. 5. Распределение безразмерного статического давления на поверхности пластины

На рис. 6 представлено сравнение профилей безразмерной скорости u/u_0 на пластине в окрестности задней кромки и в ближнем следе течения, полученных численно и экспериментально, где u_0 – скорость в невозмущенном потоке.

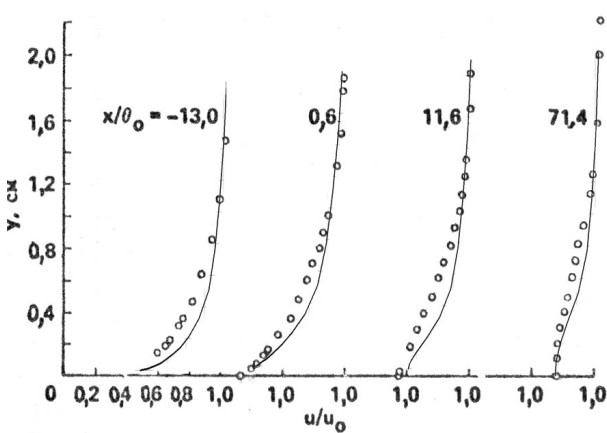


Рис. 6. Распределение профилей средней скорости на поверхности пластины и в ближней части следа

Как видно из диаграмм, расчетные и экспериментальные профили скорости неплохо согласуются на большей части толщины пограничного слоя. Небольшие расхождения наблюдаются вблизи стенки, что обусловлено недостаточным мелким размером расчетной сетки ($Y^+ = 20$). Улучшение точности расчета в конкретном случае течения, требует задания расчетной сетки с более мелкими размерами ячеек в пристеночной области.

Очевидно, полученной точности совпадения расчетных профилей скорости с экспериментальными достаточно для успешного моделирования распространения закруточного сепарационного следа, как источника возмущений для лопаток венца, стоящего ниже по потоку газа.

Выводы

В результате тестирования представленной численной модели можно сделать следующие выводы:

- 1) при моделировании взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем, получено хорошее совпадение нестационарного распределения давления на профиле с экспериментально измеренным осредненным;
- 2) частота пульсаций зоны отрыва, полученная численно, хорошо совпадает с экспериментальными замерами, что позволяет сделать вывод о применимости данной модели для расчета нестационарных отрывных течений;
- 3) в окрестности задней кромки пластины и в ближнем следе течения получены профили скорости с точностью достаточной для моделирования структуры закруточного сепарационного следа.

Литература

1. Sondak, D.L. *Wall Functions for the k-ε Turbulence Model in Generalized Nonorthogonal Curvilinear Coordinates [Text]* / D.L. Sondak, R.H. Pletcher, W.R. Van Dalsem. *Final Report // Engineering research institute, Iowa state University, 1990.* – 184 p.

2. Годунов, С.К. *Разностный метод расчета ударных волн [Текст]* / С.К. Годунов // *Успехи мат. наук.* – 1957. – Т. 12, № 1. – С. 176 – 177.

3. Численное решение многомерных задач газовой динамики [Текст] / С.К. Годунов, А.В. Забро-

дин, М.Я. Иванов, А.Н. Крайко, Г.П. Прокопов. - М.: Наука, 1976. – 400 с.

4. Макдевитт. *Трансзвуковое течение около толстого профиля, образованного дугами окружности [Текст]* / Макдевитт, Леви мл., Диверт // *Ракетная техника и космонавтика, 1976.* – Т. 14, № 5. – С. 75 – 83.

5. *Течение в следе за задней кромкой при больших числах Рейнольдса [Текст]* / П.Р. Висванатх, Дж.В. Клири, Х.Л. Сигмиллер, К.К. Хорстмен // *Ракетная техника и космонавтика.* – 1980. – Т. 18, № 9. – С. 44 – 53.

Поступила в редакцию 30.05.2013, рассмотрена на редколлегии 13.06.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой технологии авиационных двигателей А.Я. Качан, Запорожский национальный технический университет, Запорожье.

ВЕРИФІКАЦІЯ МЕТОДУ ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ВІДРИВНИХ ТЕЧІЙ ГАЗУ

Ю.П. Кухтін, В.М. Лапотко, Г.І. Сльнко

Представлені основні рівняння, що моделюють течію в'язкого теплопровідного газу в циліндричній системі координат. Для замикання основних рівнянь використана двопараметрична стандартна k-ε модель турбулентності. В якості першого тесту проведено розрахунок трансзвукової течії газу поблизу товстого профілю на нестационарному режимі, обумовленому відривом. Другий тест представлений розрахунком обтікання тонкої пластини на дозвуковому режимі. Показано, що результати отриманих чисельних рішень добре збігаються з експериментальними даними.

Ключові слова: рівняння Нав'є-Стокса, k-ε модель турбулентності, нестационарний відрив.

VERIFICATION OF THE NUMERICAL METHOD FOR DETACHED FLOWS SOLUTION

Yu.P. Kukhtin, V.M. Lapotko, G.I. Slynko

The governing equations which describes the viscous heat-conducting flow in a cylindrical coordinate system are presented. For the closure of the basic equations used a standard two-equation k-ε turbulence model. A transonic flow around a thick profile by a instationary conditions was calculated as a first test. The second test shows the numerical simulation of the subsonic flow around of a thin plate. It is shown that results of the numerical solution are well correlated with experimental data.

Key words: Navier-Stokes equations, the k-ε turbulence model, instationary separation.

Кухтін Юрій Петрович – канд. техн. наук, інженер-конструктор ГП «Івченко-Прогрес», Запорожье, Україна, e-mail: flow_gd2@mail.ru.

Лапотко Василь Михайлович – канд. техн. наук, ведучий інженер ГП «Івченко-Прогрес», Запорожье, Україна, e-mail: flow_gd@mail.ru.

Сльнко Георгій Іванович – д-р техн. наук, заведуючий кафедрою теплотехники і гідравлики Запорожського Національного технічного університету, Запорожье, Україна, e-mail: gslynko@zntu.edu.ua.