УДК 681.5.015:629.7.05

И. В. ЖЕЖЕРА, УИСАМ БУДИБА, С. Н. ФИРСОВ

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина

МАЛОГАБАРИТНАЯ БЕСПЛАТФОРМЕННАЯ ИНЕРЦИАЛЬНАЯ НАВИГАЦИОННАЯ СИСТЕМА АВТОНОМНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С КОРРЕКЦИЕЙ ОТ СПУТНИКОВОГО НАВИГАЦИОННОГО ПРИЕМНИКА

В статье получены уравнения кинематики в кватернионной форме и уравнения динамики твердого тела в географической системе координат. На их основе получены выражения для уравнений ошибок кинематических соотношений в виде кватернионов и уравнений ошибок динамики поступательного движения. Выполнено построение уравнений дискретного фильтра Калмана. Описана реализация алгоритма счисления углового и пространственного положения малогабаритного автономного летательного аппарата и представлена реализация синтезированного алгоритма применением различных методов интегрирования уравнения кинематики и динамики изделия.

Ключевые слова: *навигация, акселерометр, датчик угловой скорости, фильтр Калмана, уравнение ошибок, интегрирование уравнений.*

Введение

В области автономных навигационных систем малогабаритных летательных аппаратов (МЛА) большое внимание уделяется исследованию и разработке малогабаритных бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) [1 –3]. В зависимости от наличия чувствительных элементов (ЧЭ), измеряющих угловые параметры движения МЛА, БИНС классифицируют на два класса: содержащий и не содержащий гироскопические ЧЭ [4 – 6]. Последний класс представляет так называемые «безгироскопные» БИНС. Следует указать на то, что практически все эксплуатируемые на сегодня БИНС МЛА содержат гироскопы и это в первую очередь определяется тем, что пока недостигнут технологический уровень создания малогабаритных акселерометров, обеспечивающий приемлемые характеристики. Однако техническая возможность создания подобных БИНС показана и доказана неоднократно [7 – 9].

Известным и доказанным является то, что точность, как малогабаритных, так и размерных БИНС, напрямую связана, как с характеристиками измерителей, так и с точностью оценивания их погрешностей и своевременной компенсацией накопившихся ошибок [10 – 12]. Одним из перспективных направлений в решении задач оценивания и компенсации ошибок БИНС является интеграция известных подходов к построению функционально избыточных систем и применение методов оптимальной фильтрации [13 – 15]. Именно поэтому разработка алгоритмов коррекции малогабаритной БИНС МЛА, является актуальной и своевременной задачей, решению которой посвящена данная статья.

Постановка задачи исследования

Одной из основных задач бесплатформенной инерциальной системы является определение текущей угловой ориентации МЛА. В этом случае необходимо решать задачи преобразования координатных систем, выполнять расчет скорости и положения, а также компенсировать ошибки определения параметров движения. Это определяет необходимость решения следующего круга задач:

– формирование аналитических зависимостей уравнений ошибок киниматики и динамики МЛА;

– синтез уравнений дискретного фильтра Калмана;

– разработка алгоритмов счисления углового и пространственного положения МЛА с компенсацией погрешностей определения его параметров движения.

Уравнения ошибок динамических и кинематических соотношений малогабаритного летательного аппарата

Для получения аналитических зависимостей для определения ошибок получим невозмущенные уравнения кинематики и динамики МЛА.

Уравнение кинематики в форме кватерниона имеет вид:

$$\dot{Q} = \frac{1}{2}\dot{\Theta} \times Q,$$

где Q – кватернион описывающий движение МЛА; $\dot{\Theta} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix}$ – матрица Пуассона;

ω_x, ω_y, ω_z – проекции угловой скорости вращения МЛА (показания ДУС).

Матрицы, переводящие связанную систему координат в навигационную, как функции углов Эйлера-Крылова и кватернионов, равны:

$$M_{10} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix}; \quad (1)$$

$$M_{10} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} \end{bmatrix}; \quad (2)$$

где $M_{11} = \cos(\psi)\cos(\vartheta)$; $M_{12} = \sin(\vartheta)$;

$M_{13} = -\sin(\psi)\cos(\vartheta)$; $M_{21} = \sin(\psi)\sin(\gamma) - \cos(\psi)\sin(\vartheta)\cos(\gamma)$; $M_{22} = \cos(\vartheta)\cos(\gamma)$;

$M_{23} = \cos(\psi)\sin(\vartheta) + \sin(\psi)\sin(\vartheta)\cos(\gamma)$;

$M_{31} = \sin(\psi)\cos(\gamma) + \cos(\psi)\sin(\vartheta)\sin(\gamma)$;

$M_{32} = -\cos(\vartheta)\sin(\gamma)$; $M_{33} = \cos(\psi)\cos(\gamma) - \sin(\psi)\sin(\vartheta)\sin(\gamma)$; $Q_{11} = 2q_0^2 + 2q_1^2 - 1$;

$Q_{12} = 2(q_1q_2 + q_0q_3)$; $Q_{13} = 2(q_1q_3 - q_0q_2)$;

$Q_{21} = 2(q_1q^2 - q_0q_3)$; $Q_{22} = 2q_0^2 + 2q_2^2 - 1$;

$Q_{23} = 2(q_2q_3 + q_0q_1)$; $Q_{31} = 2(q_1q_3 + q_0q_2)$;

$Q_{32} = 2(q_2q_3 - q_0q_1)$; $Q_{33} = 2q_0^2 + 2q_3^2 - 1$;

q_n, $n = \overline{0,3}$ – компоненты кватерниона;

ψ, ϑ, γ – углы Эйлера-Крылова.

Из равенства матриц (1) и (2), получаем следующие соотношения, связывающие параметры Эйлера-Крылова с параметрами Родрига-Гамельтона:

$$\sin(\vartheta) = 2(q_1q_2 + q_0q_3); \ \sin(\psi) = -\frac{2(q_1q_3 - q_0q_2)}{\cos(\vartheta)};$$

$$\cos(\gamma) = \frac{2q_0^2 + 2q_2^2 - 1}{\cos(\vartheta)}. \quad (3)$$

Для получения уравнений ошибок представим возмущенный кватернион в следующем виде:

$$\tilde{Q} = \Delta Q \circ Q, \quad (4)$$

где Q – невозмущенный кватернион ΔQ – кватернион поворота на величину ошибок.

Продифференцируем выражение (4) по времени:

$$\dot{\tilde{Q}} = \Delta\dot{Q} \circ Q + \Delta Q \circ \dot{Q}. \quad (5)$$

Из (4), получим:

$$\Delta Q^* \circ \tilde{Q} = \Delta Q^* \circ \Delta Q \circ Q = Q. \quad (6)$$

Умножим (5) на Q^*, и выразим $\Delta\dot{Q}$:

$$\Delta\dot{Q} = \dot{\tilde{Q}} \circ Q^* - \Delta Q \circ \dot{Q} \circ Q^*. \quad (7)$$

Получим из (6) Q^*:

$$Q^* = \Delta Q \circ \tilde{Q}^*. \quad (8)$$

Выполним подстановку (8) в (7):

$$\Delta\dot{Q} = \dot{\tilde{Q}} \circ \Delta Q \circ \tilde{Q}^* - \Delta Q \circ \dot{Q} \circ \Delta Q \circ \tilde{Q}^*. \quad (9)$$

Подставим в (9) $\dot{\tilde{Q}} = \frac{1}{2}\dot{\tilde{\Theta}} \times \tilde{Q}$:

$$\Delta\dot{Q} = \left(\frac{1}{2}\dot{\tilde{\Theta}} \times \tilde{Q}\right) \circ \left(\Delta Q \circ \tilde{Q}^*\right) - \\ - \Delta Q \circ \left(\frac{1}{2}\left(\dot{\tilde{\Theta}} - \Delta\dot{\Theta}\right) \times \left(\Delta Q^* \circ \tilde{Q}\right)\right) \circ \Delta Q \circ \tilde{Q}^*. \quad (10)$$

Уравнение (10) является уравнением ошибок углового положения в виде кватернионов. Линеаризуем их разложением в ряд Тейлора по параметрам Δq_0, Δq_1, Δq_2, Δq_3, α_x, α_y, α_z при $\Delta q_0 = 1$, $\Delta q_1 = 0$, $\Delta q_2 = 0$, $\Delta q_3 = 0$, $\alpha_x = 0$, $\alpha_y = 0$, $\alpha_z = 0$:

$$\Delta\dot{q}_0 = 0,$$

$$\Delta\dot{q}_1 = (q_1q_3 + q_0q_2)\omega_z\Delta q_0 + \frac{1}{2}\left(-q_2^2 + q_0^2\right)\omega_x\Delta q_0 + \\ + \frac{1}{2}\left(-q_3^2 + q_1^2\right)\omega_x\Delta q_0 + (q_1q_2 + q_0q_3)\omega_y\Delta q_0 + \\ + \left(-q_2^2 + q_0^2 - q_3^2 + q_1^2\right)\alpha_x + (q_1q_2 + q_0q_3)\alpha_y + \\ + (q_1q_3 + q_0q_2)\alpha_z,$$

$$\Delta\dot{q}_2 = (q_1q_2 + q_0q_3)\omega_x\Delta q_0 + \frac{1}{2}\left(-q_1^2 + q_2^2\right)\omega_y\Delta q_0 + \\ + \frac{1}{2}\left(-q_3^2 + q_0^2\right)\omega_y\Delta q_0 + (q_2q_3 + q_0q_1)\omega_z\Delta q_0 \\ + (q_1q_2 + q_0q_3)\alpha_x + \left(-q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_0^2\right)\alpha_y \\ + (q_2q_3 + q_0q_1)\alpha_z, \quad (11)$$

$$\Delta\dot{q}_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\left(q_3^2 + q_0^2 - q_2^2 - q_1^2\right)\omega_z + \\ + (q_1q_3 + q_0q_2)\omega_x \end{bmatrix}\Delta q_0 + \\ + (q_3q_2 + q_0q_1)\omega_y\Delta q_0 + (q_1q_3 + q_0q_2)\alpha_x + \\ + (q_3q_2 + q_0q_1)\alpha_y + \left(q_3^2 + q_0^2 - q_2^2 - q_1^2\right)\alpha_z.$$

Так как при получении уравнений динамики в качестве базовой системы координат принят географический сопровождающий трехгранник, тогда вектор абсолютной скорости движения центра масс МЛА, равен:

$$\overline{V}^a = \overline{V} + \overline{\Omega} \times \overline{R}, \quad (12)$$

где $\overline{V}^a$ – абсолютная скорость в инерциальном пространстве, $\overline{V}$ – относительная скорость объекта в географическом сопровождающем трехграннике, $\overline{\Omega}$ – угловая скорость вращения Земли, $\overline{R}$ – радиус-вектор центра масс.

Производная по времени от выражения (12), равна:

$$\frac{d\overline{V}^a}{dt} = \frac{d\tilde{\tilde{\overline{V}}}}{dt} + \overline{\omega} \times \overline{V} + \frac{d\Omega}{dt} \times \overline{R} + \overline{\Omega} \times \frac{d\overline{R}}{dt}, \quad (13)$$

где $d\tilde{\overline{V}}/dt$ – локальная производная в подвижной системе координат, $\overline{\omega}$ – угловая скорость вращения трехгранника.

Примем угловую скорость вращения Земли константой (в общем случае она непостоянна), тогда $\dot{\Omega}\times\overline{R}=0$, а так как $d\overline{R}/dt=\overline{V}^a$ получим:

$$\frac{d\overline{V}^a}{dt}=\frac{d\tilde{\overline{V}}}{dt}+\overline{\omega}\times\overline{V}+\overline{\Omega}\times\overline{V}, \quad (14)$$

Так как $\overline{\Omega}\times\overline{\Omega}\times\overline{R}=0$ и учитывая, что угловая скорость сопровождающего трехгранника является суммой двух угловых скоростей (скорости вращения Земли и скорости вращения трехгранника относительно Земли ω_c), то уравнение движения можно преобразовать к следующему виду:

$$\frac{d\overline{V}^a}{dt}=\frac{d\tilde{\overline{V}}}{dt}+\overline{\omega}\times\overline{V}+2\overline{\Omega}\times\overline{V}. \quad (15)$$

Производную $d\overline{V}^a/dt$ представим в виде двух составляющих – кажущегося ускорения $\overline{A}$ и ускорения свободного падения $\overline{g}$:

$$\frac{d\overline{V}^a}{dt}=\overline{A}+\overline{g}, \quad (16)$$

тогда выражение для локальной производной $d\tilde{\overline{V}}/dt$ примет вид:

$$\frac{d\tilde{\overline{V}}}{dt}=\overline{A}+\overline{g}-\overline{\omega}\times\overline{V}-2\overline{\Omega}\times\overline{V}. \quad (17)$$

Дополнив уравнение (17) известными, получим систему из шести дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_x&=A_x+g_x-\frac{V_z^2\tan(\varphi)+V_xV_y}{R}-2\Omega\sin(\varphi)V_z;\\
\dot{V}_y&=A_y+g_y+\frac{V_x^2+V_z^2}{R}+2\Omega\cos(\varphi)V_z;\\
\dot{V}_z&=A_z+g_z-\frac{V_z(V_y-V_x\tan(\varphi))}{R}-\\
&\quad-2\Omega(\cos(\varphi)V_y-\sin(\varphi)V_x); \qquad (18)\\
\dot{\varphi}&=\frac{V_x}{R};\dot{\lambda}=\frac{V_z}{R\cos(\varphi)};\dot{R}=V_y,
\end{aligned}$$

где $[V_x\ \ V_y\ \ V_z]^T=\overline{V}$; $\overline{\Omega}$ – значения векторов угловой скорости Земли в географическом сопровождающем трехграннике; φ, λ, R, $\dot{\varphi}$, $\dot{\lambda}$, $\dot{R}$ – географическая долгота и широта, а также радиус- вектор, характеризующий положение начала подвижной системы координат и производные этих параметров, соответственно.

Система уравнений (18) представляет собой систему дифференциальных нелинейных уравнений движения центра масс МЛА.

Для получения уравнений ошибок динамики поступательного движения линеаризуем систему (18) методом малых возмущений. При этом учитываем следующие допущения:

– реальные значения параметров состояния МЛА мало отличаются от их требуемых, опорных или программных значений;

– требуемые значения параметров состояния МЛА характеризуют идеальное или программное значения объекта, реализующие определенный режим или этап решения поставленной задачи, определяются аналитически;

– при требуемом или невозмущенном движении МЛА все возмущающие факторы не учитываются (возмущающие силы и моменты равны нулю);

– в процессе формирования уравнений первичные характеристики объекта не варьируют, то есть рассматривают их в качестве известных функций времени.

С учетом введенных допущений линеаризованные уравнения ошибок для динамики движения МЛА будут иметь вид:

$$\begin{aligned}
\Delta\dot{V}_x&=-\left(\frac{V_y}{R}\right)\Delta V_x-\left(\frac{V_x}{R}\right)\Delta V_y-\\
&-\left(2\Omega\sin(\varphi)+\frac{2V_z\tan(\varphi)}{R}\right)\Delta V_z-\\
&-\left(2\Omega\cos(\varphi)V_z-\frac{V_z^2}{R\cos^2(\varphi)}\right)\Delta\varphi+\\
&+\left(\frac{V_z^2\tan(\varphi)+V_xV_y}{R^2}\right)\Delta R-\\
&-(2A_x)\Delta q_0+(2A_z)\Delta q_2-(2A_y)\Delta q_3+2A_x,\\
\Delta\dot{V}_y&=\left(\frac{2V_x}{R}\right)\Delta V_x+\left(\frac{2V_z}{R}+2\Omega\cos(\varphi)\right)\Delta V_z-\\
&-(2\Omega\sin(\varphi))\Delta\varphi-\left(\frac{V_x^2+V_z^2}{R^2}\right)\Delta R+ \qquad (19)\\
&+(-2A_y)\Delta q_0+(-2A_z)\Delta q_1+(2A_x)\Delta q_3+2A_y,\\
\Delta\dot{V}_z&=\left(\frac{V_z\tan(\varphi)}{R}+2\Omega\sin(\varphi)\right)\Delta V_x-\\
&-\left(\frac{V_z}{R}+2\Omega\cos(\varphi)\right)\Delta V_y-\left(\frac{V_y-V_x\tan(\varphi)}{R}\right)\Delta V_z+\\
&+\left(2\Omega(-V_y\sin(\varphi)+V_x\cos(\varphi))+\frac{V_zV_x}{R\cos^2(\varphi)}\right)\Delta\varphi+\\
&+\left(\frac{V_z(V_y-V_x\tan(\varphi))}{R^2}\right)\Delta R+\\
&+(-2A_z)\Delta q_0+(2A_y)\Delta q_1-(2A_x)\Delta q_2+2A_z,\\
\Delta\dot{\varphi}&=\left(\frac{1}{R}\right)\Delta V_x-\left(\frac{V_x}{R^2}\right)\Delta R,
\end{aligned}$$

$$\Delta\dot{\lambda} = \left(\frac{1}{R\cos(\varphi)}\right)\Delta V_z + \left(\frac{V_z\sin(\varphi)}{R\cos^2(\varphi)}\right)\Delta\varphi -$$
$$-\left(\frac{V_z}{R^2\cos(\varphi)}\right)\Delta R, \Delta\dot{R} = \Delta V_y.$$

Так как в уравнениях ошибок углового положения использовались уходы ДУС, то систему необходимо расширить тремя дифференциальными уравнениями моделей уходов ДУС. В качестве модели выберем: $\dot{\alpha}_x = 0, \dot{\alpha}_y = 0, \dot{\alpha}_z = 0.$ Данная модель означает, что уходы ДУС являются константами, что вполне приемлемо для узкого класса задач:

$$\Delta\dot{q}_0 = 0,$$
$$\Delta\dot{q}_1 = (q_1q_3 + q_0q_2)\omega_z\Delta q_0 + \frac{1}{2}\left(-q_2^2 + q_0^2\right)\omega_x\Delta q_0 +$$
$$+\left(-q_2^2 + q_0^2 - q_3^2 + q_1^2\right)\alpha_x + (q_1q_2 + q_0q_3)\alpha_y +$$
$$+\frac{1}{2}\left(-q_3^2 + q_1^2\right)\omega_x\Delta q_0 + (q_1q_2 + q_0q_3)\omega_y\Delta q_0 +$$
$$+(q_1q_3 + q_0q_2)\alpha_z,$$
$$\Delta\dot{q}_2 = (q_1q_2 + q_0q_3)\omega_x\Delta q_0 + \frac{1}{2}\left(-q_1^2 + q_2^2\right)\omega_y\Delta q_0 +$$
$$+\frac{1}{2}\left(-q_3^2 + q_0^2\right)\omega_y\Delta q_0 + (q_2q_3 + q_0q_1)\omega_z\Delta q_0 +$$
$$+(q_1q_2 + q_0q_3)\alpha_x + +\left(-q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_0^2\right)\alpha_y +$$
$$+(q_2q_3 + q_0q_1)\alpha_z,$$
$$\Delta\dot{q}_3 = \begin{bmatrix}\frac{1}{2}\left(q_3^2 + q_0^2 - q_2^2 - q_1^2\right)\omega_z \\ +(q_1q_3 + q_0q_2)\omega_x\end{bmatrix}\Delta q_0 +$$
$$+(q_3q_2 + q_0q_1)\omega_y\Delta q_0 + (q_1q_3 + q_0q_2)\alpha_x +$$
$$+(q_3q_2 + q_0q_1)\alpha_y + \left(q_3^2 + q_0^2 - q_2^2 - q_1^2\right)\alpha_z,$$
$$\Delta\dot{V}_x = -\left(\frac{V_y}{R}\right)\Delta V_x - \left(\frac{V_x}{R}\right)\Delta V_y -$$
$$-\left(2\Omega\sin(\varphi) + \frac{2V_z\tan(\varphi)}{R}\right)\Delta V_z -$$
$$-\left(2\Omega\cos(\varphi)V_z - \frac{V_z^2}{R\cos^2(\varphi)}\right)\Delta\varphi +$$
$$+\left(\frac{V_z^2\tan(\varphi) + V_xV_y}{R^2}\right)\Delta R -$$
$$-(2A_x)\Delta q_0 + (2A_z)\Delta q_2 - (2A_y)\Delta q_3 + 2A_x,$$
$$\dot{V}_y = \left(\frac{2V_x}{R}\right)\Delta V_x + \left(\frac{2V_z}{R} + 2\Omega\cos(\varphi)\right)\Delta V_z -$$
$$-(2\Omega\sin(\varphi))\Delta\varphi - \left(\frac{V_x^2 + V_z^2}{R^2}\right)\Delta R +$$
$$+(-2A_y)\Delta q_0 + (-2A_z)\Delta q_1 + (2A_x)\Delta q_3 + 2A_y,$$
$$\Delta\dot{V}_z = \left(\frac{V_z\tan(\varphi)}{R} + 2\Omega\sin(\varphi)\right)\Delta V_x -$$
$$-\left(\frac{V_z}{R} + 2\Omega\cos(\varphi)\right)\Delta V_y - \left(\frac{V_y - V_x\tan(\varphi)}{R}\right)\Delta V_z +$$
$$+\left(2\Omega\left(-V_y\sin(\varphi) + V_x\cos(\varphi)\right)\right)\Delta\varphi +$$
$$+\frac{V_zV_x}{R\cos^2(\varphi)}\Delta\varphi + \left(\frac{V_z\left(V_y - V_x\tan(\varphi)\right)}{R^2}\right)\Delta R +$$
$$+(-2A_z)\Delta q_0 + (2A_y)\Delta q_1 - (2A_x)\Delta q_2 + 2A_z,$$
$$\Delta\dot{\varphi} = \left(\frac{1}{R}\right)\Delta V_x - \left(\frac{V_x}{R^2}\right)\Delta R,$$
$$\Delta\dot{\lambda} = \left(\frac{1}{R\cos(\varphi)}\right)\Delta V_z + \left(\frac{V_z\sin(\varphi)}{R\cos^2(\varphi)}\right)\Delta\varphi -$$
$$-\left(\frac{V_z}{R^2\cos(\varphi)}\right)\Delta R, \Delta\dot{R} = \Delta V_y,$$
$$\dot{\alpha}_x = 0, \dot{\alpha}_y = 0, \dot{\alpha}_z = 0.$$

Уравнения дискретного фильтра Калмана

Для оценки ошибок системы используем дискретный фильтр Калмана:

$$X^f[k] = A_d X_f[k-1];$$
$$P[k] = A_d P[k-1] A_d^T + Q\cdot T_s;$$
$$K_e = P[k]\cdot C_d^T\left(C_d\cdot P[k]\cdot C_d^T + R\right)^{-1}; \qquad (20)$$
$$X^f[k] = X^f[k] + K_e\left(dY - C_d\cdot X^f[k]\right);$$
$$P[k] = P[k] - K_e\cdot C_d\cdot P[k];$$

где A_d – дискретная матрица состояния; X^f – оценка вектора состояния (ошибок); P –матрица кватернионов оценок вектора состояния; Q – матрица кватернионов вектора возмущений; K_e – матрица усиления фильтра Калмана, R – ковариационная матрица ошибок измерения; dY – вектор ошибок измерений; C_d – матрица наблюдения.

Дискретную матрицу состояния получаем из непрерывной:

$$A_d = I + A\cdot T_s, \qquad (21)$$

где I – единичная матрица.

Матрица C_d выбирается исходя из вектора измерений (например, в рассматриваемом варианте коррекции от GPS приемника), вектор измерений $Y = \begin{bmatrix}V_x^G & V_y^G & V_z^G & \varphi^G & \lambda^G & R^G\end{bmatrix}^T$, позволяет сформировать вектор ошибок измерений как разность между вычисленными значениями и измеренными с помощью GPS приемника: $dY = \begin{bmatrix}\Delta V_x & \Delta V_y & \Delta V_z & \Delta\varphi & \Delta\lambda & \Delta R\end{bmatrix}^T$. Исходя из этого матрица наблюдения C_d, равна:

$$C_d = \begin{bmatrix} 0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0 \end{bmatrix}.$$

Полученные оценки ошибок измерения необходимы для коррекции в алгоритмах определения углового и пространственного положения МЛА.

Алгоритм счисления углового и пространственного положения с компенсацией

На первом этапе для численного интегрирования дифференциальных уравнений используем метод прямоугольников, который обеспечивает приемлемую точность решения при малом шаге интегрирования. Тогда алгоритм определения параметров движения МЛА примет вид:

1. Интегрируем уравнения кинематики в форме кватернионов:

$$\begin{aligned} &q_0[k] = q_0[k-1] + \\ &+\frac{T_0}{2}\begin{pmatrix} -\omega_x[k]q_1[k-1] - \omega_y[k]q_2[k-1] - \\ -\omega_z[k]q_3[k-1] \end{pmatrix}, \\ &q_1[k] = q_1[k-1] + \\ &+\frac{T_0}{2}\begin{pmatrix} \omega_x[k]q_0[k-1] + \omega_z[k]q_2[k-1] - \\ -\omega_y[k]q_3[k-1] \end{pmatrix}, \\ &q_2[k] = q_2[k-1] + \\ &+\frac{T_0}{2}\begin{pmatrix} \omega_y[k]q_0[k-1] - \omega_z[k]q_1[k-1] + \\ +\omega_x[k]q_3[k-1] \end{pmatrix}, \\ &q_3[k] = q_3[k-1] + \\ &+\frac{T_0}{2}\begin{pmatrix} \omega_z[k]q_0[k-1] + \omega_y[k]q_1[k-1] - \\ -\omega_x[k]q_3[k-1] \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (22)$$

Выполним нормирование кватерниона (22):

$$n = \sqrt{\|Q\|} = \sqrt{q_0{}^2[k] + q_1{}^2[k] + q_2{}^2[k] + q_3{}^2[k]},$$

$$q_0[k] = \frac{q_0[k]}{n},\ q_1[k] = \frac{q_1[k]}{n},$$

$$q_2[k] = \frac{q_2[k]}{n},\ q_3[k] = \frac{q_3[k]}{n}.$$

2. Формируем матрицу перехода из связанной в навигационную систему координат (определение M_{10}).

3. Переводим показания акселерометров в навигационную систему координат:

$$\begin{bmatrix} A_x[k] & A_y[k] & A_z[k] \end{bmatrix}^T = M_{10}\begin{bmatrix} W_x[k] & W_y[k] & W_z[k] \end{bmatrix}^T,$$

где $W = \begin{bmatrix} W_x & W_y & W_z \end{bmatrix}^T$ – вектор показаний акселерометров. Интегрируем уравнения динамики (16).

4. Вычисляем матрицу состояния и приводим ее к дискретному виду (21).

5. Решаем уравнения, описывающие динамику фильтра Калмана (20).

6. Используем полученную оценку ошибок $X^f[k]$ корректируем соответствующие параметры движения МЛА:

$$V_x^K[k] = V_x[k] - X_5^f[k],$$

$$V_y^K[k] = V_y[k] - X_6^f[k], V_z^K[k] = V_z[k] - X_7^f[k],$$

$$\varphi^K[k] = \varphi[k] - X_8^f[k], \lambda^K[k] = \lambda[k] - X_9^f[k],$$

$$R^K[k] = R[k] - X_{10}^f[k].$$

7. Корректируем угловое положение:

$$\begin{aligned} q_0^K[k] &= X_1^f[k]q_0[k] + X_2^f[k]q_1[k] + X_3^f[k]q_2[k] + \\ &+ X_4^f[k]q_3[k], \\ q_1^K[k] &= -X_2^f[k]q_0[k] + X_1^f[k]q_1[k] + X_4^f[k]q_2[k] - \\ &- X_3^f[k]q_3[k], \\ q_2^K[k] &= -X_3^f[k]q_0[k] - X_4^f[k]q_1[k] + X_1^f[k]q_2[k] + \\ &+ X_2^f[k]q_3[k], \\ q_3^K[k] &= -X_4^f[k]q_0[k] + X_3^f[k]q_1[k] - X_2^f[k]q_2[k] + \\ &+ X_1^f[k]q_3[k]. \end{aligned}$$

Определяем углы ориентации корпуса МЛА:

$$\vartheta[k] = \arcsin\left(2\left(q_1^K[k]q_2^K[k] + q_0^K[k]q_3^K[k]\right)\right);$$

$$\psi[k] = \arcsin\left(\frac{2\left(q_1^K[k]q_3^K[k] - q_0^K[k]q_2^K[k]\right)}{\cos(\theta[k])}\right);$$

$$\gamma[k] = \arccos\left(\frac{2q_0^K[k]q_0^K[k] + 2q_2^K[k]q_2^K[k] - 1}{\cos(\theta[k])}\right).$$

Полученный алгоритм счисления углового и пространственного положения показывает, что выбор метода интегрирования уравнений Пуасона и соотношений для вычисления вектора параметров Родрига-Гамильтона является очень важной задачей. Более того, актуальной является разработка нестандартных или применение апробированных методов численного интегрирования, дающих приемлемые результаты применительно к рассмотренным системам уравнений. Необходимость разработки нестандартных методов численного интегрирования диктуется еще и тем обстоятельством, что от ряда датчиков навигационный вычислитель получает не информацию о проекциях вектора абсолютной угловой скорости на направления измерительных осей, а сигналы, пропорциональные приращениям интегралов от проекций этого вектора в квантованной форме:

$$\Delta\gamma = \int_t^{t+T_0}\omega_x d\tau, \Delta\psi = \int_t^{t+T_0}\omega_y d\tau, \Delta\vartheta = \int_t^{t+T_0}\omega_z d\tau. \quad (23)$$

При учете указанного характера формирования входной информации могут быть использованы, помимо рассмотренного, следующие подходы к построению численных алгоритмов решения кинематических уравнений.

Первый подход основан на разложении решений в ряд Маклорена в окрестностях точки t_0 по степеням интервала времени $T_0 = t - t_0$, где T_0 – такт обработки входной информации.

Рассмотрим его применительно к используемому здесь кинематическому уравнению параметров Родрига-Гамильтона. Представим его в следующем виде:

$$\dot{Q} = 0,5\dot{\Theta}Q. \quad (24)$$

Тогда решение (24) можно представить в виде:

$$Q_t \approx Q_{t_0} + 0,5 \cdot \{\dot{\Theta}_{t_0} \cdot Q_{t_0} \cdot T_0 + ...\} \quad (25)$$

Здесь опущены члены, содержащие множитель T_0 во второй степени и выше. Если далее положить, что на интервале времени T_0 вектор $\overline{\omega}$ постоянен, будут справедливыми равенства $\Delta\gamma = \omega_x T_0$; $\Delta\psi = \omega_y T_0$; $\Delta\vartheta = \omega_z T_0$, где $\Delta\gamma$, $\Delta\psi$, $\Delta\vartheta$ – приращение углов поворота связанной системы координат с МЛА за один такт работы системы. Тогда выражение (25) можно записать в виде

$$Q_t \approx Q_{t_0} + 0,5\{\Delta\Theta + 0,5\,\Delta\Theta^2\}Q_{t_0}, \quad (26)$$

$$\Delta\Theta = \begin{bmatrix} 0 & -\Delta\gamma & -\Delta\psi & -\Delta\vartheta \\ \Delta\gamma & 0 & \Delta\vartheta & -\Delta\psi \\ \Delta\psi & -\vartheta & 0 & \Delta\gamma \\ \Delta\vartheta & \Delta\psi & -\Delta\gamma & 0 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Из (27) следует, что на n-ом такте счета вектор параметров Родрига-Гамильтона можно определить следующим образом:

$$Q_n = (I + 0,5\,\Delta\Theta_n + 0,25\Delta\Theta_n^2\} \cdot Q_{n-1}. \quad (28)$$

При этом для формирования элементов матрицы $\Delta\Theta_n$ используется информация ДУС, поступившая на такте T_0 вычисления параметров Родрига-Гамильтона.

Еще один подход для построения численного алгоритма базируется на использовании, хорошо зарекомендовавшей себя во многих технических приложениях, экстраполяционной формулы Адамса второго порядка. Интегрирование уравнения (24) с помощью экстраполяционной формулы Адамса дает следующий результат:

$$Q_n = Q_{n-1} + 0,5 \cdot T_0 \cdot (3\dot{Q}_n - \dot{Q}_{n-1}). \quad (29)$$

Если в последнем равенстве, по аналогии с вышеизложенным, принять, что

$$\dot{Q}_n \cdot T_0 = 0,5\,\Delta\Theta_n \cdot Q_{n-1},$$

то (29) запишется в виде:

$$Q_n = \{I + 0,75\,\Delta\Theta_n\}Q_{n-1} - 0,25\,\Delta\Theta_{n-1}Q_{n-2}. \quad (30)$$

Для повышения точности численного интегрирования дифференциальных уравнений элементы кватерниона необходимо подвергать операции нормирования на каждом такте вычислений. С целью упрощения процедуры нормирования выражение $1/\sqrt{\|Q\|}$ линеаризовано к виду $1/\sqrt{\|Q\|} = 1,5 - 0,5 \cdot \|Q\|$, так что нормированный вектор Q^N на каждом такте интегрирования определяется равенством $\lambda Q^N = Q \cdot (1,5 - 0,5 \cdot \|Q\|)$. Все последующие этапы алгоритма определения параметров движения МЛА идентичны применениям метода интегрирования прямоугольниками.

Заключение

В статье был рассмотрен вариант построения инерциальной навигационной измерительной системы. Получены уравнения кинематики в кватернионной форме и уравнения динамики твердого тела в географической системе координат. На их основе получены выражения для уравнений ошибок кинематических соотношений в виде кватернионов и уравнений ошибок динамики поступательного движения. Выполнено построение уравнений дискретного фильтра Калмана. Описана реализация алгоритма счисления углового и пространственного положения МЛА и представлена реализация синтезированного алгоритма применением различных методов интегрирования уравнения кинематики и динамики МЛА.

Полученные в работе уравнения ошибок БИНС отличаются от известных тем, что они применимы для широкого диапазона инструментальных ошибок датчиков, что позволяет их использование для БИНС с низкоточными датчиками. Для полноты исследования в дальнейшем необходимо провести анализ наблюдаемости инструментальных ошибок БИНС, и при необходимости анализ их обнаруживаемости, что позволит оценить как наблюдаемые, так и ненаблюдаемые состояния модели ошибок навигационной системы. Обеспечение наблюдаемости инструмнтальных погрешностей БИНС позволит на высоком уровне решать задачу коррекции инструментальных ошибок БИНС и повысить точность определения параметров движения МЛА.

Литература

1. Комплексный синтез системы автоматического управление малогабаритного летательного аппарата вертикального взлета и посадки [Текст] / Нгуен Ван Тхинь, Буй Суан Кхоа, С. Н. Фирсов, О. В. Резникова // Исследование наук и технологии. – Вьетнам, Ханой, 2013. – № 4(24). – С. 19 – 26.

2. До Куок Туан. Построение отказоустойчивого блока датчиков угловой скорости системы управления многоцелевого самолета [Текст] / До Куок Туан, С. Н. Фирсов, О. А. Пищухина // Наука і техніка повітряних сил Збройних сил України. – 2013. – № 2(11). – С. 84 – 87.

3. Фирсов, С. Н. Управление малогабаритным летательным аппаратом вертикального взлета и посадки при переходе от одного режима полета в другой [Текст] / С. Н. Фирсов, Ван Тхинь Нгуен, А. В. Данченко // Авиационно-космическая техника и технология. – 2012. – № 3 (90). – С. 56 – 61.

4. .Бесплатформенная система ориентации и навигации минибеспилотного летательного аппарата [Текст] / Р. В. Алалуев, Ю. В. Иванов, В. В. Матвеев и др. // Управление и информатика в аэрокосмических системах. Приложение к журн. «Мехатроника, автоматизация, управление». – 2008. – № 10. – С. 14 – 19.

5. Матвеев, В. В. Основы построения БИНС [Текст] / В. В. Матвеев, В. Я. Распопов. – СПб. : ГНЦЦНИИ «Электроприбор», 2009. – 300 с.

6. Управление и наведение беспилотных маневренных летательных аппаратов на основе современных информационных технологий [Текст] / под редакцией М. Н. Красильщикова и Г. Г. Себрякова. – М.: Физматлит, 2003. – 280 с.

7. Дубинко, Ю. С. Управляющий комплекс подвижных объектов на базе спутниковых навигационных систем [Текст] / Ю. С. Дубинко, О. В. Никитин // Навигация и гидрография. – 2006. – № 22. – С. 16 – 21.

8. Бромберг, П. В. Теория инерциальных систем навигации [Текст] / П. В. Бромберг. – М.: Наука, 1979. – 294 с.

9. Инерциальная навигация [Текст] / под ред. О'Доннела. − М.: Наука, 1969. − 592 с.

10. Анучин, О. Н. Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов [Текст] / О. Н. Анучин, Г. И. Емельянцев. СПб.: ГНЦ РФ – ЦНИИ «Электроприбор», 2003. – 390.

11. Кортунов, В. И. Уравнение ошибок бесплатформенных инерциальных навигационных систем и анализ наблюдаемости [Текст] / В. И. Кортунов, Г. А. Проскура // Системы обработки информации. – № 9 (58). – Х. : ХУ ПС, 2006. – С. 112 – 115.

12. Златкин, О. Ю. Компенсационный метод начальной выставки БИНС [Текст] / О. Ю. Златкин, А. А. Иванов, В. М. Тиховский // Механіка та машинобудування. – 2007. – № 2. – С. 42 – 52.

13. Диагностирование бесплатформенной инерциальной навигационной системы беспилотного летательного аппарата с глубиной до места отказа [Текст] / А. С. Кулик, С. Н. Фирсов, Туан Куок До, О. Ю. Златкин // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2008. – № 1 (28).– С. 75 – 81.

14. Повышение точности инерциальной навигационной системы летательного аппарата [Текст] / А. С. Кулик, С. Н. Фирсов, Туан Куок До, О. Ю. Златкин // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2008. – № 2 (29).– С. 50 – 54.

15. Кулик, А. С. Обработка сигналов датчиков первичной информации бесплатформенной инерциальной навигационной системы цифровой фильтрации [Текст] / А. С. Кулик, С. Н. Фирсов, Нгуен Ван Тхинь // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2010. – № 4 (45). – С. 120 – 12

Поступила в редакцию 9.01.2014, рассмотрена на редколлегии 12.02.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. каф. систем управления летательными аппаратами А. С. Кулик, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

МАЛОГАБАРИТНА БЕСПЛАТФОРМНА ІНЕРЦІАЛЬНА НАВІГАЦІЙНА СИСТЕМА АВТОНОМНОГО ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ З КОРЕКЦІЄЮ ВІД СУПУТНИКОВОГО НАВІГАЦІЙНОГО ПРИЙМАЧА

І. В. Жежера, Уісам Будіба, С. Н. Фірсов

У статті отримано рівняння кінематики в кватерніонній формі та рівняння динаміки твердого тіла в географічній системі координат. На їх основі отримано вирази для рівнянь помилок кінематичних співвідношень у вигляді кватерніонів і рівнянь помилок динаміки поступального руху. Виконано побудову рівнянь дискретного фільтра Калмана. Описано реалізацію алгоритму числення кутового і просторового положення малогабаритного автономного літального апарату і представлено реалізацію синтезованого алгоритму застосуванням різних методів інтегрування рівняння кінематики і динаміки виробу.

Ключові слова: навігація, акселерометр, датчик кутової швидкості, фільтр Калмана, рівняння помилок, інтегрування рівнянь.

SMALL-SIZED STRAPDOWN INERTIAL NAVIGATION SYSTEM OF AUTONOMOUS AIRCRAFT WITH CORRECTION FROM SATELLITE NAVIGATION RECEIVER

I. V. Zhezhera, U. Boudiba, S. N. Firsov

In this paper, the kinematics equations in the quaternion form and the equations of rigid body dynamics in the geographic coordinate system are obtained. They are used to derive expressions for the error equations kinematic relations in the form of quaternions and error dynamics equations of the translational motion. The discrete Kalman filter equations are derived. The realization of the algorithm value of the angular and spatial position of the small-sized autonomous aircraft is described and an implementation of the algorithm synthesized using various methods of integrating the equation of kinematics and dynamics of the vehicle is presented.

Keywords: navigation, accelerometer, angular velocity sensor, the Kalman filter, the equation errors, integration of the equations.

Жежера Иван Владимирович – магистрант кафедры систем управления летательными аппаратами, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

Уисам Будиба – магистрант кафедры систем управления летательными аппаратами, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

Фирсов Сергей Николаевич – канд. техн. наук, доцент, доцент каф. систем управления летательными аппаратами, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: Firsov@d3.khai.edu.09