## УДК 539.32

# С. ДАРИЯ ЗАДЕ, Г. И. ЛЬВОВ

Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", Украина

# ЧИСЛЕННАЯ МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФФЕКТИВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ОДНОНАПРАВЛЕНО АРМИРОВАННЫХ КОМПОЗИТОВ ГЕКСАГОНАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ

Данная статья посвящена исследованию эффективных характеристик однонаправлено армированных композитов гексагональной структуры. Гомогенный материал рассматривается как трансверсально изотропный. Для нахождения эффективных упругих постоянных композита выполняется анализ напряженного состояния плоской представительской ячейки в программном комплексе ANSYS. Численными экспериментами моделируются два случая обобщенного плоского деформированного состояния: одноосные растяжения в продольном и поперечном направлениях. Для моделирования продольного сдвига использована математическая аналогия между антиплоской задачей теории упругости и стационарной задачей теплопроводности.

Ключевые слова: композит, эффективные упругие свойства, численный анализ.

#### Введение

Первые работы в области механики структурно-неоднородных сред были посвящены исследованиям эффективных механических характеристик микронеоднородных материалов по правилу механического смешивания [1, 2]. Существует два пути определения эффективных характеристик композиционных материалов. Первый способ является чисто феноменологическим, при этом физико-механические постоянные определяются с помощью лабораторных испытаний образцов из армированных материалов.

Второе направление базируется на элементах структурного анализа и предполагает выражение физико-механических характеристик армированной среды через физико-механические характеристики армирующего и связующего материалов, размеры армирующих элементов и другие макроскопические параметры. Это направление предпочтительней, т.к. позволяет предсказать физико-механические свойства композитов по физико-механическим характеристикам их компонентов, решать вопросы, касающиеся рационального и оптимального проектирования армированных материалов и конструкций.

В 1946 году И. М. Лифшиц и Л. Н. Розенцвейг [1] предложили рассчитывать макроскопические свойства поликристаллов, решая стохастическую краевую задачу. Этот математический метод

© С. Дария заде, Г. И. Львов

моделирования был развит впоследствии в трудах основоположников современной механики композитных материалов стохастической структуры В. А. Ломакина [2], Л. П. Хорошуна [3], Т. Д. Шермергора [4], Г. А. Ванина [5], М. Берана [6], Н. А. Алфутова [7] и многих других ученых. В настоящее время достигнуты значительные результаты прогнозирования эффективных линейно и нелинейно-упругих свойств, упругопластических и вязкоупругих характеристик, процессов деформирования и разрушения структурно-неоднородных материалов [4].

Наиболее информативными являются математические модели механики композитов, основанные на представлениях микромеханики [8 - 17].

Рассмотрим композиционный материал с однонаправленным армированием волокон, параллельными оси х (рис. 1).

В объёмах, значительно превышающих радиус волокна, композит может рассматриваться как гомогенный ортотропный материал. Напряженное и деформированное состояния такого гомогенного материала характеризуется средними по объёму V величинами:

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_{V} \sigma_{ij} dV , \ \langle \varepsilon_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_{V} \varepsilon_{ij} dV .$$
 (1)



Рис. 1. Схема армирования композита

В системе ортогональных декартовых координат, совпадающей с плоскостями симметрии гомогенного ортотропного материала, закон Гука имеет следующий вид [7-9]:

$$\langle \sigma_{x} \rangle = b_{11} \langle \epsilon_{x} \rangle + b_{12} \langle \epsilon_{y} \rangle + b_{13} \langle \epsilon_{z} \rangle,$$

$$\langle \sigma_{y} \rangle = b_{21} \langle \epsilon_{x} \rangle + b_{22} \langle \epsilon_{y} \rangle + b_{23} \langle \epsilon_{z} \rangle,$$

$$\langle \sigma_{z} \rangle = b_{31} \langle \epsilon_{x} \rangle + b_{32} \langle \epsilon_{y} \rangle + b_{33} \langle \epsilon_{z} \rangle,$$

$$\langle \tau_{xy} \rangle = b_{44} \langle \gamma_{xy} \rangle, \langle \tau_{yz} \rangle = b_{55} \langle \gamma_{yz} \rangle,$$

$$\langle \tau_{zx} \rangle = b_{66} \langle \gamma_{zx} \rangle.$$
(2)

Здесь b<sub>ij</sub> - упругие постоянные эквивалентного гомогенного материала.

Матрица упругих постоянных является симметричной  $b_{ij} = b_{ji}$ . Упругие свойства рассматриваемого композита одинаковы в направлениях z и y и композит с гексагональным армированием в среднем является трансверсально изотропным. Это означает, что в законе Гука для такого материала есть только 5 независимых упругих постоянных, вследствие этого имеют место равенства:

$$b_{22} = b_{33}, \ b_{21} = b_{31}, \ b_{44} = b_{66},$$
  
 $b_{55} = \frac{b_{22} - b_{23}}{2}.$  (3)

Целью настоящей работы является определение этих характеристик по известным упругим свойствам волокон и связующего. Материал волокон и связующего предполагается изотропным.

Для численного исследования выделяется минимальный представительский объём гексагональной структуры (рис 2), грани которого являются плоскостями симметрии геометрической структуры композита [12 - 17].

Для нахождения эквивалентных упругих постоянных b<sub>ij</sub> выполняется анализ обобщенного плоского деформированного состояния представительской ячейки в координатах у, z в программном комплексе ANSYS. Численными экспериментами моделируются три случая: одноосные растяжения в направлениях x, y и сдвиг в плоскости yz и zx.



Рис. 2. Фигура ячейки

Первый численный эксперимент моделирует одноосное растяжение осредненного материала в направлении оси х.

Средние значения компонентов тензора деформации при этом такие

$$\langle \varepsilon_{x} \rangle = 10^{-3}, \langle \varepsilon_{y} \rangle = 0, \ \langle \varepsilon_{z} \rangle = 0, \langle \gamma_{xy} \rangle = 0, \ \langle \gamma_{yz} \rangle = 0, \ \langle \gamma_{xz} \rangle = 0.$$
 (4)

Граничные условия для структурного анализа представительской двумерной ячейки, соответствующие этому виду деформирования композита, являются следующими:

Здесь  $u_x = 10^{-3}$  - перемещение в направлении оси x.

Граничные условия на ячейке имеют вид:

$$u_{y}(y=1,z) = 0, \ \tau_{zy}(y,z=\sqrt{3}) = 0,$$
$$u_{z}(y,z=\sqrt{3}) = 0, \ \tau_{vz}(y=1,z) = 0.$$

Здесь  $u_y$  и  $u_z$  - перемещение в направлении оси у и z.

На остальных контурных линиях задаются условия симметрии.

Для численного анализа методом конечных элементов (КЭ) применен программный комплекс ANSYS. Для моделирования использовали элемент Plane 2 с 6 узлами и двумя степенями свободы в каждом узле (перемещения вдоль осей х, у), конечноэлементная конструкция имела 15436 элементов (рис 3) [18].



Рис. 3. Схема разбиения конструкции на КЭ



Для композита с постоянным радиусом 0 < r < 1 волокна коэффициент объемного содержания определяется из соотношения (см. рис. 2):

$$\xi = \frac{1}{4}\pi r^2.$$

После завершения анализа в постпроцессоре вычислялись средние значения напряжений

$$\langle \sigma_{\rm x} \rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \int_{0}^{\sqrt{3}} \int_{0}^{1} \sigma_{\rm x} dy dz, \ \langle \sigma_{\rm z} \rangle = \int_{0}^{1} \sigma_{\rm z} dy.$$
 (5)

Результаты первого численного эксперимента позволяют определить на основе соотношений (2) две упругие характеристики эквивалентного материала

$$\mathbf{b}_{11} = \frac{\langle \sigma_{\mathbf{x}} \rangle}{\langle \varepsilon_{\mathbf{x}} \rangle}, \qquad \mathbf{b}_{31} = \frac{\langle \sigma_{\mathbf{z}} \rangle}{\langle \varepsilon_{\mathbf{x}} \rangle}.$$
 (6)

Численный анализ представительского объема дает возможность исследовать его напряженнодеформированное состояние и оценить локальную концентрацию напряжений. На рис (4) представлены такие результаты для первого численного эксперимента при  $\zeta = 0,504$ .



Рис. 4. Распределение нормальных напряжений при  $u_x = 10^{-3}$  и  $\zeta = 0,504$  вдоль оси х: а -  $\sigma_x$ ; б -  $\sigma_y$ 

Второй численный эксперимент моделирует одноосное деформирование в направлении оси у. Средние значения компонентов тензора деформации при этом имеют значения

$$\langle \boldsymbol{\varepsilon}_{x} \rangle = 0, \ \langle \boldsymbol{\varepsilon}_{y} \rangle = 10^{-3}, \ \langle \boldsymbol{\varepsilon}_{z} \rangle = 0,$$
$$\langle \boldsymbol{\gamma}_{xy} \rangle = 0, \ \langle \boldsymbol{\gamma}_{yz} \rangle = 0, \ \langle \boldsymbol{\gamma}_{xz} \rangle = 0.$$
(7)

Растяжение вдоль оси у задается деформацией  $\langle \epsilon_v \rangle = 10^{-3}$ ;

Здесь є у - деформация в направлении оси у.

Для структурного анализа представительской двумерной ячейки граничные условия, соответствующие этому виду деформирования композита, являются следующими:

На линии y =1:  $u_v = 10^{-3}$  и  $\tau_{vz} = 0$ .

Здесь u<sub>v</sub> - перемещение в направлении оси у.

Граничные условия на ячейке имеют вид:

$$u_z(y, z = \sqrt{3}) = 0$$
,  $\tau_{zy}(y, z = \sqrt{3}) = 0$ .

На остальных контурных линиях задаются условия симметрии.

Средние значения напряжений вычислялись в постпроцессоре после завершения анализа

$$\left\langle \sigma_{y} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \int_{0}^{\sqrt{3}} \sigma_{y} dz , \quad \left\langle \sigma_{z} \right\rangle = \int_{0}^{1} \sigma_{z} dy.$$
 (8)

Результаты второго численного эксперимента позволяют определить на основе соотношений (2) следующие упругие постоянные

$$b_{22} = \frac{\langle \sigma_y \rangle}{\langle \varepsilon_y \rangle}, \ b_{32} = \frac{\langle \sigma_z \rangle}{\langle \varepsilon_y \rangle}.$$
 (9)

Третий численный эксперимент моделирует сдвиг материала в плоскости zx. Для проведения численного эксперимента по продольному сдвигу с использованием возможностей программного комплекса ANSYS требуется построение 3-D модели представительского объема. Решение пространственной задачи с высокой степенью детализации занимает значительное время и ресурсы ЭВМ.

Имеется возможность ограничиться 2-D анализом, если воспользоваться математической аналогией между задачей продольного сдвига призматического элемента (как частным случаем антиплоской деформации) и задачей о стационарном распределении температуры в плоской области.

Решение антиплоской задачи для случая продольного сдвига сводится к нахождению перемещения w(y,z) в направлении армирования.

Функция w(y, z) должна удовлетворять гармоническому уравнению в области S поперечного сечения представительского объема  $S = S_1 \bigcup S_2$ (см. рис. 2).

Гармоническое уравнение имеет один и тот же вид в областях  $S_1$  и  $S_2$ :

$$\nabla^2 \mathbf{w} = \mathbf{0}.\tag{10}$$

Касательные напряжения выражаются через перемещение w(y,z) с учетом различия модулей сдвига для волокон и связующего

$$\tau_{yx}^{l} = G_{1} \frac{\partial w}{\partial y}, \ \tau_{zx}^{l} = G_{1} \frac{\partial w}{\partial z},$$
  
$$\tau_{yx}^{2} = G_{2} \frac{\partial w}{\partial y}, \ \tau_{zx}^{2} = G_{2} \frac{\partial w}{\partial z}.$$
 (11)

На внешних границах области S задаются условия:

$$t_{yx}^{k}l + \tau_{zx}^{k}m = p_{xn}^{k}, \ (k=1,2),$$

где l, m- компоненты единичной нормали к границам,

p<sub>xn</sub> - внешняя продольная нагрузка. На линиях x=0, y=0 можно задавать условия равенства нулю перемещений:

- при сдвиге в плоскости хоу:

w=0 (y=0); - при сдвиге в плоскости хоz:

w=0 (z=0).

Стационарная задача теплопроводности также сводится к гармоничному уравнению для температурного поля T(y,z):

$$\nabla^2 \mathbf{T} = \mathbf{0}.\tag{12}$$

Тепловой поток в разных областях определяется соотношениями:

$$Q_{y}^{l} = K_{1} \frac{\partial T}{\partial y}, \quad Q_{z}^{l} = K_{1} \frac{\partial T}{\partial z},$$
$$Q_{y}^{2} = K_{2} \frac{\partial T}{\partial y}, \quad Q_{z}^{2} = K_{2} \frac{\partial T}{\partial z},$$
(13)

где K<sub>1</sub>, K<sub>2</sub> - коэффициенты теплопроводности для соответствующих областей.

На внешних границах области S могут быть заданы граничные условия второго рода:

$$Q_{y}^{k}l + Q_{z}^{k}m = Q_{n}^{k}, (k=1,2),$$
 (14)

где Q<sub>n</sub> - внешний тепловой поток, заданный на границе. На линиях у=0, z=0 можно принять нулевую температуру при теплопереносе

- вдоль оси у: T=0 (у =0),
- вдоль оси z: T=0 (z =0);

На границе L<sub>k</sub> между различными областями должны выполняться условия непрерывности. Для задачи о продольном сдвиге должны быть непрерывны перемещения и касательные напряжения. Для задачи о стационарном распределении температуры должны быть непрерывны температура и тепловые потоки.

Краевая задача продольного сдвига (10), (12) аналогична краевой задаче теплопроводности (13), (14).

Если при решении тепловой задачи принять, что  $K_1 = G_1$ ,  $K_2 = G_2$ , то численные значения температуры T(y,z) будут равны перемещению w(y,z), а тепловые потоки  $Q_y$ ,  $Q_z$  будут равны касательным напряжениям:

$$Q_{y} = \tau_{yx}, \ Q_{z} = \tau_{zx}.$$
(15)

Результаты такого моделирования представлены при температуре  $T = 1^{oc}$  на линии  $z = \sqrt{3}$  на рисунках 5, 6, 7.



Рис. 5. Распределение температуры. Соответствует перемещению w при продольном сдвиге



Рис. 6. Тепловой поток  $Q_y$ . Соответствует напряжению  $\tau_{yx}$  при продольном сдвиге



Рис. 7. Тепловой поток  $Q_z$  в узлах. Соответствует напряжению  $\tau_{zx}$  при продольном сдвиге

После нахождения средних значений  $\langle \tau_{xz} \rangle$  и  $\langle \gamma_{xz} \rangle$  можно найти модуль продольного сдвига эквивалентного гомогенного материала:

$$\mathbf{b}_{66} = \frac{\left\langle \tau_{\mathbf{x}\mathbf{z}} \right\rangle}{\left\langle \gamma_{\mathbf{x}\mathbf{z}} \right\rangle},\tag{16}$$

где 
$$\langle \tau_{xz} \rangle = \int_{0}^{1} Q_z dy$$

Для решения практических задач часто используется закон Гука в прямой форме

$$\langle \varepsilon \rangle = [\mathbf{A}] \langle \sigma \rangle,$$
 (17)

где А - обратная матрица упругих постоянных  $[A] = [B]^{-1}$ .

На основе матрицы [А] определяем упругие характеристики, включая модули упругости, коэффициенты Пуассона и модули сдвига эквивалентного материала

$$a_{11} = \frac{1}{E_x}; \qquad a_{22} = \frac{1}{E_y}; \qquad a_{33} = \frac{1}{E_z};$$
$$a_{12} = -\frac{v_{yx}}{E_y} = -\frac{v_{xy}}{E_x}; \quad a_{13} = -\frac{v_{zx}}{E_z} = -\frac{v_{xz}}{E_x}; \quad a_{23} = -\frac{v_{zy}}{E_z} = -\frac{v_{yz}}{E_y}$$

$$G_{xy} = b_{44}, \ G_{yz} = b_{55}, \ G_{zx} = b_{66}.$$
 (18)

#### Численные расчеты

Полученные выше численные методики реализованы в расчетах. В таблице 1 даны упругие свойства стеклопластика при  $\zeta = 0,504$ .

Построены численные зависимости безразмерных модулей сдвига композита  $G = \frac{G_{xy}}{G_m}$ , и Юнга  $E = \frac{E_x}{E_m}$ ,  $E = \frac{E_y}{E_m}$  от относительного объёмного содержания волокна при различных значениях  $\zeta$  (рис. 8, 9, 10).

Они сравниваются с результатами, полученными по формуле Г. А. Ванина для композита с круглыми волокнами [5]:

$$E_{x} = \xi E_{b} + (1 - \xi)E_{m} + \frac{8G_{m}\xi(1 - \xi)(\upsilon_{b} - \upsilon_{m})}{2 - \xi + \chi_{m}\xi + (1 - \xi)(\chi_{b} - 1)G_{m} / G_{b}},$$
(19)

$$\frac{1}{E_{y}} = \frac{(v_{yx})^{2}}{E_{x}} + \frac{1}{8G_{m}} \left[ \frac{2(1-\xi)(\chi_{m}-1) + (\chi_{b}-1)(\chi_{m}-1+2\xi)G_{m}/G_{b}}{2-\xi+\chi_{m}\xi+(1-\xi)(\chi_{b}-1)G_{m}/G_{b}} + 2\frac{\chi_{m}(1-\xi) + (1+\xi\chi_{m})G_{m}/G_{b}}{\chi_{m}+\xi+(1-\xi)G_{m}/G_{b}} \right], \quad (20)$$

Таблица 1

$$G_{xy} = G_m \frac{1 - \xi + (1 - \xi)G_m / G_b}{1 - \xi + (1 + \xi)G_m / G_b},$$
(21)

где 
$$\chi_m = 3 - 4 \upsilon_m$$
 и  $\chi_b = 3 - 4 \upsilon_b$ .

Эффективные упругие постоянные Единица Параметр Значение измерения Модуль 44380 МΠа Ex упругости 18150 Ev 18150  $E_z$ Модуль 4950 МΠа G<sub>xy</sub> сдвига 4410 G<sub>yz</sub> G<sub>zx</sub> 4950 0,32 Коэффициент \_ v<sub>xy</sub> Пуассона 0,27  $\nu_{yz}$ 0,32  $v_{zx}$ 

22.5 Численная методика 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 20
 Ф-ла Ванина 2.5 0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 Коэффициент обёмного содержения (ξ)

Рис. 8. Зависимость безразмерного модуля сдвига стеклопластика от относительного объёмного содержания волокна ζ











Как видно из рисунков, максимального значения различие между численной методикой и результатами Г. А. Ванина достигает для  $\zeta = 0,92$  практически независимо от соотношения волокна и матрицы.

При этом относительное различие модулей сдвига и Юнга композита монотонно возрастает с ростом относительного объемного содержания от единицы до значений упругих характеристик материала волокон.

#### Выводы

Разработана методика нахождения эффективных упругих характеристик однонаправленно армированных волокнистых композитов гексагональной структуры.

Были определены эффективные упругие свойства стеклопластинки с использованием программного комплекса ANSYS. Исследования проводились методом конечных элементов.

### Литература

1. Лифшиц, И. М. К теории упругих свойств поликристаллов [Текст] / И. М. Лифшиц, Л. Н. Розенцвейг // ЖЭТФ. – 1946. – Т. 16, вып. 11. – С. 967-980.

2. Ломакин, В. А. Статистические задачи механики твердых деформируемых тел [Текст] / В. А. Ломакин. – М. : Наука, 1980. – 512 с.

3. Хорошун, Л. П. К теории эффективных свойств идеально пластических композитных материалов [Текст] / Л. П. Хорошун, Ю. А. К. Вецало // Прикл. Mex. – 1987. – Т. 23, № 1. – С. 86-90.

4. Шермергор, Т. Д. Теория упругости микронеоднородных сред [Текст] / Т. Д. Шермергор. – М. : Наука, 1977. – 400 с.

5. Ванин, Г. А. Микромеханика композиционных материалов [Текст] / Г. А. Ванин. – Киев: Наукова Думка, 1985. – 304 с.

6. Beran, M. Statistical continuum theories [Text] / M. Beran. – N. Y. : Interci. Publ., 1968. – 493 p.

7. Алфутов, Н. А. Расчёт многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов [Текст] / Н. А. Алфутов. – М. : Машиностроение, 1984. – 264 с.

8. Победра, Б. Е. Механика композиционных материалов [Текст] / Б. Е. Победра. – М. : Изд-во Московского ун-та, 1984. – 336 с.

9. Федоров, В. А. Структурные модели упругости и ползучести однонаправленного композита при поперечном сдвиге [Текст] / В. А. Федоров // Механика Композиционных материалов и конструкций. – 2007. – Т. 13, № 4. – С. 441–451.

10. Christensen, R. M. Two Theoretical Elasticity Micromechanics Models [Text] / R. M. Christensen // Journal of Elasticity. – 1998. – T. 50. – C. 15-25.

11. Altenbach, H. Structural elastic and creep models of a ud composite in longitudinal shear [Text] / H. Altenbach. V. A. Fedorov // Mechanics of composite materials.  $-2007. - Vol. 43, N \ge 4. - C. 289-298.$ 

12. Whitney, J. M. Micromechanical Materials Modelling [Text] / J. M. Whitney, R. L. McCullough //. Delaware Composites Design Encyclopedia-Volume 2, Bd. Technomic, Lancaster, Basel, 1990. – 232 c.

13. Fedorov, V. A. Symmetry in a problem of transverse shear of unidirectional composites [Text] / V. A. Fedorov // Composite. -2013. - Part B,  $N_{\rm P}$  5. - P. 263-269.

14. Schmauder, S. Micromechanics and Nanosimulation of Metals and Composites [Text] / S. Schmauder, L. Mishnaevsky. – Germany : Springer, 2009. – 420 p.

15. Jones, R. M. Mechanics of Composite Materials [Text] / R. M. Jones. – 2nd ed. – New York : Taylor & Francis, 1999. – 519 p.

16. Nguyen, Dinh Duc. Bending analysis of threephase polymer composite plates reinforced by glass fibers and titanium oxide particles [Text] / Dinh Duc Nguyen, Khac Minh Dinh // Computational Materials Science. – 2010. – Vol. 49, Iss. 4. – P. S194-S198.

17. Effective properties and micro-mechanical re-

sponse of filamentary composite wires under longitudinal shear [Text] / I.V. Andrianov, V.V. Danishevs'kyy, A. Guillet, P. Pareige // European Journal of Mechanics – A/Solids. – 2005. – Vol. 24, Iss. 2. – P. 195–206.

18. Jahedmotlagh, H. R. ANSYS [Text] / H. R. Jahedmotlagh, M. R. Nooban, M. A. Eshraghee. – Tehran University, 2006. – 98 c.

19. Дария заде, С. Численная методика определения эффективных характеристики однонаправленно армированных композитов [Текст] / С. Дария заде // Вестн. НТУ ХПИ : сб. науч. тр. – 2013. – Т. 58, № 58 (1031). – С. 71-77.

Поступила в редакцию 5.12.2013, рассмотрена на редколлегии 12.03.2014

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., зав. каф. системы и процессы управления, декан инженерно-физического факультета Д. В. Береславский, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт».

### ЧИСЕЛЬНА МЕТОДИКА ЗНАХОДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОДНОСПРЯМОВАНО АРМОВАНИХ КОМПОЗИТІВ ГЕКСАГОНАЛЬНОІ СТРУКТУРИ

## С. Дарія заде, Г. І. Львов

Статтю присвячено дослідженню ефективних характеристик однонаправлено армованих композитів гексагональної структури. Гомогенний матеріал розглядається як трансверсальний ізотропний. Для знаходження ефективних пружних постійних композиту виконується аналіз напруженого стану плоского представницького елементу в програмному комплексі ANSYS. Чисельними експериментами моделюються два випадки узагальненого плоского деформованого стану: одноосні розтягування в подовжньому і поперечному напрямах. Для моделювання подовжнього зміщення використана математична аналогія між антиплоским завданням теорії пружності та стаціонарним завданням теплопровідності.

Ключові слова: композит, ефективні пружні властивості, чисельний аналіз.

## NUMERICAL METHOD FOR DETERMINATION OF EFFECTIVE CHARACTERISTICS IN UNIDIRECTIONAL REINFORCED COMPOSITES HEXAGONAL STRUCTURE

#### Saeed Darya zadeh, G. I. Lvov

This paper is devoted to the study of effective characteristics of unidirectional reinforced composites hexagonal structure. Homogeneous material is considered as transversely isotropic. To find the equivalent elastic constants of composites analysis of the plane stress state representative cell in the software package ANSYS. Numerical experiments are simulated two cases of generalized plane strain state: uniaxial tensile in the longitudinal and transverse directions. For modeling the longitudinal shear is used a mathematical analogy between anti-plane problem of the theory of elasticity and the stationary heat conduction problem.

**Keywords:** composite, effective elastic properties, numerical analysis.

Дария заде Саид – аспирант каф. «Динамика и прочность машин», Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", e-mail: s\_daryazadeh@yahoo.com.

**Львов Геннадий Иванович** – д-р техн. наук, проф., зав. каф. «Динамика и прочность машин», Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", e-mail: LvovGI@kpi.kharkov.ua.