

УДК 004.942 : 534.88

И. М. ГВОЗДЕВА

Одесская национальная морская академия, Украина

## СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ КАНАЛОВ АДДИТИВНОЙ И МУЛЬТИПЛИКАТИВНОЙ ОБРАБОТКИ АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

*Сопоставлены методы обработки акустических сигналов в каналах приемных пространственных систем датчиков при наличии поля помех. Проведена сравнительная оценка помехоустойчивости каналов аддитивной и мультипликативной обработки акустических сигналов. Для оценки влияния помех на результаты мультипликативной обработки сигналов использовано вероятностное распределение произведения независимых гауссовых величин в виде функции Макдональда. Показано, что выходной сигнал канала мультипликативной обработки акустических сигналов в поле гауссовых шумов асимптотически является также центрированным гауссовым случайным сигналом.*

**Ключевые слова:** мультипликативная обработка, акустический сигнал, гауссова случайная величина, помехоустойчивость, плотность вероятности, мощность шума.

### Введение

Широкое применение в различных областях промышленности, на различных стадиях изготовления, эксплуатации и ремонта сложного оборудования находят акустические методы неразрушающего контроля (НК). Основной целью НК газотурбинных двигателей является оценка технического состояния вращающихся частей, опор, деталей проточной части, коробки приводов, трубопроводов и др. Использование акустических волн имеет ряд преимуществ по сравнению с волнами иной природы ввиду их высокой проникающей способности, что позволяет исследовать не только поверхности конструкций, но и их внутреннюю структуру.

В состав современных технических средств акустического зондирования, используемых при НК, входит приемная пространственно распределенная система датчиков (ПСД). Цель обработки сигналов при решении задач НК заключается в установлении относительного пространственного положения участков локального отражения акустических волн. Решение данной проблемы зависит от поперечной (угловой) пространственной разрешающей способности приемной ПСД [1]. Повышение угловой разрешающей способности достигается либо за счет увеличения размеров апертуры ПСД, либо за счет использования мультипликативных методов пространственно-временной обработки сигналов [2].

### 1. Формулирование проблемы

В работах [3–5] рассмотрены вопросы опреде-

ления помехоустойчивости приемных ПСД с аддитивной обработкой сигналов. Помехоустойчивость определяется, как свойство таких систем выделять полезный сигнал на фоне акустических помех. Вопросы помехоустойчивости приемных ПСД с каналами аддитивной обработки акустических сигналов (КАОАС) рассмотрены в литературе достаточно полно [3–5]. Задача сравнительной оценки помехоустойчивости приемных ПСД с каналами аддитивной и мультипликативной обработки акустических сигналов (КМОАС) решена не в полной мере.

Целью работы является сравнительная оценка помехоустойчивости пространственных систем датчиков с каналами аддитивной и мультипликативной обработки акустических сигналов.

### 2. Решение проблемы

Для оценки влияния помех на результаты мультипликативной обработки сигналов необходимо воспользоваться вероятностным распределением произведения независимых гауссовых величин в виде функции Ганкеля нулевого порядка от мнимого аргумента (функции Макдональда) [6], установленным в [7]:

$$p(x) = 1 / (\pi \sigma_i \sigma_j) \cdot K_0 \cdot (|x| / (\sigma_i \sigma_j)), \quad (1)$$

где  $K_0$  – функция Ганкеля нулевого порядка от мнимого аргумента,

$\sigma_i, \sigma_j$  – среднеквадратические значения сигналов, принимаемых элементами ПСД с КМОАС.

Непосредственное определение моментов для указанной плотности вероятности представляет

большую сложность, поэтому воспользуемся аппаратом характеристических функций. Функция  $f(x) = K_0(\gamma x)$ , где  $\gamma = \text{const}$ , имеет преобразование Лапласа в виде

$$F(p) = \frac{1}{\sqrt{p^2 - \gamma^2}} \ln \frac{p + \sqrt{p^2 - \gamma^2}}{\gamma}. \quad (2)$$

Из (2) выводится выражение для характеристической функции  $\theta(v)$

$$\theta(v) = -\frac{j}{\gamma} \frac{1}{\sqrt{w^2 + 1}} \ln \left[ j \left( w + \sqrt{w^2 + 1} \right) \right], \quad (3)$$

где  $w = v / \gamma$ . Обозначая

$$V(w) = \frac{1}{\sqrt{w^2 + 1}} \ln \left[ j \left( w + \sqrt{w^2 + 1} \right) \right], \quad (4)$$

получим следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \theta(v) &= -j \frac{1}{\gamma} V(w), \quad \theta'(v) = -j \frac{1}{\gamma^2} V'(w), \\ \theta''(v) &= -j \frac{1}{\gamma^3} V''(w). \end{aligned}$$

Для определения моментов распределения  $m_n$  используем известное выражение [8]  $m_n = (j)^{-n} \theta^{(n)}(v)|_{v=0}$ . В результате несложных, но громоздких преобразований получаем:

$$V'(w)|_{w=0} = 1; \quad V''(w)|_{w=0} = \pi / 2. \quad (5)$$

Отсюда следуют значения для функционалов

$$\begin{aligned} m_{1k} &= \int_0^{\infty} x K_0(\gamma x) dx = 1 / \gamma^2, \\ m_{2k} &= \int_0^{\infty} x^2 K_0(\gamma x) dx = \pi / (2\gamma^3), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $m_{1k}, m_{2k}$  – моменты распределения (1).

Для исходной четной функции плотности вероятности (1)  $m_1 = 0$ , так как произведение центрированных случайных величин также центрировано. Для определения дисперсии рассмотрим функционал

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx = \frac{2\gamma}{\pi} \int_0^{\infty} x^2 K_0(\gamma x) dx. \quad (7)$$

Сравнивая (7) с (6), получим

$$m_2 = \sigma^2 = D = \sigma_1^2 \sigma_2^2 = D_1 D_2; \quad \sigma = \sigma_1 \sigma_2, \quad (8)$$

где  $m_2$  – момент второго порядка.

Сопоставим полученный результат (8) с предложенным в [9] распределением произведения гауссовых величин:

$$p(x) = 1 / \sqrt{4\pi\sigma_1\sigma_2|x|} \cdot e^{-|x|/(\sigma_1\sigma_2)}. \quad (9)$$

Поскольку гамма-распределение с параметрами  $\alpha = 1/2; \beta = 1/(\sigma_1\sigma_2)$  имеет вид

$$p_\gamma(x) = \beta^\alpha / \Gamma(\alpha) x^{\alpha-1} \cdot e^{-x/(\sigma_1\sigma_2)}, \quad (10)$$

где  $\Gamma(\alpha)$  – гамма-функция, то такое распределение [9] является двухсторонним гамма-распределением. Так как центральные моменты гамма-распределения определяются следующими формулами [8]  $\bar{x} = \alpha / \beta, D_x = \alpha / \beta^2$ , то в соответствии с известным соотношением  $D_x = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$ , получим

$$\begin{aligned} m_2 = D &= \alpha / \beta^2 + (\alpha / \beta)^2 = 0,75 \cdot D_1 D_2; \\ \sigma &= 0,866 \sigma_1 \sigma_2. \end{aligned} \quad (11)$$

Различие в полученных результатах весьма существенно: по дисперсии это различие составляет примерно в 1,33 раза.

Компьютерное моделирование КМОАС в условиях гауссовых шумов дает результаты, соответствующие точной аналитической формуле распределения (1) [7], а не приближенной асимптотической формуле распределения (9) [9].

Следует также отметить, что при анализе корреляторов в [10] установлено, что при независимых шумах в каналах их мощности перемножаются, что также соответствует результатам моделирования. Таким образом, получаем следующую совокупность оценок

$$D_N = \begin{cases} D_1 D_2, & [7], \\ 0,75 \cdot D_1 D_2, & [9]. \end{cases} \quad (12)$$

В реальных условиях выполняется положение, установленное в [10] согласно которому эффективная мощность шума в каждом канале перемножается удваивается, если независимые шумы одинаковой мощности поступают одновременно на два перемножаемых канала. На основании вышеизложенного

$$D_Z = \begin{cases} 0,75 \cdot (2D_1)(2D_2) = 3D_1 D_2, & [9], \\ (2D_1)(2D_2) = 4D_1 D_2, & [10]. \end{cases} \quad (13)$$

Если обозначить  $\mu = D / D_1 D_2$ , то указанный параметр находится в диапазоне  $\mu = (3...4)$ . Для корректной оценки свойств КМОАС в шумовом поле необходимо рассматривать выходной эффект как сумму из  $M$  независимых компонент ( $M$  – число пар датчиков), каждая из которых имеет распределение в виде функции Макдональда. Распределение такой суммы представляет собой  $M$ -мерную свертку исходных распределений, получение которой в аналитическом виде представляет значительные трудности. Однако при численном моделировании удалось установить, что с ростом  $M$  выходной сигнал КМОАС в поле гауссовых шумов быстро нормализуется: уже при  $M \geq 5$  результирующая плотность вероятности соответствует плотности вероятности гауссового распределения на уровне доверительной

вероятности не ниже 0,95 по критерию  $\chi^2$ . Поэтому можно полагать, что выходной сигнал в поле гауссовых шумов является также центрированным гауссовым случайным сигналом с дисперсией  $D_{o1} = \mu MD_0^2$ . В дополнение к рассмотренному ранее сопоставлению каналов обработки при наличии поля помех выполним анализ ситуации совместного воздействия на ПСД полезного сигнала  $s(t)$  мощностью  $S$  и статистически независимых гауссовых полей  $v_1(t)$ , центрированных и имеющих дисперсию  $D_0$ . В этом случае на выходе перемножителя образуется сигнал

$$\begin{aligned} & [s(t) + v_1(t)] \cdot [s(t) + v_2(t)] = \\ & = s^2(t) + s(t)[v_1(t) + v_2(t)] + v_1(t) \cdot v_2(t). \end{aligned} \quad (14)$$

Из анализа выражения (14) видно, что полезная составляющая сигнала содержится только в первом слагаемом, средняя мощность которого на выходе равна  $M \cdot S$ . Два других слагаемых являются центрированными процессами, их средние значения равны нулю, однако ненулевыми являются дисперсии, причем дисперсия второго слагаемого зависит от полезного сигнала, что определяет существенное отличие мультипликативной обработки акустических сигналов от аддитивной. Поэтому в отличие от [10] рассмотрим отношение сигнал/шум на выходе КМОАС по уровню с учетом нормализации объединения перемножаемых шумовых компонент в виде

$$q_M = M \cdot S / \sqrt{M \cdot S \cdot 2D_0 + \mu MD_0^2}, \quad (15)$$

где  $q_M$  – отношение сигнал/шум по уровню на выходе КМОАС.

Выполнив преобразования выражения (15), получим

$$q_M = \sqrt{M} \cdot q_0^2 / \sqrt{2 + \mu / q_0^2}, \quad (16)$$

где  $q_0 = S / \sqrt{D_0}$  – входное отношение сигнал/шум.

Для аддитивной обработки аналогичное выражение для выходного отношения сигнал/шум имеет известный вид [3]

$$q_A = \sqrt{N} \cdot q_0^2. \quad (17)$$

Сопоставляя выходные отношения сигнал/шум на выходе КАОАС и КМОАС на основе выражений (16) и (17) получаем

$$\frac{q_A}{q_M} = \sqrt{\frac{N}{M} \left( 2 + \frac{\mu}{q_0^2} \right)} = \sqrt{\frac{N}{M} \left( 2 + \frac{\mu}{Q_0} \right)}, \quad (18)$$

где  $q_0$  – входное отношение сигнал/шум,

$Q_0$  – отношение сигнал/шум на входе по интенсивности,

Для ПСД, для которых справедливо соотношение  $M = N/2$ , получаем оценку

$$\frac{q_A}{q_M} = \sqrt{\frac{N}{M} \left( 4 + \frac{2\mu}{Q_0} \right)} \geq 2. \quad (19)$$

Таким образом, для рассматриваемого случая даже при  $Q_0 \gg 2\mu$  аддитивная обработка акустических сигналов имеет ощутимое преимущество перед мультипликативной обработкой в случае, когда сигналы находятся в поле широкополосных помех. Общее число перемножителей КМОАС определяется соотношением  $M \leq N(N-1)$ . Если число датчиков достаточно велико, то справедлива оценка

$$\frac{Q_A}{Q_M} = \frac{q_A^2}{q_M^2} \approx \frac{1}{\sqrt{M}} \left( 2 + \frac{\mu}{Q_0} \right). \quad (20)$$

Для таких каналов необходимо пользоваться следующей формулой

$$\frac{Q_A}{Q_M} = \frac{N}{M} \left( 2 + \frac{\mu}{Q_0} \right). \quad (21)$$

Таким образом, если  $Q_0 \gg \mu$ , то  $M = 2N$ ; если же  $Q_0 \approx \mu$ , то  $M \approx 3N$  для получения равных отношений сигнал/шум. Поскольку число  $M$  и, соответственно, структура сигнального процессора определяются, исходя из требований к выходному эффекту канала, соотношение (21) устанавливает необходимое отношение сигнал/шум на входе ПСД для достижения эквивалентности сравниваемых каналов.

## Заключение

Впервые получены стохастические модели выходных акустических сигналов каналов мультипликативной обработки для разных типов помех и на этой основе определены ограничения на условия их использования. Показано, что выходной сигнал канала мультипликативной обработки в поле гауссовых шумов является центрированным гауссовым случайным сигналом.

Перспективы дальнейших исследований заключаются в рассмотрении помехоустойчивости каналов мультипликативной обработки в полях негауссовых и коррелированных помех, что соответствует ситуациям переотражения акустических волн внутри исследуемой конструкции.

## Литература

1. Системы акустического изображения [Текст] : [пер. с англ. В. Г. Прохорова, Ю. Ф. Тарасюка / ред. Г. Уэйд]. – Л. : Судостроение, 1981. – 240 с.
2. Верлань, А. Ф. Мультипликативная обработка угловых спектров акустических когерентных изображений [Текст] / А. Ф. Верлань, И. М. Гвозде-

ва, // *Электронное моделирование*. – 2005. – Т. 27, №5. – С. 53 – 62.

3. Смарышев, М. Д. *Направленность гидроакустических антенн [Текст] / М. Д. Смарышев*. – Л. : Судостроение, 1973. – 296 с.

4. Смарышев, М. Д. *Гидроакустические антенны. Справочник по расчету направленных свойств гидроакустических антенн [Текст] / М. Д. Смарышев, Ю. Ю. Добровольский*. – Л. : Судостроение, 1984. – 304 с.

5. Жуков, В. Б. *Расчет гидроакустических антенн по диаграмме направленности [Текст] / В. Б. Жуков*. – Л. : Судостроение, 1977. – 184 с.

6. Анго, А. *Математика для электро- и радиоинженеров [Текст] / А. Анго*. – М. : Наука, 1965. – 780 с.

7. Тихонов, В. И. *Статистическая радиотехника [Текст] / В. И. Тихонов*. – М. : Радио и связь, 1982. – 624 с.

8. Корн, Г. *Справочник по математике для научных работников и инженеров [Текст] / Г. Корн, Т. Корн*. – М. : Наука, 1973. – 832 с.

9. Новицкий, Л. В. *Оценка погрешностей результатов измерений [Текст] / Л. В. Новицкий, И. А. Зограф*. – Л. : Энергоатомиздат, 1985. – 248 с.

10. Скучик, Е. *Основы акустики : в 2 т. [Текст] / Е. Скучик ; ред. Л. М. Лямшев*. – М. : Мир, Т. 1 – 1976. – 520 с, Т. 2 – 1976 – 542 с.

*Поступила в редакцию 14.10.2014, рассмотрена на редколлегии 19.11.2014*

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой электромеханики и технической механики В. Ф. Миргород, Военная академия, г. Одесса.

## ПОРІВНЯЛЬНА ОЦІНКА ПЕРЕШКОДОСТІЙКОСТІ КАНАЛІВ АДДИТИВНОЇ І МУЛЬТИПЛІКАТИВНОЇ ОБРОБКИ АКУСТИЧНИХ СИГНАЛІВ

*І. М. Гвоздева*

Зіставлено методи обробки акустичних сигналів в каналах приймальних просторових систем датчиків за наявності поля перешкод. Проведено порівняльну оцінку перешкодостійкості каналів адитивної і мультиплікативної обробки акустичних сигналів. Для оцінки впливу перешкод на результати мультиплікативної обробки сигналів використано імовірнісний розподіл добутку незалежних гавсівих величин у вигляді функції Макдональда. Показано, що вихідний сигнал каналу мультиплікативної обробки акустичних сигналів в полі гавсівих перешкод є також центрованим гавсівим випадковим сигналом, що дає можливість розгляду складніших перешкодо-сигнальних ситуацій.

**Ключові слова:** мультиплікативна обробка, адитивна обробка, акустичний сигнал, гавсіві випадкова величина, перешкодостійкість, щільність вірогідності, потужність шуму.

## NOISE IMMUNITY COMPARATIVE ESTIMATION OF ADDITIVE AND MULTIPLICATIVE ACOUSTIC SIGNALS PROCESSING CHANNELS

*I. M. Gvozdeva*

The methods of acoustic signals processing in the channels of the receiving space sensor systems at the noise field presence are compared. A comparative evaluation of the noise immunity channels of additive and multiplicative processing of acoustic signals is fulfilled. Probability distribution of product of independent Gaussian variables as a function of Macdonald is used for evaluation of the noises influence on the results of the multiplicative signal processing. It is shown that the output signal of the channel of multiplicative acoustic signal processing at the presence of Gaussian noise field asymptotically is also centered Gaussian random signal.

**Keywords:** multiplicative processing, acoustic signal, a gaussian random variable, noise immunity, the probability density, the noise power.

**Гвоздева Ирина Маратовна** – д-р техн. наук, проф. каф. электрооборудования и автоматизации судов, Одесская национальная морская академия, Одесса, Украина, e-mail: onorchenko@mail.ru.