УДК 621.822.5

## В. И. НАЗИН

## Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина

# ТЕОРИЯ ГИДРОСТАТОДИНАМИЧЕСКОГО ПОДШИПНИКА СДВОЕННОГО ТИПА С УПРУГОЙ УСТАНОВКОЙ РАБОЧИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ДИСКА

Разработана математическая модель и инженерная методика, позволяющая определить динамические характеристики ротора на гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа с упругой установкой рабочих поверхностей диска. Математические зависимости позволяют рассматривать как ламинарный, так и развитый турбулентный режимы течения рабочей жидкости в щелевом тракте подшипника. Применены наиболее распространенные методики, обобщающие теорию на случай требуемого течения рабочей жидкости. Получена система уравнений баланса расходов, Рейнольдса, движения диска и его подвижных колец, позволяющая определять амплитудно-частотные характеристики ротора на гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа. Записаны уравнения движения колец упруго установленных на рабочих поверхностях диска. Применены наиболее эффективные численные методы и математическая модель доведена до вида, приспособленного для численной реализации.

**Ключевые слова:** математическая модель, инженерная методика, динамические характеристики, гидростатодинамический подшипник, упругая установка, ламинарный и турбулентный режимы течения жидкости, амплитудно-частотные характеристики, численные методы.

#### Введение

Данный подшипник можно рассматривать как дальнейшее развитие конструкции сдвоенного радиального гидростатодинамического подшипника, у которого отсутствовала упругая установка рабочих поверхностей диска. Схема рассматриваемого подшипника приведена на рис. 1. Рабочие поверхности диска 1, 2, 3 выполнены раздельно с телом диска и соединены с ним посредством упругих элементов 4 (см. рис. 1). Упругий элемент может быть как металлическим, так и резиновым. При правильном подборе упругих элементов рассматриваемая конструкция подшипника позволяет улучшить его демпфирующие свойства и расширить диапазон устойчивой работы вала. Положение вала в подшипнике характеризуется эксцентриситетом и углом  $\beta_0$ .



Рис. 1. Схема сдвоенного радиального гидростатодинамического подшипника с упругой установкой рабочих поверхностей диска

Основными характеристиками подшипника являются несущая способность, расход рабочей жидкости, потери мощности на трение и амплитуды колебаний диска внутри подшипника. Для получения динамических характеристик системы «вал-подшипник» необходимо совместно решить уравнения Рейнольдса, баланса расходов и уравнения движения диска с валом внутри подшипника.

Давления в камерах определяются из уравнений баланса расходов. На рис. 2 приведены развертки наружной и внутренней рабочих поверхностей подшипника. Баланс расходов записывается из условия равенства расходов через входные компенсирующие устройства (жиклеры) и расходов по контуру і-й камеры (см. рис. 2). Запишем баланс расходов для наружной и внутренней рабочих поверхностей подшипника.

$$Q_{BX1} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_{V1}, \qquad (1)$$

$$Q_{BX2} = Q_{11} + Q_{12} + Q_{13} + Q_{14} + Q_{V2}, \qquad (2)$$

где  $Q_{Bx1}$  и  $Q_{Bx2}$  - расходы через входные компенсирующие устройства, соответственно для наружной и внутренней рабочих поверхностей подшипника;

 $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4$  и  $Q_{11}, Q_{12}, Q_{13}, Q_{14}$  - расходы по контуру і-той камеры, соответственно для наружной и внутренней рабочих поверхностей (см. рис. 2);

 $Q_{V1}$  и  $Q_{V2}$  - расходы рабочей жидкости, обусловленные движением вала с диском.

Из уравнения баланса расходов (1) и (2) записываем выражение для определения давлений в ітой камере, приспособленные для численной реализации.

где a<sub>i</sub> и b<sub>i</sub> - коэффициенты, которые в процессе итерации остаются постоянными.

Запишем выражение (3) в безмерном виде, обозначив безмерные параметры с чертой сверху.

$$\left(\overline{P}_{\kappa,i}\right)_{n+1} = \overline{a}_{9,i}\sqrt{1 - \left(\overline{P}_{\kappa,i}\right)_{n}} + \overline{a}_{11,i}1 - \left(\overline{P}_{\kappa,i-1}\right)_{n} + \overline{a}_{12,i}1 - \left(\overline{P}_{\kappa,i+1}\right)_{n} + \overline{a}_{10,i},$$

$$\left(\overline{P}_{\kappa1,i}\right)_{n+1} = \overline{b}_{9,i}\sqrt{1 - \left(\overline{P}_{\kappa1,i}\right)_{n}} + \overline{b}_{11,i}1 - \left(\overline{P}_{\kappa,i-1}\right)_{n} + \overline{b}_{12,i}1 - \left(\overline{P}_{\kappa,i+1}\right)_{n} + \overline{b}_{10,i}.$$

$$(4)$$

Безразмерные параметры в выражениях (4) связаны с размерными следующими соотношениями:

$$\begin{split} \overline{a}_{9,i} &= \frac{a_{9,i}}{\sqrt{P_{BX}}}; \, \overline{a}_{11,i} = a_{11,i}; \, \overline{a}_{12,i} = a_{12,i}; \\ \overline{a}_{10,i} &= \frac{a_{10,i}}{P_{BX}}; \, \overline{b}_{9,i} = \frac{b_{9,i}}{\sqrt{P_{BX}}}; \, \overline{b}_{11,i} = b_{11,i}; \\ \overline{b}_{12,i} &= b_{12,i}; \, \overline{b}_{10,i} = \frac{b_{10,i}}{P_{BX}}. \end{split}$$

Задаваясь начальными значениями давлений в камерах  $(\overline{P}_{\kappa,i})_n$  и  $(\overline{P}_{\kappa l,i})_n$ , получают новые значения давлений на n+1 шаге по выражениям (4).



Рис. 2. Развертка наружной (а) и внутренней (б) рабочих поверхностей подшипника

Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока предыдущее и последующее значения давлений в камерах будут меньше заданной точности решения  $\varepsilon_1$ , т.е.

$$\left(\overline{P}_{\kappa,i}\right)_{n+1} - \left(\overline{P}_{\kappa,i}\right)_n = \epsilon_1; \left(\overline{P}_{\kappa 1,i}\right)_{n+1} - \left(\overline{P}_{\kappa 1,i}\right)_n = \epsilon_1.$$

Для определения функции распределения давления на межкамерных перемычках запишем уравнения Рейнольдса для наружной и внутренней частей подшипника, которые с учетом общепринятых в гидродинамической теории допущений имеют следующий безразмерный вид:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi_{1}} \left( \frac{\mathbf{h}_{1}^{3}}{\mathbf{\kappa}_{\mathbf{x}1}} \frac{\partial \overline{\mathbf{P}}_{1}}{\partial \varphi_{1}} \right) + \frac{\partial}{\partial \overline{\mathbf{z}}_{1}} \left( \frac{\overline{\mathbf{h}}_{1}^{3}}{\mathbf{\kappa}_{\mathbf{z}1}} \frac{\partial \overline{\mathbf{P}}_{1}}{\partial \mathbf{z}_{1}} \right) =$$

$$= \Omega_{1} \frac{\partial (\mathbf{U}_{1}\mathbf{h}_{1})}{\partial \varphi_{1}} + \Omega \mathbf{I}_{1} \overline{\mathbf{V}}_{1},$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi_{2}} \left( \frac{\overline{\mathbf{h}}_{2}^{3}}{\mathbf{\kappa}_{\mathbf{x}2}} \frac{\partial \overline{\mathbf{P}}_{2}}{\partial \varphi_{2}} \right) + \frac{\partial}{\partial \overline{\mathbf{z}}_{2}} \left( \frac{\overline{\mathbf{h}}_{2}^{3}}{\mathbf{\kappa}_{\mathbf{z}2}} \frac{\partial \overline{\mathbf{P}}_{2}}{\partial \overline{\mathbf{z}}_{2}} \right) =$$

$$= \Omega_{2} \frac{\partial (\mathbf{U}_{2}\mathbf{h}_{2})}{\partial \varphi_{2}} + \Omega 2_{2} \overline{\mathbf{V}}_{2},$$
(5)

rge 
$$U_1 = 1 + U_{e1} Sin(\varphi - \beta_0) - U_{\beta 1} Cos(\varphi - \beta_0),$$
  
 $\overline{U}_2 = 1 + \overline{U}_{e2} Sin(\varphi - \beta_0) - \overline{U}_{\beta 2} Cos(\varphi - \beta_0),$   
 $\overline{V} = \frac{\partial \overline{x}}{\partial \overline{t}} Cos(\varphi - \beta_0) + \overline{x} \frac{\partial \beta_0}{\partial \overline{t}} Sin(\varphi - \beta_0).$ 

Безразмерные параметры в выражениях (5) связаны с размерными следующими соотношениями:

$$\begin{split} \overline{x}_{1} &= \frac{e}{\delta_{01}}; \overline{x}_{2} = \frac{e}{\delta_{02}}; \overline{h}_{1} = \frac{h_{1}}{\delta_{01}}; \overline{h}_{2} = \frac{h_{2}}{\delta_{02}}; \\ \phi_{1} &= \frac{x_{1}}{R_{D1}}; \phi_{2} = \frac{x_{2}}{R_{D2}}; \overline{z}_{1} = \frac{z_{1}}{R_{D1}}; \overline{z}_{2} = \frac{z_{2}}{R_{D2}}; \\ \overline{P}_{1} &= \frac{P_{1}}{P_{Bx}}; \overline{P}_{2} = \frac{P_{2}}{P_{Bx}}; \Omega_{1} = \frac{6\mu\omega R_{D1}^{2}}{\delta_{01}^{2}P_{Bx}}; \\ \Omega_{2} &= \frac{6\mu\omega R_{D2}^{2}}{\delta_{02}^{2}P_{Bx}}; \Omega I_{1} = \frac{12\mu R_{D1}^{2}}{\delta_{01}^{2}P_{Bx}}; \\ \Omega 2_{2} &= \frac{12\mu R_{D2}^{2}}{\delta_{02}^{2}P_{Bx}}; \overline{U}_{1} = \frac{U_{1}}{\omega R_{D1}}; \\ \overline{U}_{e1} &= \frac{1}{\omega R_{D1}} \frac{de}{dt}; \overline{U}_{\beta 1} = \frac{e}{\omega R_{D1}} \frac{d\beta_{0}}{dt}; \\ \overline{U}_{2} &= \frac{U_{2}}{\omega R_{D2}}; \overline{U}_{e2} = \frac{1}{\omega R_{D2}} \frac{de}{dt}; \\ \overline{U}_{\beta 2} &= \frac{e}{\omega R_{D2}} \frac{d\beta_{0}}{dt}; \delta_{0} = R_{\Pi} - R_{D1}; \\ \overline{t} &= \frac{t}{T}; T = \frac{2\pi}{\omega}; \overline{V}_{1} = (V - \dot{y}_{1}) \frac{T}{\delta_{01}}; \end{split}$$

$$\overline{V}_2 = \left(V - \dot{y}_3\right) \frac{T}{\delta_{02}}.$$

Для численной реализации уравнений (5) применяется метод конечных разностей в сочетании с методом продольно-поперечной прогонки [1].

Зная давления в камерах и узлах межкамерных перемычек можно определить грузоподъемность подшипника. Суммарная грузоподъемность обеих рабочих поверхностей подшипника в проекциях на линию центров диска и подшипника  $\overline{I}_{\Sigma}$  и направление ей перпендикулярное  $\overline{J}_{\Sigma}$  в безразмерном виде записываются следующим образом:

$$\overline{I}_{\Sigma} = \overline{I}_{H} + \overline{I}_{B},$$

$$\overline{J}_{\Sigma} = \overline{J}_{H} + \overline{J}_{B}.$$
(6)

Безразмерные параметры в выражениях (6) связаны с размерными следующими соотношениями:

$$\begin{split} \overline{I}_H = & \frac{I_H}{P_{_{BX}}R_{D1}^2}; \ \overline{J}_H = & \frac{J_H}{P_{_{BX}}R_{D1}^2}; \\ \overline{I}_B = & \frac{I_B}{P_{_{BX}}R_{D2}^2}; \ \overline{J}_B = & \frac{J_B}{P_{_{BX}}R_{D2}^2}. \end{split}$$

Для определения динамических характеристик ротора на гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа применим нелинейные уравнения движения жесткого одномассового ротора, установленного на двух рассматриваемых подшипниках [3].

Запишем уравнения движения диска под действием сил веса, неуравновешенности гидродинамических сил:

$$\begin{split} \overline{m} \left( \ddot{\overline{x}} - \overline{x} \dot{\beta}_0^2 \right) &= -2 \overline{J}_{\Sigma} + \overline{G} Cos \beta_0 + \\ &+ \overline{q} Cos \left( \frac{\overline{t}}{Sh} - \beta_0 + \beta_H \right), \end{split} \tag{7} \\ &\overline{m} \left( \overline{x} \ddot{\beta}_0 + 2 \dot{\overline{x}} \dot{\beta}_0 \right) = -2 \overline{J}_{\Sigma} + \overline{G} Sin \beta_0 + \\ &+ \overline{q} Sin \left( \frac{\overline{t}}{Sh} - \beta_0 - \beta_H \right), \end{aligned} \tag{7} \\ &\overline{m}_1 \ddot{\overline{Y}}_1 = \overline{G}_1 Cos \beta_0 - \overline{J}_H + \overline{C}_{\varkappa 1} \overline{y}_1 + \overline{C}_{D1} \dot{\overline{y}}_1, \\ &\overline{m}_3 \ddot{\overline{Y}}_3 = \overline{G}_3 Cos \beta_0 - \overline{J}_B + \overline{C}_{\varkappa 2} \overline{y}_3 + \overline{C}_{D3} \dot{\overline{y}}_3, \end{split} \tag{8}$$

Безразмерные параметры в выражениях (7) и (8) связаны с размерными следующими соотношениями:

$$\overline{\mathbf{m}} = \frac{\mathbf{m}\delta_{01}}{\mathbf{P}_{BX}\mathbf{R}_{D1}^2\mathbf{T}^2}; \ \overline{\mathbf{I}}_{\Sigma} = \frac{\mathbf{I}_{\Sigma}}{\mathbf{P}_{BX}\mathbf{R}_{D1}^2}; \ \overline{\mathbf{J}}_{\Sigma} = \frac{\mathbf{J}_{\Sigma}}{\mathbf{P}_{BX}\mathbf{R}_{D1}^2}; \\ \overline{\mathbf{G}} = \frac{\mathbf{m}\mathbf{q}}{\mathbf{P}_{BX}\mathbf{R}_{D1}^2}; \ \overline{\mathbf{q}} = \frac{\mathbf{q}\omega^2}{\mathbf{P}_{BX}\mathbf{R}_{D1}^2}; \ \overline{\mathbf{t}} = \frac{\mathbf{t}}{\mathbf{T}}; \ \mathbf{Sh} = \frac{1}{\omega t};$$

$$\begin{split} \overline{x} &= \frac{e}{\delta_{01}}; \, \overline{m}_1 = \frac{m_1 \overline{\delta}_{01}}{P_{BX} R_{D1}^2 T_1^2}; \, \overline{G}_1 = \frac{G_1}{P_{BX} R_{D1}^2}; \\ \overline{I}_H &= \frac{I_H}{P_{BX} R_{D1}^2}; \, \overline{C}_{\pi 1} = \frac{C_{\pi 1} \delta_{01}}{P_{BX} R_{D1}^2}; \, \overline{Y}_1 = \frac{Y_1}{\delta_{01}}; \\ \overline{C}_{D1} &= \frac{C_{D1} \delta_{01}}{P_{BX} R_{D1}^2 T_1}; \, \overline{m}_3 = \frac{m_3 \delta_{02}}{P_{BX} R_{D2}^2 T_2^2}; \\ \overline{G}_3 &= \frac{G_3}{P_{BX} R_{D2}^2}; \, \overline{I}_B = \frac{I_B}{2P_{BX} R_{D2}^2}; \, \overline{C}_{\pi 3} = \frac{C_{\pi 3} \delta_{02}}{P_{BX} R_{D2}^2}; \\ \overline{Y}_3 &= \frac{Y_3}{\delta_{02}}; \, \overline{C}_{D3} = \frac{C_{D3} \delta_{02}}{P_{BX} R_{D2}^2 T_2^2}, \end{split}$$

где G = mg - вес вала с диском; g - ускорение свободного падения; е - эксцентриситет диска в подшипнике, характеризующий положение линии центров диска и подшипника;  $I_{\Sigma}$  и  $J_{\Sigma}$  - гидродинамические силы (грузоподъемность подшипника в проекциях на линию центров диска и подшипника и направление ей перпендикулярное); q - остаточная неуравновешенность вала;  $\omega$  - угловая скорость вращения диска с валом; m1 и m3 - массы колец 1 и 3 (см. рис. 1); Ÿ<sub>1</sub> и Ÿ<sub>3</sub> - ускорения колец 1 и 3; G<sub>1</sub> и G<sub>3</sub> - вес колец 1 и 3; I<sub>H</sub> и I<sub>B</sub> - гидродинамические силы наружной и внутренней частей подшипника;  $C_{\pi 1} Y_1$  и  $C_{\pi 3} Y_3$  - силы упругости эластичных элементов; С<sub>ж1</sub> и С<sub>ж3</sub> - коэффициенты жесткости; С<sub>D1</sub> и С<sub>D3</sub> - коэффициенты демпфирования упругих элементов;  $C_{D1}\dot{Y}_1$  и  $C_{D2}\dot{Y}_3$  - силы демпфирования упругих элементов;  $\dot{Y}_1$  и  $\dot{Y}_3$  - скорости перемещения колес на упругом основании.

Для численной реализации уравнений движения диска в подшипнике (7) и уравнений перемещения колец (8) применяется метод Адамса, который является многошаговым.

Запишем выражения для расчета координат и скоростей центра диска и колец, используя метод Адамса 4-го порядка:

$$\begin{split} \overline{x} (\kappa 2+1) &= \overline{x} (\kappa 2) + \frac{h1}{24} [55\overline{x} (\kappa 2) - 59\overline{x} (\kappa 2-1) + \\ &+ 37\overline{x} (\kappa 2-2) - 9\overline{x} (\kappa 2-3)]; \\ \beta_0 (\kappa 2+1) &= \beta_0 (\kappa 2) + \frac{h1}{24} [55\overline{\beta}_0 (\kappa 2) - \\ &59\overline{\beta}_0 (\kappa 2-1) + 37\overline{\beta}_0 (\kappa 2-2) - 9\overline{\beta}_0 (\kappa 2-3)]; \\ &\overline{x} (\kappa 2+1) &= \overline{x} (\kappa 2) + \frac{h1}{24} [55\overline{z}_2 (\kappa 2) - 59\overline{z}_2 (\kappa 2-1) + \\ &+ 37\overline{z}_2 (\kappa 2-2) - 9\overline{z}_2 (\kappa 2-3)]; \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{\beta}_{0}\left(\kappa2+1\right) &= \dot{\beta}_{0}\left(\kappa2\right) + \frac{h1}{24} [55\dot{z}_{1}\left(\kappa2\right) - 59\dot{z}_{1}\left(\kappa2-1\right) + \\ &+ 37\dot{z}_{1}\left(\kappa2-2\right) - 9\dot{z}_{1}\left(\kappa2-3\right); \\ \overline{Y}_{1}\left(\kappa2+1\right) &= \overline{Y}_{1}\left(\kappa2\right) + \frac{h1}{24} [55\dot{\overline{Y}}_{1}\left(\kappa2\right) - 59\dot{\overline{Y}}_{1}\left(\kappa2-1\right) + \\ &+ 37\dot{\overline{Y}}_{1}\left(\kappa2-2\right) - 9\dot{\overline{Y}}_{1}\left(\kappa2-3\right)]; \\ \overline{Y}_{3}\left(\kappa2+1\right) &= \overline{Y}_{3}\left(\kappa2\right) + \frac{h1}{24} [55\dot{\overline{Y}}_{3}\left(\kappa2\right) - 59\dot{\overline{Y}}_{3}\left(\kappa2-1\right) + \\ &+ 37\dot{\overline{Y}}_{3}\left(\kappa2-2\right) - 9\dot{\overline{Y}}_{3}\left(\kappa2-3\right); \\ \dot{\overline{Y}}_{1}\left(\kappa2+1\right) &= \dot{\overline{Y}}_{1}\left(\kappa2\right) + \frac{h1}{24} [55\dot{z}_{3}\left(\kappa2\right) - 59\dot{z}_{3}\left(\kappa2-1\right) + \\ &+ 37\dot{z}_{3}\left(\kappa2-2\right) - 9\dot{z}_{3}\left(\kappa2-3\right)]; \\ \dot{\overline{Y}}_{3}\left(\kappa2+1\right) &= \dot{\overline{Y}}_{3}\left(\kappa2\right) + \frac{h1}{24} [55\dot{z}_{4}\left(\kappa2\right) - 59\dot{z}_{4}\left(\kappa2-1\right) + \\ &+ 37\dot{z}_{4}\left(\kappa2-2\right) - 9\dot{z}_{4}\left(\kappa2-3\right). \end{split}$$

Из записанного метода Адамса четвертого порядка точности видно, что для его реализации необходимо иметь информацию о четырех предыдущих точках. Для получения исходной информации используем одношаговый метод Эйлера.

$$\begin{split} \overline{x} (\kappa 2 + 1) &= \overline{x} (\kappa 2) + h2\dot{x} (\kappa 2); \\ \beta_0 (\kappa 2 + 1) &= \beta_0 (\kappa 2) + h2\dot{\beta}_0 (\kappa 2); \\ \dot{\overline{x}} (\kappa 2 + 1) &= \dot{\overline{x}} (\kappa 2) + h2 \{\overline{x} (\kappa 2) \dot{\beta}_0^2 (\kappa 2) - \frac{2\overline{I}_{\Sigma}}{\overline{m}} + \\ &+ \frac{\overline{G}}{\overline{m}} Cos\beta_0 (\kappa 2) + \frac{\overline{q}}{\overline{m}} Cos \left[ \frac{\overline{t}}{Sh} - \beta_0 (\kappa 2) + \beta_H \right] \}; \\ \dot{\beta}_0 (\kappa 2 + 1) &= \dot{\beta}_0 (\kappa 2) + h2 \{ \frac{2\beta_0 (\kappa 2) \dot{\overline{x}} (\kappa 2)}{\overline{x} (\kappa 2)} - \frac{2\overline{J}_{\Sigma}}{\overline{m}\overline{x} (\kappa 2)} - \\ &- \frac{\overline{G}}{\overline{m}\overline{x} (\kappa 2)} Sin\beta_0 (\kappa 2) + \frac{\overline{q}}{\overline{m}\overline{x} (\kappa 2)} Sin \left[ \frac{\overline{t}}{Sh} - \beta_0 (\kappa 2) + \beta_H \right]; \\ \overline{Y}_1 (\kappa 2 + 1) &= \overline{Y}_1 (\kappa 2) + h2 \dot{\overline{Y}}_1 (\kappa 2); \\ \overline{Y}_3 (\kappa 2 + 1) &= \overline{Y}_1 (\kappa 2) + h2 \dot{\overline{Y}}_1 (\kappa 2); \\ \overline{Y}_1 (\kappa 2 + 1) &= \dot{\overline{Y}}_1 (\kappa 2) + h2 [\frac{\overline{G}_1}{\overline{m}_1} Cos\beta_0 (\kappa 2) - \\ &- \frac{\overline{I}_H}{\overline{m}_1} + \frac{C_{\varkappa 1} \overline{Y}_1 (\kappa 2)}{\overline{m}_1} + \frac{C_{D1} \dot{\overline{Y}}_1 (\kappa 2)}{\overline{m}_1} ]; \\ \dot{\overline{Y}}_3 (\kappa 2 + 1) &= \dot{\overline{Y}}_3 (\kappa 2) + h2 [\frac{\overline{G}_3}{\overline{m}_3} Cos\beta_0 (\kappa 2) - \\ &- \frac{\overline{I}_B}{\overline{m}_3} + \frac{C_{\varkappa 3} \overline{Y}_3 (\kappa 2)}{\overline{m}_3} + \frac{C_{D3} \dot{\overline{Y}}_3 (\kappa 2)}{\overline{m}_3} ]. \end{split}$$

Рассмотрим алгоритм решения уравнений движения диска и колец под действием переменных внешних сил. Задаваясь начальными координатами и скоростями диска и колец, совместно решаем уравнения баланса расходов и уравнения Рейнольдса и вычисляем гидродинамические силы  $\overline{I}_{\Sigma}$ ,  $\overline{J}_{\Sigma}$ ,  $\overline{I}_{H}$  и  $\overline{I}_{B}$ , действующего на диск и на кольца. С помощью метода Эйлера определяем новые координаты и скорости центра диска и колец. Применив трижды метод Эйлера на последующих шагах, используем метод Адамса. Расчет продолжается до получения стабильных повторяющихся траекторий.

### Литература

1. Крылов, В. И. Вычислительные методы [Текст] : учеб. пособие / В. И. Крылов, Б. В. Бобков, П. И. Монастырский. – М. : Машгиз, 1977. – 520 с.

2. Назин, В. И. Радиальный гидростатический подшипник повышенной несущей способности [Текст] / В. И. Назин // Авиационно-космическая техника и технология. – 2012. – № 8(95). – С. 94–100.

3. Коровчинский, М. В. Теоретические основы работы подшипников скольжения [Текст] / М. В. Коровчинский. – М. : Машгиз, 1969. – 403 с.

Поступила в редакцию 10.06.2014, рассмотрена на редколлегии 12.06.2014

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., проф. кафедры Л. Г. Бойко, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

## ТЕОРІЯ ГІДРОСТАТОДІНАМІЧНОГО ПІДШИПНИКА ЗДВОЄНОГО ТИПУ З ПРУЖНОЮ УСТАНОВКОЮ РОБОЧИХ ПОВЕРХОНЬ ДИСКА

### В. І. Назін

Розроблено математичну модель та інженерну методику, що дозволяє визначити динамічні характеристики ротора на гідростатодінамічних підшипниках здвоєного типу з пружною установкою робочих поверхонь диска. Математичні залежності дозволяють розглядати як ламінарний, так і розвинений турбулентний режими течії робочої рідини в щілинному тракті підшипника. Застосовано найбільш поширені методики, узагальнюючі теорію на випадок необхідної течії робочої рідини. Отримано систему рівнянь балансу витрат, Рейнольдса, руху диска і його рухомих кілець, що дозволяє визначати амплітудно-частотні характеристики ротора на гідростатодінамічних підшипниках здвоєного типу. Записано рівняння руху кілець пружно встановлених на робочих поверхнях диска. Застосовано найбільш ефективні чисельні методи і математична модель доведена до виду, пристосованого для чисельної реалізації.

Ключові слова: математична модель, інженерна методика, динамічні характеристики, гідростатодінамічний підшипник, пружна установка, ламінарний і турбулентний режими течії рідини, амплітудно-частотні характеристики, чисельні методи.

## THEORY HYDROSTATODYNAMIC DOUBLE BEARING TYPE ELASTIC SETTING THE WORKING SURFACE OF THE DISC

## V. I. Nazin

The mathematical model and engineering methodology, which allows to determine the dynamic characteristics of the rotor on the hydrostatodynamic bearing type with dual elastic installation disc surface. Mathematical relationships allow us to consider both laminar and turbulent flow regimes developed by the working fluid in the target path of the bearing. The most common techniques used generalizing theory to the case required the working fluid. A system of equations of balance cost, Reynolds, disk motion and his mobile rings, allows to determine the frequency response of the rotor to the hydrostatodynamic bearing dual type. Equations of motion are recorded rings resiliently mounted on the surface of the discs. Employs the most efficient numerical methods and mathematical model brought to the form adapted for numerical implementation.

**Keywords:** mathematical model, engineering technique, dynamic characteristics, hydrostatodynamic bearing, elastic installation, laminar and turbulent flows of liquid, the amplitude-frequency characteristics, numerical methods.

Назин Владимир Иосифович – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры теоретической механики, машиноведения и роботомеханических систем, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: decanat@d2.khai.edu.