

УДК 629.78.064.5

С. В. ШИРИНСКИЙ

*Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина*

## ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ РАЗРЯДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛИТИЙ-ИОННЫХ АККУМУЛЯТОРОВ НА ОСНОВЕ ЭМПИРИЧЕСКИХ СООТНОШЕНИЙ

*В статье представлены результаты исследования возможности применения эмпирических уравнений, используемых для щелочных аккумуляторов, для построения математических моделей разрядных характеристик литий-ионных аккумуляторов. По результатам экспериментальных исследований проведена оценка адекватности математических моделей разрядных характеристик литий-ионных аккумуляторов, построенных на основе уравнений Шеферда-Хаскина-Даниленко и Романова. Доказано, что уравнения Шеферда-Хаскина-Даниленко и Романова можно использовать для описания разрядных характеристик литий-ионных аккумуляторов.*

**Ключевые слова:** электрохимический аккумулятор, химическая батарея, разрядная характеристика, математическая модель, эмпирические соотношения, емкость.

### Введение

В публикациях, посвященных вопросам математического моделирования литий-ионных аккумуляторов, широко освещена тема применения эквивалентных схем замещения для построения расчетных разрядных характеристик [1-3], однако практически отсутствуют исследования возможности применения для решения этой задачи других подходов. В то же время, для математического описания разрядных характеристик щелочных аккумуляторов используется ряд известных математических соотношений [4].

Данная работа посвящена исследованию возможности применения известных эмпирических зависимостей, описывающих разряд щелочных аккумуляторов, для построения математических моделей разрядных характеристик литий-ионных аккумуляторов.

### 1. Постановка задачи

Для математического описания разрядных характеристик щелочных аккумуляторов наиболее широко применяются следующие эмпирические уравнения [4]:

- обобщенное уравнение Шеферда-Хаскина-Даниленко:

$$U = E - R \cdot I - \left( \frac{D \cdot q + K \cdot q \cdot I}{C - q} \right) + A \cdot \left[ e^{-\frac{B \cdot q}{C}} - 1 \right], \quad (1)$$

- уравнение Романова (модифицированный вид):

$$U = E - R \cdot I - K \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\alpha \cdot q \cdot I}{(C - q)}} \right) + A \cdot \left( e^{-\frac{B \cdot q}{C}} - 1 \right), \quad (2)$$

где  $E$  – ЭДС аккумулятора, В;

$R$  – внутреннее сопротивление аккумулятора, Ом;

$I$  – ток разряда, А;

$C$  – емкость полностью заряженного аккумулятора, Ач;

$q = I \cdot \tau$  – емкость (Ач), отданная аккумулятором за время разряда  $\tau$  (ч);

$\alpha$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $K$ ,  $D$  – эмпирические коэффициенты.

С целью определения возможности применения уравнений (1) и (2) для описания разрядных характеристик литий-ионных аккумуляторов необходимо исследовать адекватность описания характерных участков разрядных характеристик литий-ионных аккумуляторов на основании экспериментальных данных.

### 2. Способ оценки

Типичную разрядную характеристику литий-ионного аккумулятора можно разбить на три участка: два нелинейных участка начальной и конечной поляризации (участки 1 и 3 на рис. 1, соответственно) и участок практически линейного снижения напряжения в процессе разряда (участок 2 на рис. 1).

При решении задачи имеет смысл рассмотреть адекватность описания характеристики на каждом участке качественно и по максимальному отклонению.

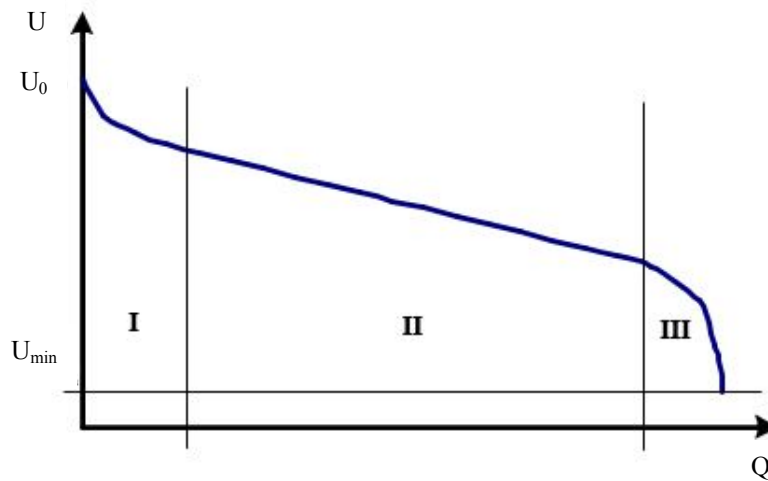


Рис. 1. Типичная разрядная характеристика литий-ионного аккумулятора

### 3. Применение обобщенного уравнения Шеферда-Хаскина-Даниленко

Для исследования возможности применения обобщенного уравнения Шеферда-Хаскина-Даниленко при описании разрядной характеристики литий-ионных аккумуляторов были получены экспериментальные разрядные характеристики аккумулятора ICP103448SR. При этом разряд проводился номинальным током  $1C_5$  (равным номинальной емкости).

Коэффициенты уравнения (1) были определены методом наименьших квадратов с дополнительными условиями в характерных точках. Расчетная и экспериментальная разрядные характеристики аккумулятора ICP103448SR приведены на рис. 2.

Сравнение расчетной разрядной характеристики с результатами эксперимента показывает, что уравнение Шеферда-Хаскина-Даниленко хорошо описывает начальный участок разрядной характеристики – участок I.

Участок I начальной поляризации в уравнении (1) описывает выражение:

$$U_{\text{нп}} = A \cdot \left[ e^{-\frac{B \cdot Q}{C}} - 1 \right]. \quad (3)$$

На участках II и III расчетной разрядной характеристики (рис. 2) заметны искажение формы и отклонения от экспериментальных значений.

Участки II и III разрядной характеристики в уравнении (1) описывает соотношение:

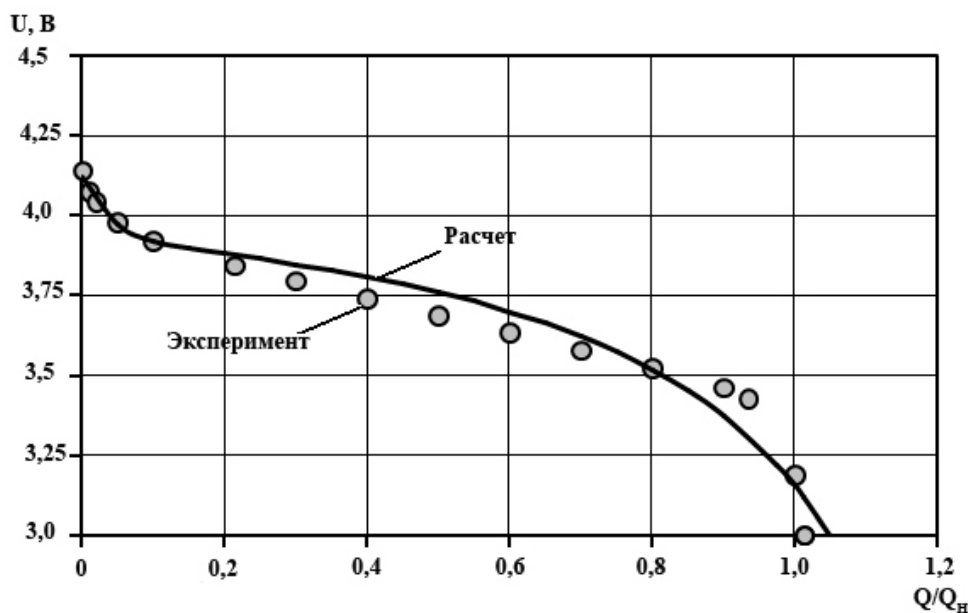


Рис. 2. Расчетная (уравнение Шеферда-Хаскина-Даниленко) и экспериментальная разрядные характеристики аккумулятора ICP103448SR

$$U_{\text{пр}} = \left( \frac{D \cdot q + K \cdot q \cdot I}{C - q} \right). \quad (4)$$

Несмотря на то, что расхождения с экспериментом не превышают 4,5%, искажение формы, а также расположение области максимального расхождения расчета и эксперимента вблизи момента конца разряда, может сделать уравнение (1) непригодным для практического применения в задачах, связанных с расчетным определением емкости.

Ограничения применимости выражения (4) для описания поляризации разряда, по всей видимости, связаны с тем, что данное выражение представляет собой линейно-гиперболическую зависимость нетипичную для описания разрядных характеристик литий-ионных аккумуляторов.

#### 4. Применение модифицированного уравнения Романова

Как и в предыдущем случае, для исследования применимости уравнения Романова были использованы экспериментальные разрядные характеристики аккумулятора ICP103448SR, а коэффициенты уравнения (2) были определены методом наименьших квадратов с дополнительными условиями в характерных точках.

Расчетная и экспериментальная разрядные ха-

рактеристики аккумулятора ICP103448SR приведены на рис. 3.

Сравнение расчетной разрядной характеристики с результатами эксперимента показывает, что уравнение Романова хорошо описывает разрядную характеристику на всех участках.

Участок I начальной поляризации в уравнении (2), как и в уравнении (1), описывает выражение (3).

Участки II и III разрядной характеристики в уравнении (2) описывает соотношение:

$$U_{\text{пр}} = K \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\alpha \cdot q \cdot I}{C - q}} \right). \quad (5)$$

Максимальное расхождение расчетных и экспериментальных значений не превышает 0,5%. Область максимального расхождения расположена на начальном участке характеристики (включение разряда). Графическое рассмотрение характеристик показывает высокую степень соответствия расчетной характеристики экспериментальным данным.

Таким образом, математические модели разрядных характеристик литий-ионных аккумуляторов, построенные на основе уравнения Романова, не уступают аналогичным моделям на основе схем замещения [5] при меньшей трудоемкости.

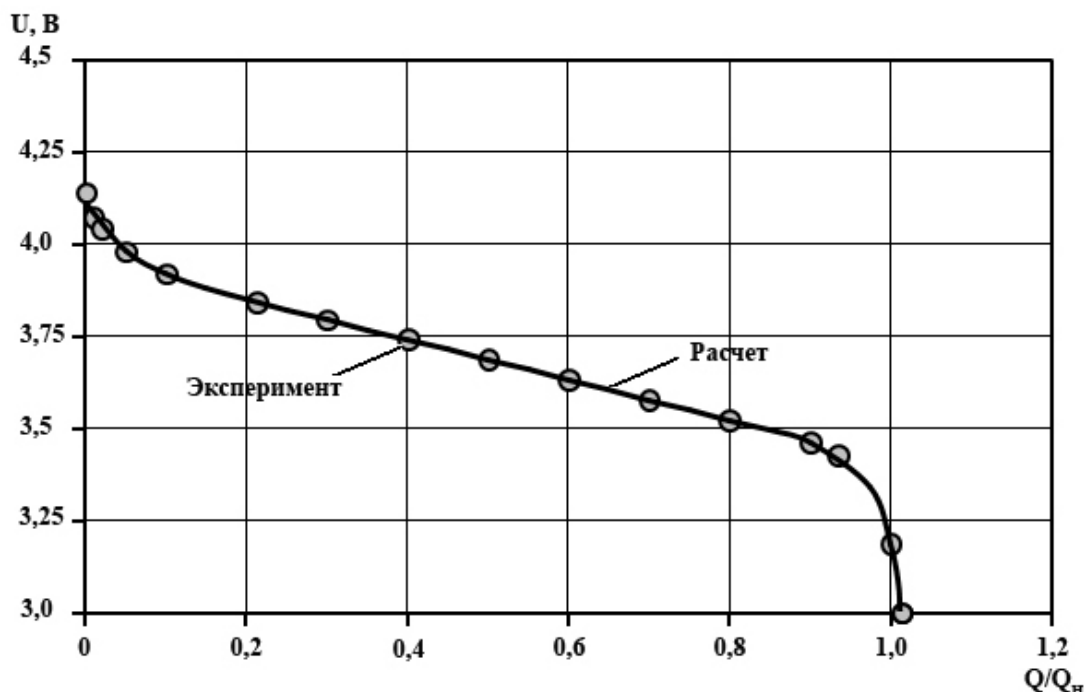


Рис. 3. Расчетная (уравнение Романова) и экспериментальная разрядные характеристики аккумулятора ICP103448SR

## Заключение

Проведенное исследование применимости известных для щелочных аккумуляторов эмпирических уравнений разрядных характеристик показало возможность использования уравнений Шеферда-Хаскина-Даниленко и Романова для описания разрядных характеристик литий-ионных аккумуляторов.

Уравнение Шеферда-Хаскина-Даниленко позволяет получить точность расчета, достаточную для оценочных расчетов, однако малоприменимо для задач, предполагающих расчетное определение разрядной емкости.

Математические модели, построенные с помощью уравнения Романова, не уступают в точности аналогам, полученным с помощью эквивалентной схемы замещения.

## Литература

1. Iliev, O. *An overview on the usage of some model reduction approaches for simulations of Li-ion transport in batteries [Text]* / O. Iliev, A. Latz,

J. Zausch, S. Zhang // *Berichte des Fraunhofer ITWM*. – 2012. - № 214. - P. 1–33.

2. Rahmoun, A. *Modelling of Li-ion batteries using equivalent circuit diagrams [Text]* / A. Rahmoun, H. Biechl // *Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*. – 2012. - № 88. – P. 152-156.

3. *A Cell Level Model for Battery Simulation [Text]* / S. Thanagasundram, R. Arunachala, K. Makinejad, T. Teutsch, A. Jossen // *EEVC 2012 - European Electric Vehicle Congress, Brussels, Belgium, 19-22 November 2012*. – P. 53-58.

4. Галушкин, Н. Е. *Анализ эмпирических зависимостей, описывающих разряд щелочных аккумуляторов [Текст]* / Н. Е. Галушкин, Н. Н. Галушкина // *Электрохимическая энергетика*. – 2005. - Т. 5 (№ 1). – С. 43-50.

5. *Использование схем замещения для математического моделирования разрядных характеристик никель-кадмиевых аккумуляторов [Текст]* / К. В. Безручко, А. О. Давидов, С. В. Синченко, С. В. Ширинский // *Вісник Національного технічного університету «ХПІ» : зб. наук. праць. Темат. вип. : Енергетика: надійність та енергоефективність*. – 2012. – № 23. – С. 17-28.

*Поступила в редакцию 26.05.2014, рассмотрена на редколлегии 12.06.2014*

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., зав. каф. Конструкции авиационных двигателей С. В. Епифанов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

## ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ РОЗРЯДНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛІТІЙ-ІОННИХ АКУМУЛЯТОРІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ЕМПІРИЧНИХ СПІВВІДНОШЕНЬ

**С. В. Ширинський**

В статті представлено результати дослідження можливості застосування емпіричних рівнянь, які використовувались для лужних акумуляторів, для побудови математичних моделей розрядних характеристик літій-іонних акумуляторів. За результатами експериментальних досліджень було проведено оцінку адекватності математичних моделей розрядних характеристик літій-іонних акумуляторів, які були побудовані на основі рівнянь Шеферда-Хаскіної-Даниленко та Романова. Доведено, що рівняння Шеферда-Хаскіної-Даниленко та Романова можна використати для опису розрядних характеристик літій-іонних акумуляторів.

**Ключові слова:** електрохімічний акумулятор, хімічна батарея, розрядна характеристика, математична модель, емпіричні співвідношення, ємність.

## CREATION OF MATHEMATICAL MODELS OF DISCHARGE CHARACTERISTICS OF ELECTROCHEMICAL ACCUMULATORS OF VARIOUS TYPES BY MEANS OF EQUIVALENT CIRCUITS

**S. V. Shirinsky**

The article presents the results of a studying the possibility of using empirical equations used for alkaline batteries, to construct mathematical models of the discharge characteristics of lithium-ion batteries. The results of experimental studies have evaluated the adequacy of mathematical models of the discharge characteristics of lithium-ion batteries that are based on Shepherd-Haskina-Danilenko and Romanov equations. Proved that Shepherd-Haskina-Danilenko and Romanov equations can be used to describe the discharge characteristics of lithium-ion batteries.

**Keywords:** accumulator, battery discharge characteristics, mathematical model, empirical relationships, capacity.

**Ширинский Семен Владимирович** – канд. техн. наук, ст. науч. сотр., Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: [autonomenergy@khai.edu](mailto:autonomenergy@khai.edu).