

УДК 532.5:534-14

Ю. А. ЖУЛАЙ

Институт транспортных систем и технологий НАНУ, Украина

УТОЧНЕНИЕ ЛИНЕЙНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ КАВИТАЦИОННОГО ГЕНЕРАТОРА КОЛЕБАНИЙ ДАВЛЕНИЯ ЖИДКОСТИ

В работе теоретически обоснованы и экспериментально подтверждены граничные условия возникновения и прекращения периодически срывного кавитационного течения жидкости в генераторе колебаний давления жидкости. Это позволило выполнить уточнение известной линейной математической модели, описывающей кавитационные колебания, генерируемые периодически срывной кавитацией в генераторе. Результаты расчетов по уточненной математической модели позволили согласовать теоретические зависимости размаха и частоты колебаний жидкости от параметра кавитации с экспериментальными данными.

Ключевые слова: *энергосберегающие технологии, генератор колебания давления жидкости, граничные условия, линейная математическая модель, параметр кавитации, размах и частота колебаний.*

1. Постановка проблемы и её связь с научно-техническими задачами

Одним из направлений создания технических средств, реализующих энергосберегающие технологии, является новый способ получения дискретно-импульсной энергии большой мощности в потоке технологической жидкости с использованием режимов гидродинамической кавитации.

В работе [1, 2] приведены примеры таких технологических процессов (в металлургии, машиностроении, химической промышленности и в горнодобывающей отрасли) с использованием генератора колебаний давления жидкости (в дальнейшем генератор) [3]. Он органично вписывается в комплекс технологического оборудования и позволяет снизить удельное энергопотребление до 50%. Генератор работает на энергии, прокачиваемой через него жидкости, и размещается непосредственно в месте передачи импульса материалу, подвергаемого обработке. Он представляет собой известную в системе регулирования ракетного двигателя трубку Вентури со специальными геометрическими параметрами. Преобразуя стационарный поток жидкости в периодически срывное кавитационное течение, в технологическом трубопроводе, расположенном за генератором, реализуются импульсы давления жидкости, в несколько раз превышающие по величине давление на входе в генератор P_{II} .

Отличительной особенностью такого течения являются стабильность частоты (от 500 до 10000 Гц) роста и отрыва кавитационной каверны, расположенной в диффузоре, и её захлопывания, а также отсутствие зависимости частоты колебаний от длины выходного трубопровода за генератором, кото-

рое указывает на неакустическую природу высокочастотных колебаний. Зависимость размаха колебаний давления на выходе из генератора от давления подпора P_{II} (при постоянном значении давления нагнетания P_{II}) имеет четко выраженный максимум, существенно превышающий давление на входе в генератор.

Теоретическое определение рабочего диапазона режимных параметров генератора, где реализуется максимальный уровень значений импульсной нагрузки, является актуальной задачей. Именно на такой режим его работы, как правило, производится настройка большинства технологических процессов.

Несмотря на сложность математического описания периодически срывного кавитационного течения жидкости в генераторе, реализующего колебания давления жидкости с далеко не гармонической формой, линейная модель, описание которой подробно изложено в работе [4], позволяет инженерными методами оценивать размах колебаний давления и частоту следования импульсов. Учитывая, что кавитационные колебания давления жидкости имеют высокочастотный ударный характер, под размахом понимается «двойная амплитуда» $\Delta P_I = P_{I\max} - P_{I\min}$, где $P_{I\max}$ – максимальное давление, а $P_{I\min}$ – минимальное давление в импульсе.

При определении частоты колебаний давления за генератором предполагалось, что природа высокочастотных кавитационных колебаний аналогична известным в гидродинамике струхалевым частотам и обусловлена ростом, отрывом, уносом и захлопыванием каверны в зоне повышенного давления в диффузоре или за ним.

Определение амплитуд колебаний в системе за генератором в работе [4] выполнена с использовани-

ем уравнения баланса жидкости в отклонениях для выделенного объема жидкости (см. расчетную схему на рис. 1), в котором находится оторвавшаяся часть кавитационной каверны.

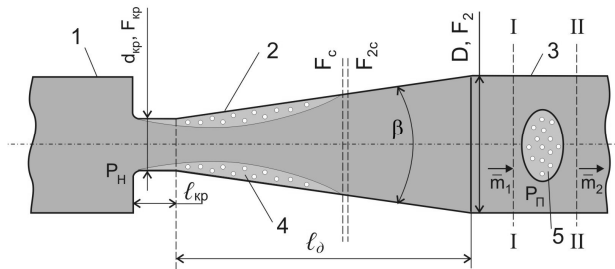


Рис. 1. Расчетная схема кавитационного течения жидкости в генераторе упругих колебаний:
 1 – входной трубопровод; 2 – трубка Вентури;
 3 – выходной трубопровод; 4 – кавитационная зона;
 5 – оторвавшаяся часть каверны

Далее, подставляя в это уравнение переменные в виде произведения амплитудных значений на гармоническую функцию времени и перейдя к комплексным амплитудам, определялась формула для расчета амплитуд высокочастотных кавитационных колебаний давления.

Сопоставление расчетных максимальных значений размаха колебаний ΔP_1 показало удовлетворительное согласование с экспериментальными данными. Однако, зависимость размаха от параметра кавитации, по сравнению с экспериментальной, сдвинута вправо, в сторону повышения давления подпора. Параметр кавитации представляет собой отношение давлений $\tau = P_n/P_n$.

Такое расхождение расчетных и экспериментальных данных не позволяет по теоретической зависимости правильно выбрать режимные параметры кавитационного генератора для реализации в технологическом трубопроводе, расположенном за ним, максимальных величин пульсаций давления. Это приводит к снижению энергоэффективности технологического процесса и потребует дополнительных экспериментальных исследований.

Целью настоящей работы является уточнение известной линейной математической модели генератора путем обоснования граничных условий возникновения и прекращения режима периодически срывного кавитационного течения жидкости в нем и проверка ее соответствия экспериментальным данным.

2. Выбор объекта исследования

Объектом исследования в настоящей работе является линейная математическая модель генератора колебаний давления жидкости [4] с геометри-

ческими параметрами, приведенными в таблице 1 (см. рис.1).

Таблица 1

Геометрические параметры генератора с углом раскрытия диффузора $\beta = 20^\circ$

Параметр	Размер, мм
Диаметр критического сечения	$d_{кр} = 2,5$
Длина цилиндрического участка	$l_{кр} = 3,4$
Выходной диаметр диффузора	$D = 10$
Длина диффузора	$l_d = 21,3$

Для расчета частот кавитационных колебаний в работе [4] для генераторов с углами раскрытия диффузора 20° и 30° предложена формула в виде

$$f = \frac{v_{с.кр} \cdot \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}}{r_{кр} \sqrt{\mu}} \cdot (1 - \sqrt{1 - \tau}), \quad (1)$$

где $r_{кр}$ – радиус критического сечения генератора, а μ – коэффициент расхода жидкости.

Скорость жидкости в критическом сечении определяем по известной формуле

$$v_{с.кр} = \sqrt{2(P_n - P_k)/\rho}, \quad (2)$$

где ρ – плотность жидкости.

Формула для расчета амплитуд высокочастотных кавитационных колебаний давления в [4] представлена в виде

$$|\delta P_1| = \rho \cdot v_{с.кр}^2 (2\pi)^2 Sh_M^2 \times \frac{I_d}{\sqrt{1 + \frac{(2\pi)^2 \cdot v_{с.кр}^2 \cdot I_d^2 \cdot F_2^2}{l_k^2 \cdot c^2}}} \cdot \frac{|\delta V_k|}{l_k^2}, \quad (3)$$

где c – скорость звука в жидкости,

F_2 – площадь выходного сечения диффузора генератора, а:

Sh_M – модифицированное число Струхала,

I_d – коэффициент инерционного сопротивления участка диффузора генератора колебаний, расположенного между новой оседлой каверной и выходом из диффузора,

l_k – осевая длина каверны,

δV_k – объем оторвавшейся части кавитационной каверны, равный максимальному объему оседлой кавитационной каверны в момент отрыва. Sh_M , I_d , l_k и δV_k определяются следующими выражениями:

$$Sh_M = \sqrt{1 - \sqrt{1 - \tau}} - \frac{1}{\sqrt{\mu}}(1 - \sqrt{1 - \tau}), \quad (4)$$

$$I_d = \frac{1}{\pi \cdot \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}} \cdot \left[\frac{1}{r_{кр} + \ell_k \cdot \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}} - \frac{1}{r_{кр} + \ell_\delta \cdot \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}} \right], \quad (5)$$

$$\ell_k = \frac{r_{кр}}{\operatorname{tg} \frac{\beta}{2}} \cdot \left(\sqrt{\frac{\mu}{1 - \sqrt{1 - \tau}}} - 1 \right), \quad (6)$$

$$|\delta \bar{V}_k| = \frac{\pi \ell_k}{2} \left[3r_{кр}^2(1 - \mu) + 3r_{кр} \ell_k \left(\operatorname{tg} \frac{\beta}{2} - \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right) + \ell_k^2 \left(\operatorname{tg}^2 \frac{\beta}{2} - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \right) \right], \quad \ell_k \leq \ell_\delta, \quad (7)$$

где α – угол расширения струи жидкости, равный $1,35^\circ$.

Однако расчеты, выполненные для кавитационного генератора, геометрические параметры которого приведены в табл. 1, указали на заметное расхождение теоретических и экспериментальных зависимостей размаха колебаний давления ΔP_1 от параметра кавитации τ , как это видно из рисунка 2.

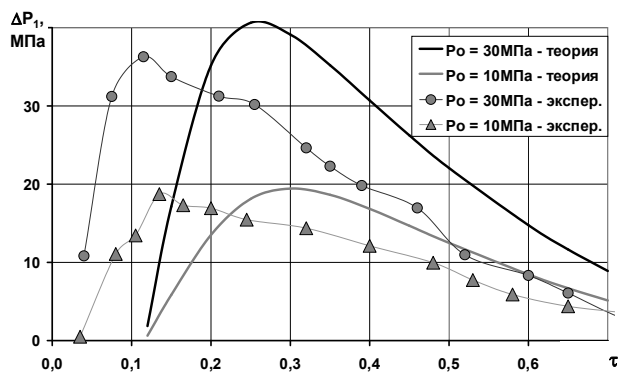


Рис. 2. Теоретические и экспериментальные зависимости ΔP_1 от параметра кавитации τ при давлениях нагнетания $P_n=10$ и 20 МПа

Из сопоставления этих зависимостей видно, что теоретические значения пульсаций по сравнению с экспериментальными данными сдвинуты вправо в сторону повышения давления подпора. Причины, которые вызывают расхождения в расчетных и экспериментальных зависимостях размаха колебаний ΔP_1 от параметра кавитации τ , были рассмотрены в работе [5] при проведении испытаний экспериментального образца кавитационного генератора. Анализ результатов лабораторных исследований генератора с $d_{кр} = 2,5$ мм показал, что, независимо от величины давления подачи жидкости на вход генератора, режим периодически срывного кавитационного те-

чения жидкости в трубке Вентури возникает при значениях параметра кавитации $\tau \approx 0,01$ и прекращается при достижении $\tau \approx 0,8 \div 0,9$. В этой же работе предполагалось, что снижение граничного значения обусловлено потерями полного давления при внезапном расширении потока жидкости за кавитационной каверной и потерями по длине трубопровода.

Однако граничные условия возникновения и прекращения периодически срывного кавитационного течения в генераторе остались не обоснованы.

3. Обоснование граничных условий возникновения и прекращения периодически срывного кавитационного течения жидкости в генераторе

Для определения этих условий, используем уравнение для параметра кавитации, приведенного в работе [4] в следующем виде

$$\tau = \left(\frac{\mu F_{кр}}{F_c} \right)^2 - \psi \left(\frac{\mu F_{кр}}{F_c} - \frac{\mu F_{кр}}{F_{2c}} \right)^2, \quad (8)$$

где F_c – площадь поперечного сечения струи жидкости непосредственно перед сечением замыкания каверны;

F_{2c} – площадь поперечного сечения струи жидкости в сечении замыкания каверны;

ψ – коэффициент потерь полного давления при внезапном расширении потока жидкости за кавитационной каверной.

Рассматривая условия замыкания каверны (см. рис. 1), можно установить, что второе слагаемое выражения (8) мало по сравнению с первым (разница между площадями F_c и F_{2c} незначительна). Это позволяет пренебречь указанной разницей при $\psi = 1$, так как именно из этих условий и определялась осевая длина каверны ℓ_k [4].

Отсюда следует, что параметр τ достигает минимального значения при $\mu F_{кр}/F_c = \mu F_{кр}/F_{2c}$, т.е.

$$\tau_{\min} = \left(\frac{\mu F_{кр}}{F_2} \right)^2, \quad (9)$$

и соответствует давлению подпора в трубопроводе за генератором, равным давлению в каверне $P_n = P_k$. Минимальное значение параметра кавитации, определенное по полному давлению – $\tau_{\min} \approx 0,05$, а по избыточному – $\tau_{\min} \approx 0$, что и соответствует числу кавитации, равному нулю [4].

Максимальное значение параметра кавитации τ_{\max} определится из условия достижения минимального значения размера каверны, когда ее длина не

превышает длину цилиндрического участка генератора с $d = d_{кр}$, т. е. $l_k = l_{кр}$

$$\tau_{max} = \left(\frac{\mu F_{кр}}{F_c} \right)^2 = \left(\frac{1}{1 + k_0 l_{кр} / d_{кр}} \right)^2 \quad (10)$$

где α – угол расширения струи жидкости;

k_0 – безразмерный коэффициент, определяемый как

$$k_0 = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{\mu}} \quad (11)$$

Расчеты, выполненные для кавитационного генератора с геометрическими размерами длины цилиндрического участка и диаметра критического сечения генератора $l_{кр} = 3,4 \text{ мм}$ и $d_{кр} = 2,5 \text{ мм}$ (см. табл. 1) при $\alpha = 1,35^\circ$ позволили установить максимальное значение параметра кавитации $\tau_{max} = 0,88$.

Для экспериментального подтверждения установленного факта были проведены испытания генератора по определению его расходной характеристики, при давлении нагнетания $P_n = 20 \text{ МПа}$ и в более широком диапазоне значений подпоров с измерением расхода жидкости на каждом режиме. На рис.3 представлена такая характеристика в виде зависимости расхода Q от параметра кавитации τ .

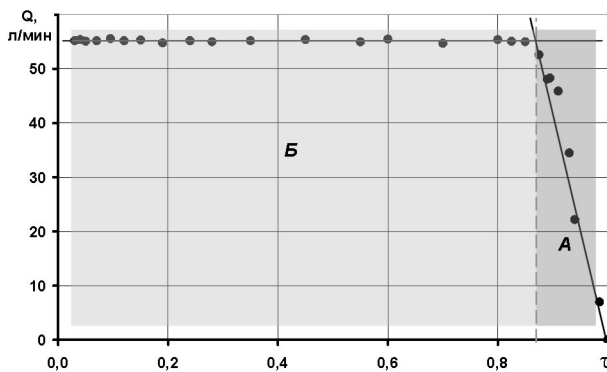


Рис. 3. Расходная характеристика генератора в координатах $\tau - Q$

Анализ зависимости наглядно указывает на наличие двух зон. Первая зона А, когда генератор работает как простое гидравлическое сопротивление, уменьшение подпора до определенного значения приводит к росту расхода жидкости. Вторая зона Б, когда генератор работает в режиме периодически срывного кавитационного течения жидкости. Уменьшение или увеличение подпора не влияют на характер расходной характеристики генератора, так как расход стабилизируется и определяется не гид-

равлическими потерями, а разностью давлений на входе в генератор P_n и в кавитационной полости P_k .

Представленная расходная характеристика позволяет сделать вывод, что срывное кавитационное течение жидкости в генераторе прекращается при параметре кавитации $\tau_{max} = P_n / P_n \approx 0,88$ (см. рис. 3.). Это позволяет утверждать о правильности обоснования граничных условий возникновения и прекращения периодически срывного кавитационного течения жидкости в генераторе.

4. Уточнение линейной математической модели кавитационного генератора колебаний давления жидкости

Подкоренное выражение $\sqrt{1 - \tau}$ в формулах (1), (4) и (6) следует рассматривать как разницу максимального и текущего значения параметра кавитации $\sqrt{\tau_{max} - \tau}$. Считалось, что кавитационный режим течения жидкости прекращается при достижении граничного значения $\tau_{max} = P_n / P_n = 1$ ($P_n = P_n$), т.е., когда течение жидкости отсутствует. Однако максимальное значение параметра кавитации следует принять $\tau_{max} = 0,88$ в соответствии с установленным расчетным значением для данного генератора.

Поэтому, для достоверности расчета ожидаемых частот и размаха колебаний давления жидкости в подкоренном выражении $\sqrt{1 - P_n / P_n}$ вместо единицы принимается значение 0,88. Тогда уравнения по определению частоты, длины кавитационной полости и модифицированного числа Струхала приобретают вид

$$f = \frac{v_{с.кр} \cdot \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}}{r_{кр} \sqrt{\mu}} \cdot (1 - \sqrt{0,88 - \tau}) \quad (12)$$

$$l_k = \frac{r_{кр}}{\operatorname{tg} \frac{\beta}{2}} \cdot \left(\sqrt{\frac{\mu}{1 - \sqrt{0,88 - \tau}}} - 1 \right) \quad (13)$$

$$Sh_M = \sqrt{1 - \sqrt{0,88 - \tau}} - \frac{1}{\sqrt{\mu}} (1 - \sqrt{0,88 - \tau}) \quad (14)$$

5. Результаты расчета зависимостей размаха и частоты колебаний давления от параметра кавитации и их сопоставление с экспериментальными данными

Теоретическое определение размаха кавитационных колебаний давления и их частоты от параметра кавитации выполнялось по уточненной модели динамики кавитационного течения в генераторе

с использованием, установленных в этой работе, зависимостей (12÷14).

Теоретические расчеты получены при значении угла расширения струи $\alpha = 1,35^\circ$, скорости звука в жидкости $c = 1100$ м/с, коэффициента расхода жидкости $\mu = 0,95$ и давления насыщенных паров $P_k = 0,0024$ МПа.

На рисунке 4 представлены совмещенные экспериментальные и теоретические зависимости размаха кавитационных колебаний на выходе кавитационного генератора ΔP_1 от параметра кавитации τ , полученные путем расчетов по формуле (3) с учетом уточненных выражений по определению длины кавитационной полости (13) и модифицированного числа Струхала (14).

Значения давлений питания и расходов при этом составляли $P_n = 5, 10, 20$ и 30 МПа и $Q = 27, 39$ и 55 и 68 л/мин соответственно.

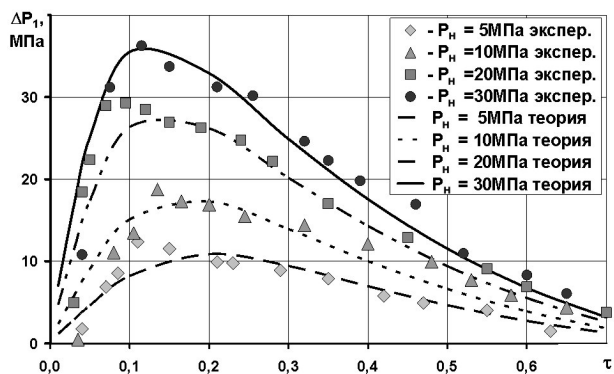


Рис. 4. Теоретические и экспериментальные зависимости размаха ΔP_1 от параметра кавитации τ при давлениях нагнетания $P_n = 5, 10, 20$ и 30 МПа

Расположение экспериментальных точек относительно теоретических зависимостей размаха колебаний на выходе генератора ΔP_1 от параметра кавитации τ показывает удовлетворительную их сходимость в рассматриваемых диапазонах давлений нагнетания P_n . Относительная погрешность приведенных результатов не превышает 15%.

В рассматриваемом диапазоне изменения параметра кавитации в проточной части генератора реализуется режим периодически срывного кавитационного течения, и возникают колебания давления жидкости P_1 , которые обусловлены схлопыванием кавитационных каверн. При фиксированном значении параметра кавитации τ увеличение давления на входе в экспериментальный образец кавитационного генератора P_n приводит к росту величины размаха колебаний давления ΔP_1 .

Зависимости $\Delta P_1 = f(\tau)$ для разных значений давления P_n имеют максимум в диапазоне значений параметра кавитации $\tau \approx 0,9 \dots 0,2$. При увеличении

давления нагнетания P_n максимум ΔP_1 смещается в сторону меньших значений параметра кавитации τ (следовательно и значений давления подпора P_n). Максимальное значение размаха ΔP_1 колебательной величины давления приблизительно в 1,2 – 2,5 раза превышает давление на входе в генератор P_n . При этом с увеличением давления нагнетания P_n отношение $\Delta P_1 / P_n$ уменьшается. Так, при $P_n = 5$ МПа $\Delta P_1 / P_n \approx 2,5$, а при $P_n = 30$ МПа $\Delta P_1 / P_n \approx 1,2$.

Теоретические зависимости частоты f колебаний давления жидкости от параметра кавитации τ , полученные путем расчетов по формуле (12), удовлетворительно согласуются с аналогичными экспериментальными зависимостями при различных давлениях нагнетания P_n (см. рис.5). Относительная погрешность не превышает 8%.

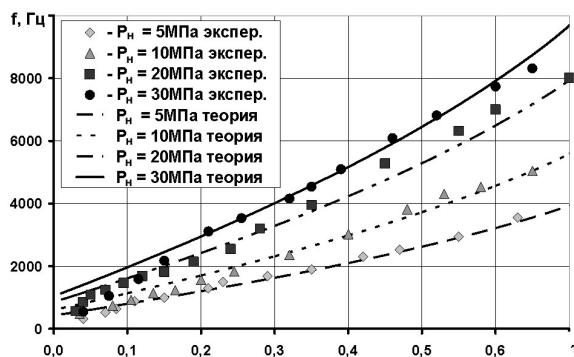


Рис. 5. Теоретические и экспериментальные зависимости частоты f от P_1 от параметра кавитации τ при давлениях нагнетания $P_n = 5, 10, 20$ и 30 МПа

Из представленного рисунка видно, что при фиксированном значении параметра кавитации τ увеличение давления на входе в экспериментальный образец генератора P_n приводит к росту частоты f . Так при значении $\tau = 0,4$ с ростом давления нагнетания от 5 до 30 МПа частота колебаний увеличивается примерно с 2000 до 5100 Гц.

Полученные результаты имеют важное практическое значение, поскольку до настоящего времени теоретическая оценка уровня гидроимпульсного воздействия генератора (размаха колебаний) при определенном давлении подпора в технологическом трубопроводе промышленной установки отсутствовала. Это не позволяло на стадии проектирования установить рациональный режим импульсного воздействия устройства и требовало дополнительных экспериментальных исследований.

Заключение

По результатам проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

– установлено и экспериментально подтверждено, что максимальное значение параметра кавитации τ , при котором прекращается режим периодически срывного кавитационного течения жидкости в генераторе, равно 0,88;

– выполнено уточнение линейной математической модели генератора колебаний давления жидкости [4]. Это позволило получить количественное согласование экспериментальных и теоретических зависимостей размаха ΔP_1 и частоты f колебаний от параметра кавитации τ во всем исследуемом диапазоне его изменения;

– полученные результаты имеют важное практическое значение. До настоящего времени теоретическая оценка уровня гидроимпульсного воздействия генератора (размаха колебаний) при определенном давлении подпора в технологическом трубопроводе промышленной установки отсутствовала. Это не позволяло на стадии проектирования установить рациональный режим импульсного воздействия устройства и требовало дополнительных экспериментальных исследований.

Литература

1. Pilipenko, V. V. *Cavitation self-oscillations intensify technological processes [Text] / V. Pilipenko, I. K. Man'ko, V. A. Zadontsev // Proceedings of a Fluid Dynamics Panel Workshop. – К. : Ukraine. Report 827, 1998. – P. 32-1–32-4.*
2. *Кавитация как средство интенсификации технологических процессов. Опыт применения и перспективы (Обзор) [Текст] / Ю. А. Жулай, В. Ю. Скосарь // Авиационно-космическая техника и технология. – 2013. – № 8(105). – С. 7–15.*
3. А.с. 504444 СССР, МКИ В 06 В 1/18. *Генератор колебаний давления воды [Текст] / В. В. Пилипенко, В. А. Задонцев, И. К. Манько, Н. И. Довгоцько, В. А. Дрозд (СССР). – № 1782997 ; заявл. 06.05.72 ; опубл. 05.02.76, Бюл. № 9.*
4. Пилипенко, В. В. *Кавитационные автоколебания: монография [Текст] / В. В. Пилипенко. – К. : Наук. думка, 1989. – 316 с.*
5. Анжеловский, А. А. *Определение гидродинамических параметров устройства для импульсного рыхления угольных пластов [Текст] / А. А. Анжеловский // Геотехническая механика : Межвед. сб. науч. тр. / ИГТМ НАН Украины. – Днепропетровск, 2012. – Вып. 98. – С. 114-119.*

Поступила в редакцию 23.05.2014, рассмотрена на редколлегии 12.06.2014

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф., зав. каф. технической механики А. А. Приходько, Днепропетровский национальный университет, Украина.

УТОЧНЕННЯ ЛІНІЙНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ КАВІТАЦІЙНОГО ГЕНЕРАТОРА КОЛИВАНЬ ТИСКУ РІДИНИ

Ю. О. Жулай

У роботі теоретично обґрунтовано й експериментально підтверджено граничні умови виникнення й припинення періодично зривної кавітаційної течії рідини в генераторі коливань тиску рідини. Це дозволило виконати уточнення відомої лінійної математичної моделі, що описує кавітаційні коливання, генеровані періодично зривною кавітацією в генераторі. Результати розрахунків по уточненій математичній моделі дозволили погодити теоретичні залежності розмаху й частоти коливань рідини від параметра кавітації з експериментальними даними.

Ключові слова: енергоефективні технології, генератор коливання тиску рідини, граничні умови, лінійна математична модель, параметр кавітації, розмах і частота коливань.

REFINEMENT OF LINEAR MATHEMATICAL MODEL OF CAVITATION GENERATOR OF FLUID PRESSURE OSCILLATION

Yu. A. Zhulay

In the work the boundary conditions of onset and termination of periodically stalling cavitations mode of fluid flow in fluid pressure oscillations generator were theoretically proved and experimentally confirmed. This enabled to refine the known linear mathematical model describing cavitations oscillations, generated by periodically stalling cavitations in generator. The calculation data based on the refined specified mathematical model allowed reconciliation of theoretical dependencies of amplitude and frequency of fluid oscillations on cavitations parameter with experimental data.

Key words: energy-efficient technologies, fluid pressure oscillations generator, boundary conditions, linear mathematical model, cavitations parameter, amplitude and frequency of oscillations.

Жулай Юрий Алексеевич – канд. техн. наук, ст. науч. сотр., вед. науч. сотр., Институт транспортных систем и технологий НАНУ, Днепропетровск, Украина, e-mail: zhulay@westa-inter.com.