

УДК 629.7.036.34

**А. И. ЕРМАКОВ, А. В. УРЛАПКИН***Самарский государственный аэрокосмический университет им. акад. С. П. Королёва (национальный исследовательский университет), Россия*

## **АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ВЕЛИЧИНЫ СВЯЗАННОСТИ КОЛЕБАНИЙ ЛОПАТОК НА ИСКАЖЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ФОРМ РАБОЧИХ КОЛЁС, ОТКЛОНЯЮЩИХСЯ ОТ СТРОГОЙ СИММЕТРИИ**

*Лопатки рабочего колеса из-за технологических допусков на изготовление, отличия в свойствах материала и других факторов могут существенно отличаться друг от друга по динамическим свойствам. Это вызывает появление ряда особенностей в динамике рабочего колеса, и также приводит к значительному расхождению реальных и расчётных значений собственных и резонансных частот колебаний, что затрудняет принятие решений по оптимизации конструкций на этапе доводки. В работе показано, что на искажение собственных форм рабочего колеса с отклонением от строгой симметрии значительное влияние оказывает величина связанности колебаний лопаток. Приведены результаты расчёта собственных форм для модельного рабочего колеса. Показано, что при искажении форм нарушается их ортогональность возбуждающим гармоникам, и возбуждение колебаний по каждой из форм происходит несколькими гармониками одновременно.*

**Ключевые слова:** рабочее колесо, спектр, собственная форма, расстройка, преобразования Фурье, метод конечных элементов, резонанс, возбуждающая гармоника, связанность колебаний.

### **Введение**

Реальные конструкции всегда отклоняются от строгой симметрии в большей или меньшей степени; нарушение строгой симметрии вызывается ограничениями по точности формообразования, погрешностями при сборке элементов конструкции рабочих колёс, а также неоднородностью свойств материалов, из которых они изготовлены. Помимо этого нарушению симметрии могут способствовать условия работы: неравномерность окружного поля температур конструкции, окружная неравномерность деформации её и др. Отклонение от симметрии сопровождается нарушением общих свойств спектров собственных колебаний, что способно приводить к существенным изменениям в их динамическом поведении [1]. При испытании двигателей тензометрированию подвергают только ограниченную выборку лопаток на рабочем колесе, что связано, в первую очередь, с трудностью установки датчиков и выводу токосъёмников. Очевидно, что результаты такого испытания будут достаточно верны только для симметричных конструкций; в конструкциях же с нарушением симметрии ограниченность выборки может привести к пропуску элемента, в котором возникают максимальные динамические напряжения. Этот факт заставляет при проектировании назначать повышенные значения коэффициентов запаса, чтобы минимизировать риск от недостаточной достоверности испытания; это может

привести к утяжелению конструкции, снижению её рабочих характеристик и в итоге к снижению конкурентоспособности изделий, что в условиях современного производства является крайне нежелательным.

В связи с этим разработка методов, позволяющих уже на этапе проектирования оценить величину разброса динамических напряжений при заданной степени расстройки, является важной задачей. Исследование процессов, происходящих в конструкциях с нарушениями симметрии, является важным этапом при разработке таких методов, поэтому данная статья посвящена анализу закономерностей, возникающих в таких конструкциях.

### **1. Теоретические основы**

Из-за отклонения от строгой поворотной симметрии гармонический закон распределения смещений при колебаниях по любой из собственных форм всегда искажён. Степень искажения зависит не только от того, насколько сильно нарушена поворотная симметрия, но и от величины связанности колебаний лопаток – чем она меньше, тем больше искажение собственных форм. Под связанностью колебаний здесь понимается способность рабочего колеса передавать механическую энергию от лопатки с максимальной амплитудой ко всем остальным лопаткам венца. Количественно величину связанности можно оценить с помощью коэффициента

$\chi_m$ , определяемого по формуле [2]:

$$\chi_m = \lambda_0 \frac{\sum_{j=0}^{S-1} q_{\Sigma j} - 1}{S - \lambda_0}, \quad (1)$$

где  $\chi_m$  - коэффициент связанности колебаний лопаток;

$\lambda_0 = 1$ , если колебания проходят по форме с  $m = 0$  или  $m = S/2$ ,

и  $\lambda_0 = 2$  в остальных случаях;

$$q_{\Sigma j} = \frac{q_{\Sigma j}}{q_{\max}};$$

$q_{\max}$  - максимальное пространственное смещение в лопаточном венце при колебаниях колеса по рассматриваемой форме;

$q_{\Sigma j}$  - амплитудное пространственное смещение  $j$ -ой лопатки в точке, являющейся сходственной к точке, в которой имеет место смещение  $q_{\max}$ .

Проведённые расчётные исследования показали, что для любой конструкции рабочего колеса уменьшение связанности колебаний качественно приводит к одному и тому же процессу искажения собственных форм, что будет показано ниже.

## 2. Разработка математической модели

Расчёт производился с использованием программного комплекса ANSYS Mechanical на модельном рабочем колесе, представляющем собой диск постоянной толщины с выполненными с ним заодно 16-ю лопатками (рис. 1). Величина связанности колебаний изменялась за счёт изменения толщины полотна диска  $h$ .

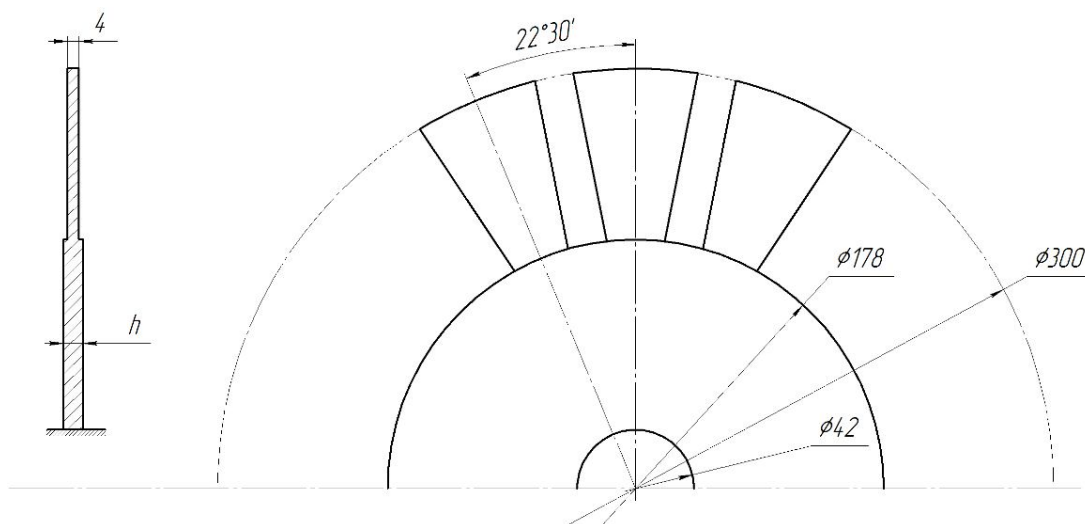


Рис. 1. Конструкция модельного рабочего колеса

Разброс динамических свойств лопаток получен с помощью задания для каждой из лопаток различной величины модуля упругости. Величины парциальных собственных частот лопаток приведены в табл. 1.

Таблица 1

Парциальные собственные частоты лопаток

Номер лопатки	Частота, Гц	Номер лопатки	Частота, Гц
1	675	9	684
2	670	10	675
3	684	11	670
4	663	12	679
5	676	13	686
6	688	14	687
7	687	15	684
8	684	16	673

Для создания модели в ANSYS использован 8-узловой конечный элемент Solid 185 с подключённой опцией внеузловых степеней свободы, что значительно снижает влияние объёма сетки на результаты. Полученная модель (рис. 2) включает в себя 49600 узлов и 40320 элементов. Результаты расчётов приведены ниже.

## 3. Анализ результатов исследования

Проведённый расчёт показал, что в процессе искажения собственных форм можно выделить два характерных этапа: на первом происходит нарастание искажения формы, что проявляется в относительном уменьшении амплитуд колебаний большинства лопаток. При этом максимальная амплитуда может переходить от одной лопатки к другой. Этап заканчивается, когда форма принимает ярко выраженный локализованный вид, который характеризуется тем, что в колебаниях участвует

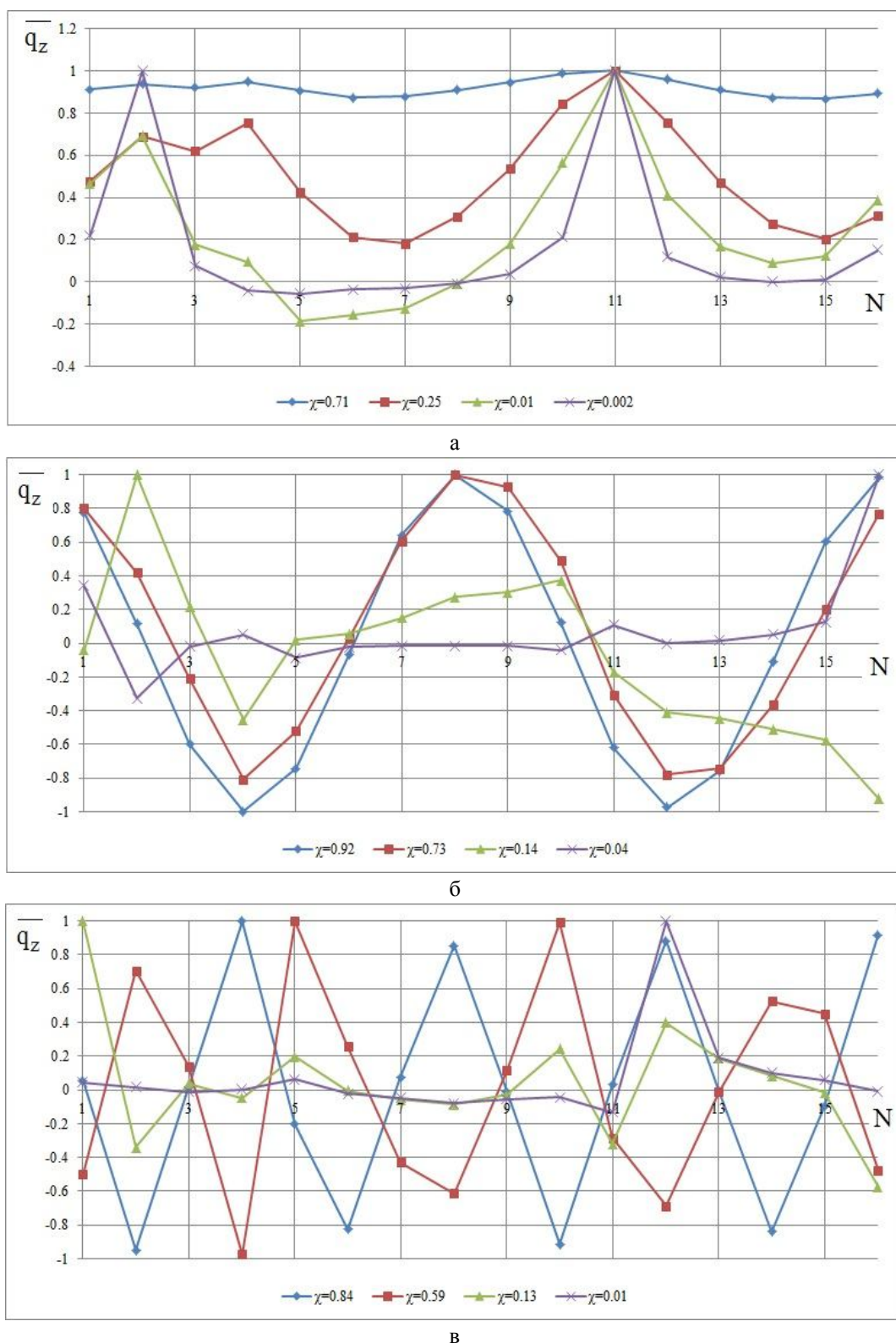


Рис. 2. Искажение собственных форм модельного рабочего колеса:

а –  $m=0$ ; б –  $m=2$ ; в –  $m=4$ 

небольшое число лопаток, а основная их масса имеет незначительные смещения. Среди активно колеблющихся лопаток одна имеет всегда значительно большую амплитуду. На втором этапе процесс локализации усиливается, колебания начинают стягиваться к одной лопатке и в конечном итоге

превращаются в её одиночные смещения. Здесь максимальная амплитуда сохраняется у одной и той же лопатки. Следует отметить, что такие локализованные формы бессмысленно характеризовать числом волн деформаций. Отмеченные закономерности показаны на рис. 2.

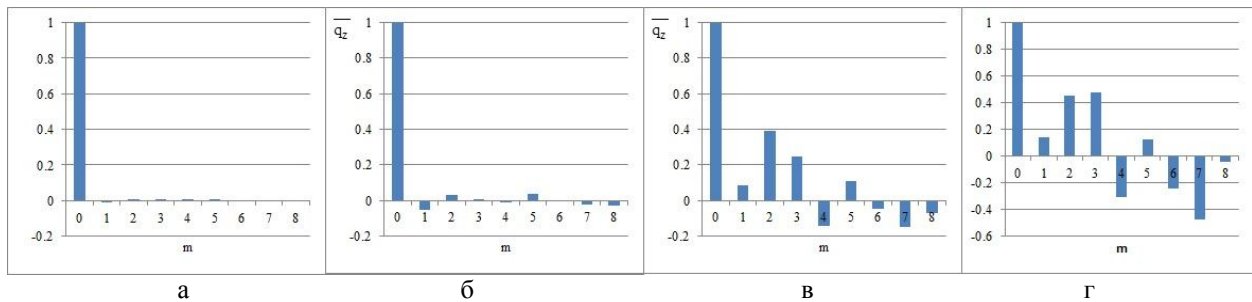


Рис. 3. Изменение гармонического состава формы  $m=0$  при утолщении диска:  
 а –  $h=7$  мм; б –  $h=14$  мм; в –  $h=24$  мм; г –  $h=38$  мм

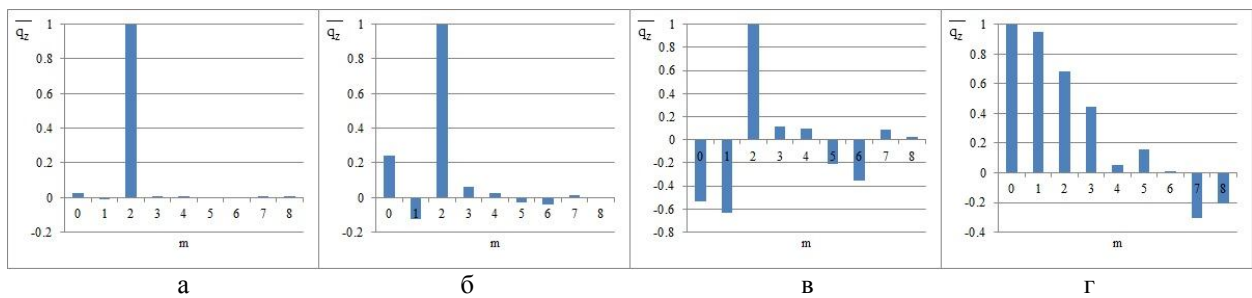


Рис. 4. Изменение гармонического состава формы  $m=2$  при утолщении диска:  
 а –  $h=7$  мм; б –  $h=14$  мм; в –  $h=24$  мм; г –  $h=38$  мм

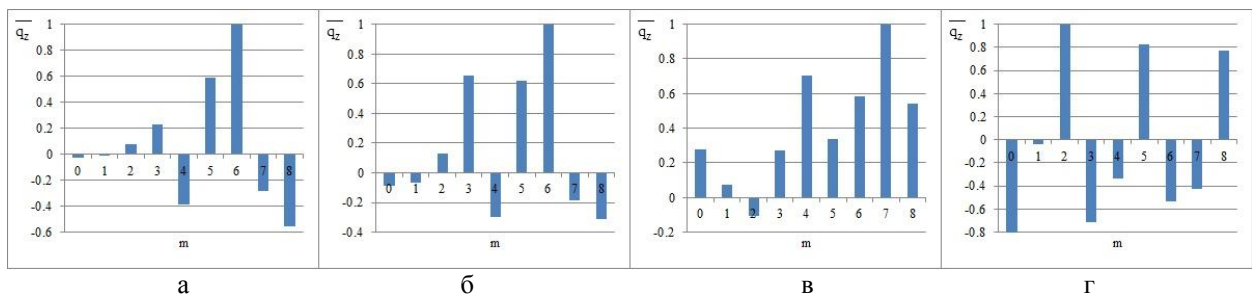


Рис. 5. Изменение гармонического состава формы  $m=4$  при утолщении диска:  
 а –  $h=7$  мм; б –  $h=14$  мм; в –  $h=24$  мм; г –  $h=38$  мм

Наиболее ярко описанные закономерности видны для формы с  $m=0$ , где наиболее сильно сказывается влияние связанности. Полученные распределения смещений далее были разложены в ряд Фурье для определения гармонического состава форм. Разложение представлено на рис. 3-5.

Из рисунков хорошо видно, что при уменьшении связанности колебаний локализованные формы в разложенном виде в качестве составляющих содержат все разрешённые порядком симметрии гармоники.

### Заключение

Полученные данные показывают, что формы колебаний при слабой связанности утрачивают вид гармонического распределения смещений, а также нарушается ортогональность форм к возбуждающим гармоникам. Таким образом, каждая из локализо-

ванных форм может быть возбуждена любой из возмущающих гармоник с  $m = 0 \dots \frac{S}{2}$ . Результирующее колебание в данном случае будет представлять суперпозицию колебаний по всем возбуждённым формам, и будет характеризоваться существенным разбросом амплитуд резонансных напряжений. Результаты исследования будут учитываться при разработке алгоритма определения разброса.

### Литература

1. Иванов, В. П. Колебания рабочих колёс турбомашин [Текст] / В. П. Иванов. – М.: Машиностроение, 1983. – 224 с.
2. Ермаков, А. И. Методы и модели расчёта динамических характеристик рабочих колёс ГТД [Текст] : дисс. ... д-ра техн. наук : 05.07.05 ;

защита 22.08.96 ; утв. 08.10.96 / Ермаков Александр Иванович. – Самара, 1996. – 385 с.

3. Tobias, S. A. *The influence of dynamical imperfection on the vibration of rotating disks [Text]* / S. A. Tobias, R. N. Arnold // *Proceedings of the Institution of the mechanical engineers.* – 1957. – 30 p.

4. Choi, Y. S. *Analysis of Structural Mistuning Effects on Bladed Disc Vibrations Including*

*Aerodynamic Damping [Text]* / Y. S. Choi, D. A. Gottfried, S. Fleeter // *International Compressor Engineering Conference.* – 2004. – Paper 1627. – 8 p.

5. Feiner, D. M. *A fundamental model of mistuning for a single family of modes [Text]* / D. M. Feiner, J. H. Griffin // *ASME Journal of turbomachinery.* – 2002. – Vol. 124. – P. 597-605.

Поступила в редакцию 30.05.2014, рассмотрена на редколлегии 14.06.2014

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., проф кафедры производства двигателей летательных аппаратов Н. Д. Пронищев, Самарский государственный аэрокосмический университет им. акад. С. П. Королёва (национальный исследовательский университет), Россия

### АНАЛІЗ ВПЛИВУ ВЕЛИЧИННИ ЗВ'ЯЗАНІСТІ КОЛИВАНЬ ЛОПАТОК НА РОЗЛАД ВЛАСНИХ ФОРМ КОЛИВАНЬ РОБОЧИХ КОЛЕС, ЯКІ ВІДХИЛЯЮТЬСЯ ВІД СТРОГОЇ СИМЕТРІЇ

*О. І. Єрмаков, О. В. Урлапкін*

Лопатки робочого колеса через технологічні допуски на виготовлення, відмінності у властивостях матеріалу та інших факторів можуть істотно відрізнитися одне від одного за динамічними властивостями. Це викликає появу ряду особливостей в динаміці робочого колеса, і також призводить до значної розбіжності реальних і розрахункових значень власних і резонансних частот коливань, що ускладнює прийняття рішень з оптимізації конструкцій на етапі доведення. У роботі показано, що на спотворення власних форм робочого колеса з відхиленням від строгої симетрії значний вплив робить величина пов'язаності коливань лопаток. Наведено результати розрахунку власних форм для модельного робочого колеса. Показано, що при спотворенні форм порушуються їх ортогональність збудливим гармонікам, і збудження коливань по кожній з форм відбувається кількома гармоніками одночасно.

**Ключові слова:** робоче колесо, спектр, власна форма, розлад, перетворення Фур'є, метод кінцевих елементів, резонанс, збудлива гармоніка, зв'язаність коливання.

### RESEARCH OF INFLUENCE OF VIBRATION CONNECTEDNESS OF BLADES TO EIGENMODE OF MISTUNED BLADE DISK

*A. I. Ermakov, A. V. Uralapkin*

The bladed disks due to the technological manufacturing tolerances, differences in material properties and other factors can vary significantly from each other in dynamic properties. This causes a number of features in the dynamics of the bladed disks, and also leads to a substantial discrepancy between the actual and calculated values of eigenvalues and resonant frequency, making it difficult to optimize the decision-making structures at the stage of finishing. It is shown that the distortion of the natural forms of the bladed disks with a mistuning is significantly affected by the value of connectedness blade oscillation. It present results of calculation of eigenmodes for the model disk. It is shown that the distortion of the forms violated their orthogonality exciting harmonics and vibrational excitation in each of the forms occurs several harmonics simultaneously.

**Key words:** bladed disk, spectrum, eigenmode, mistuning, Fourier transform, finite element method, resonance, exciting harmonic, oscillation coupling.

**Єрмаков Александр Иванович** – д-р техн. наук, профессор, декан факультета «Двигатели летательных аппаратов», Самарский государственный аэрокосмический университет им. акад. С. П. Королёва (национальный исследовательский университет), Самара, Россия, e-mail: fdla@ssau.ru.

**Урлапкин Александр Викторович** – инженер отраслевой научно-исследовательской лаборатории № 1 «Вибрационная прочность и надёжность авиационных изделий», Самарский государственный аэрокосмический университет им. акад. С. П. Королёва (национальный исследовательский университет), Самара, Россия, e-mail: urlapkin@gmail.com.