УДК 629.735.45:621.833(031)

В. Н. ЖУРАВЛЁВ[1], С. А. ПАПЧЁНКОВ[2], С. А. БОРЗОВ[1]

[1] ***ГП «Ивченко-Прогресс»,***
[2] ***ОАО "Мотор Сич", Запорожье, Украина***

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРА ЧАСТОТЫ ДИСКРЕТИЗАЦИИ СИГНАЛОВ ВИБРАЦИЙ НА ТОЧНОСТЬ ОЦЕНКИ СПЕКТРОВ РОТОРНЫХ ДЕТАЛЕЙ ГТД

Проведен анализ параметров метода спектральной обработки сигналов датчиков вибраций роторных деталей газотурбинных двигателей. Теоретически обоснована и экспериментально подтверждена точность метода расчета частоты дискретизации, основанная на критерии максимальной дисперсии и интервальной вероятности аппроксимации автокорреляционной функции сигнала на интервале корреляции. Предложенные математические модели критерия оптимизации частоты дискретизации квазистохастического сигнала вибраций роторных деталей ГТД в первом приближении адекватны физическим процессам пересопряжения зубъев колёс редуктора и позволяют статистически определить точность методов цифровой обработки.

Ключевые слова: *газотурбинные двигатели, вибродиагностика, зубчатые передачи, частота дискретизации.*

Введение. Постановка задачи

Основными метрологическими свойствами систем диагностирования ресурса являются точность и достоверность параметров. В связи с тем, что сигнал вибраций роторных деталей газотурбинных двигателей (ГТД) в общем случае представляет собой квазистохастический процесс [1], определение оптимальной частоты дискретизации и эффективного окна анализа спектральной плотности мощности в цифровых системах обработки является сложной научно технической задачей, нерешенной до настоящего времени [2].

Началом формирования теоретических основ определения частот опроса аналоговых сигналов датчиков технических систем обычно считают работы В.А. Котельникова [3] и К. Шеннона. Анализ их практического применения показывает, что эффект от существующих теоретических предпосылок проявляется только при обработке сигналов систем передачи информации с кварцевой стабилизацией несущих частот, обеспечивающих свойство стационарности исследуемых сигналов. В связи с этим, до настоящего времени частота дискретизации в квазистохастических системах определялась приближенно, на основании опыта специалистов или, в лучшем случае, экспериментально. Этот факт приводит на практике к неправомерному применению теоремы отсчетов и некорректным ее интерпретациям при цифровой обработке сигналов.

Точность цифровой обработки сигнала на интервале информационного анализа можно повысить путем выбора оптимальной, для конкретного класса технических систем, частоты дискретизации. В настоящей работе представлены результаты исследований поставленной задачи для сигналов вибраций роторных деталей ГТД. В качестве критерия оптимизации предлагается принять максимально допустимое значение параметра дисперсии математического ожидания точечной интервальной оценки значения сигнала, восстановленного после дискретизации. Статистические параметры точности обработки анализируются на интервале корреляции автокорреляционной функции исходного сигнала.

Основная часть

В настоящее время основным методом цифровой обработки сигналов роторных деталей ГТД является алгоритм вычисления спектральной плотности мощности или амплитудного спектра методами дискретного либо быстрого преобразования Фурье. Значения параметров усредняются на временном интервале окна анализа Ta квазистохастического динамического состояния деталей. Выбор частоты дискретизации обычно базируется на частотном критерии Котельникова без учёта того, что он обоснован [3] только для идеальных финитных по спектру и бесконечных во времени континуальных сигналов.

Теоретические предпосылки. Пусть задан сегмент континуального сигнала $s(t)$, который на интервале времени анализа $Ta, (t \in Ta)$ содержит анализируемый информационный сигнал с определённой верхней граничной частотой ω_h.

Так как исследуемый сигнал $s(t)$ представляет собой стохастический случайный процесс с бесконечным (в пределе) количеством реализаций, то, согласно центральной предельной теореме теории вероятностей в формулировке Ляпунова, плотность его вероятности $w[s(t)]$ подчиняется нормальному закону распределения [4]:

$$w[s(t)] = \frac{1}{D\sqrt{2\pi}} \exp\{-\frac{[s(t)-M]^2}{2D}\},$$

где $M = M[s(t)] = \int_0^n s(t) w[s(t)] ds$ – математическое ожидание сигнала $s(t)$,

$D = D[s(t)] = \int_0^n \{s(t) - M[s(t)]\}^2 w[s(t)] ds$ – его дисперсия. Математическое ожидание M и дисперсия D характеризуют изменение сигнала в отдельные моменты времени t и не затрагивают связей сигнала в различные моменты времени интервала Ta. Эти связи можно определить, определив автокорреляционную функцию (АКФ):

$$Rss(\tau) = \int_0^t s(t)s(t-\tau)d\tau,$$

где τ – временной сдвиг расчета интеграла свертки.

Стационарными, в широком смысле (по А.Я. Хинчину) [5], понимаются такие случайные процессы, у которых математическое ожидание и дисперсия не зависят от времени t, а АКФ зависит только от времени τ:

$$M[s(t)] = M(s), D[(s(t)] = D(s), Rss(\tau) = Rss(t+\tau),$$

где s любое значение сигнала $s(t)$ на интервале времени Ta. Для стационарного процесса всегда имеется значение $\tau = \tau_0$ такое, что при $\tau > \tau_0$ значения сигналов $s(t)$ и $s(t, t+\tau_0)$ становятся независимыми, при этом абсолютная величина АКФ должна быть меньше заданной величины μ: $|Rss(\tau, \tau = \tau_0)| < \mu$. Значение τ_0, называемое интервалом корреляции, связано с верхней граничной частотой информационного сигнала и определяется: $\tau_0 = \frac{\pi}{\omega_в}$. Исходя из вышеизложенного, можно сделать вывод о том, что анализируемый сигнал $s(t)$ можно считать стационарным на интервале корреляции τ_0.

Известно преобразование Хинчина – Винера, в соответствии с которым, спектральную плотность мощности (СПМ) $S(\omega)$ стационарного (в широком смысле) случайного сигнала $s(t)$ можно представить как преобразование Фурье его АКФ: $S(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\tau_0} Rss(t, \tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$. Таким образом, СПМ стохастического сигнала $s(t)$ строго определяется только на временном интервале его стационарности τ_0.

Для эффективной цифровой обработки необходимо определить интервал времени τ_0, на котором сигнал $s(t)$ обладает свойствами стационарности и эргодичности. На таком интервале возможна строгая оценка параметров сигнала одной выборкой $s(\tau_0)$ и данный интервал можно считать оптимальным, для определения минимальной частоты дискретизации Fs сигнала $s(t)$. На данном интервале возможна оценка статистических параметров погрешности определения математического ожидания значений анализируемого сигнала.

Анализ существующих критериев выбора частоты дискретизации

Частотный критерий Котельникова. Фундаментальное значение теоремы В.А. Котельникова состоит в том, что она доказывает возможность восстановления сигнала $s^k(t)$ по его отсчетам, взятым через интервал $\Delta ts^k <= \pi / \omega_h$. На модель континуального сигнала по Котельникову $s^k(t)$ теоремой накладываются следующие основные требования: он должен быть бесконечен во времени и обладать финитным спектром. Данным требованиям анализируемые сигналы не удовлетворяют [1]. Однако применение данного критерия подтверждает его работоспособность с определенными погрешностями при неудачном выборе интервала дискретизации Δts^k.

Модель сигнала по Котельникову $s^k(t)$ соответствует требованиям стационарности и эргодичности на интервале Δts^k. Требование финитности спектра в теореме Котельникова удовлетворяет требованиям стационарности, а требование бесконечности сигнала во времени требованиям эргодичности, с последующим усреднением параметров выборки отсчетов по ансамблю реализаций $s^k(t)$, при условии несовпадения частот спектральных составляющих с субгармониками частоты дискретизации $Fs^k = 1/\Delta ts^k$.

Корреляционный критерий Железнова. Модель континуального сигнала $s^{sh}(t)$ по Н.А. Железнову [6] должна удовлетворять следующим требованиям: сигнал, взятый на конечной длительности Ta, представляет собой недетерминированный стационарный либо квазистационарный процесс, спектр сигнала сплошной и отличен от нуля на всей оси существования частот, интервал корреляции сигнала $\tau_0 << Ta$, АКФ $Rss(\tau) = 0$ вне интервала τ_0, мгновенная мощность сигнала ограничена. Железновым было доказано, что сигнал $s^{sh}(t)$ можно восстановить со сколь угодно малой ошибкой, если брать его отсчеты через интервалы времени $\Delta ts^{sh} <= \tau_0$. Из теоремы следует, что квазистационарный сигнал $s^{sh}(t)$ на интервале $\Delta ts^{sh} <= \tau_0$ можно считать стационарным и, дополнительно, эргодическим. Требование сплошного спектра удовлетворяет условия стационарности, а требование равенства АКФ нулю вне интервала $\tau_0 << Ta$ удовлетворяет условия эргодичности. Если принять во внимание выражение для определения частоты дискретизации по В.А. Котельникову, то определение минимальной частоты дискретизации по Н.А. Железнову $fs^{sh} = 1/\Delta ts^{sh} <= \tau_0$ соответствует теореме Котельникова.

Спектры анализируемых сигналов $s(t)$, в основном, состоят из нескольких частотных областей, поэтому они не удовлетворяют второму требованию теоремы Железнова. Требование $\tau_0 << Ta$ расплывчато, однако, если в качестве интервала идентификации Ta принимается значение интервала, кратного периоду фундаментальной частоты исследуемой детали, то для сигналов на интервалах времени смены режимов двигателя, данное требование теоремы Железнова не выполняется.

Анализ максимально допустимой дисперсии на интервале корреляции АКФ

Рассмотрим следующую математическую модель определения минимальной частоты дискретизации квазистохастического сигнала. Предположим, что идентифицируемый сегмент стохастического сигнала $s(t)$ стационарен на интервале корреляции τ_0 его АКФ. Проведем его дискретизацию с частотой Fs на n эквидистантных тактовых интервалах времени $\Delta ts = 1/Fs$. В результате получим сигнал $s^*(\Delta ts)$, который с некоторой точностью отображает исходный сигнал $s(t)$. Потребуем, чтобы сигнал $s^*(\Delta ts)$ на тактовом интервале Δts обладал свойством эргодичности. Таким образом, на интервале корреляции τ_0 можно определить оценку математического ожидания $M[s^*(\tau_0)]$, которая будет случайной величиной и будет являться приближенным значением вероятностной характеристики математического ожидания $M[s(t)]$ сигнала $s(t)$. Погрешность приближения, равная:

$$\Delta M = M[s^*(\tau_0)] - M[s(t)], \quad (1)$$

также будет случайной величиной. Потребуем, чтобы оценка ΔM (1) была несмещенной $M(\Delta M) = 0$, состоятельной $\lim\limits_{N\to\infty} = D(\Delta M) = 0$ и эффективной.

Вследствие случайного характера погрешности ΔM для конкретизации точности приближенного равенства $M[s^*(\Delta ts)] \approx M[s(t)]$ необходимо задать доверительную вероятность P_d того, что абсолютное значение погрешности $|\Delta M|$ не превысит некоторого предела ошибки ε:

$$P_d = P(|\Delta M| \le \varepsilon), \quad (2)$$

Вероятность ΔP_d симметричных доверительных границ $\Delta M \pm \varepsilon$ зададим:

$$\Delta P_d = (1 - P_d)/2. \quad (3)$$

Исходя из определения центральной предельной теоремы теории вероятностей по Лапласу для сигналов $s(t)$, распределенных по нормальному закону, выражение (2) будет иметь вид:

$$P_d \approx \Phi\left[\frac{\varepsilon}{\sigma(\Delta M)}\right] - \Phi\left[\frac{-\varepsilon}{\sigma(\Delta M)}\right] = 2\Phi\left[\frac{\varepsilon}{\sigma(\Delta M)}\right] = 2\Phi(z), \quad (4)$$

где $\Phi(z)$ – функция Лапласа для интервальной вероятности P_d, $\sigma(\Delta M)$ – задаваемая максимальная допустимая оценка среднеквадратического отклонения математического ожидания ΔM:

$$\sigma(\Delta M) = \frac{1}{\sqrt{N-1}} \sigma\{M[s^*(\Delta ts)]\}. \quad (5)$$

Полагая $z = \varepsilon/\sigma(\Delta M)$, получим:

$$\frac{\varepsilon\sqrt{N-1}}{\sigma\{M[(s^*(\Delta ts)]\}} = \Phi^{-1}(P_d/2), \quad (6)$$

где Φ^{-1} – обратная функция Лапласа.

После преобразований выражения (6) для симметричных доверительных интервалов получим минимальное количество эквидистантных эргодических интервалов n на интервале корреляции τ_0:

$$\sqrt{n_{\min} - 1} \ge \frac{\Phi^{-1}(P_d/2)\sigma\{M[s^*(\Delta ts)]\}}{\varepsilon}, \quad (7)$$

Введем обозначение:

$$\xi(\varepsilon, \sigma, P_d) = \left[\frac{\Phi^{-1}(P_d)\sigma\{M[s^*(\Delta ts)]\}}{\varepsilon}\right]^2 + 1. \quad (8)$$

С учётом (1 – 8) частота дискретизации fs, оптимизированная по критерию максимальной ошибки ε (2), максимального среднеквадратического отклонения σ (5) и интервальной вероятности P_d (4) восстановления сигнала $s(t)$ аппроксимирующим сигналом $s^*(\Delta ts)$ определится выражением:

$$Fs \geq \frac{\pi\xi(\varepsilon, \sigma, P_d)}{\tau_0}. \qquad (9)$$

Таким образом, проведя анализ АКФ сегмента идентифицируемого сигнала $s(t)$ на интервале Ta, можно определить значение интервала корреляции τ_0, далее, задавая значение максимальной ошибки ε (2), максимального среднеквадратического отклонения σ (5) и доверительной вероятности P_d определения сигнала $s(t)$ аппроксимирующим сигналом $s^*(\Delta ts)$ в интервале доверительных вероятностей ΔP_d, в соответствии с (3), определяем минимальное значение частоты дискретизации Fs (9).

Результаты экспериментальных исследований

Расчеты параметров, построение графиков и таблиц выполнялись в программной среде MatLab 7.11. В процессе стендовых испытаний был записан сигнал (интервал времени 10с, частота дискретизации $Fs = 192000Hz$) штатного датчика вертикальных вибраций сателлитов главного редуктора двигателя Д27 после 120с режима «Взлёт», общей длительностью 300с. Рассчитывалась функция СПМ и АКФ сигнала $s(t)$ пересопряжения зубьев сателлитов на частоте 3400 Гц и интервале окна анализа $Ta = 10s$ (рис.1). Функция СПМ определяет частоту дискретизации по критерию Котельникова, функция АКФ по критерию Железнова.

Частота дискретизации по критерию Котельникова может быть определена как $Fs^k > 3400 * 2 = 6800Hz$, по критерию Железнова - $Fs^{sh} > 1/0,75*10^{-4} = 13300Hz$. Анализ функции СМП показывает наличие двух боковых ассиметричных составляющих различной амплитуды и полосы частот, что позволяет при дальнейшем анализе рассматривать гипотезу о комбинированной амплитудно-фазовой модуляции несущего сигнала зубцовой частоты. Математическую модель первого приближения модулированного сигнала $s(t)$ можно представить в виде:

$$s(t) = A_0(t)\sin[\omega_0 t + \varphi_{md}(t)], \qquad (10)$$

где: $A_0(t)$ – функция амплитудной модуляции несущего сигнала с частотой ω_0, $\varphi_{md}(t)$ – функция фазовой модуляции несущего сигнала.

В соответствии с выражением (8) был задан параметр точности аппроксимации $\varepsilon = 0{,}1$, его максимальное среднее квадратическое отклонение $\sigma_{max} = 0{,}22$ (максимальная дисперсия $D = 0{,}05$), доверительная вероятность $P_d = 0{,}95$, симметричные доверительные интервалы $\Delta P_d = 0{,}05$. По таблицам квантилей нормального распределения [7] определен параметр $\Phi^{-1}(z)$. В соответствии с формулой (9) рассчитана минимальная частота дискретизации $Fs_{min} \geq 21691Hz$.

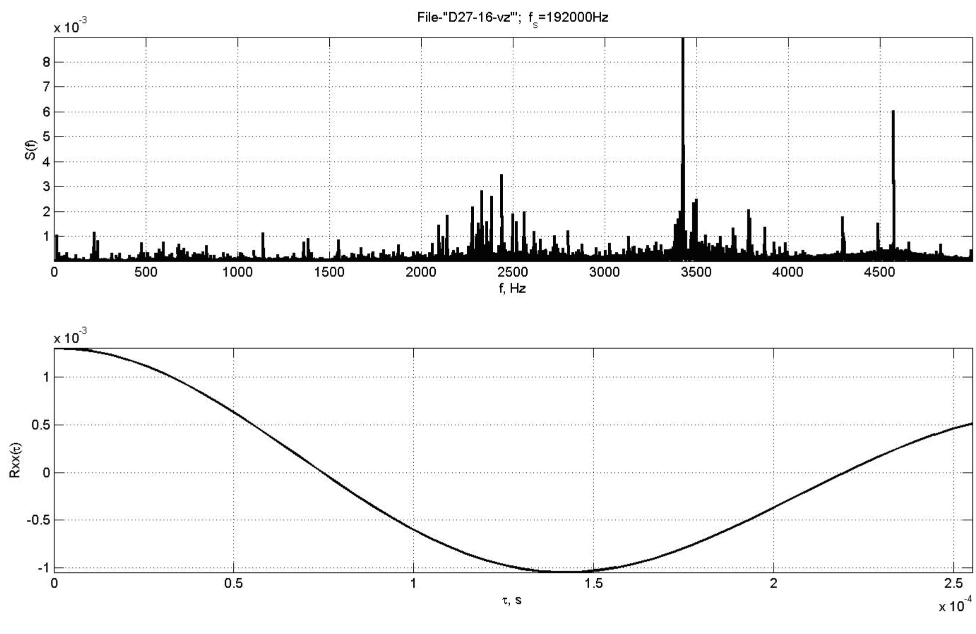

Рис. 1. Графики функций СПМ (верхний) и начальный участок АКФ ($\tau_0 = 0{,}75*10^{-4}s$) (нижний)

Методика эксперимента. Для реализации максимально гладкой амплитудно-частотной характеристики на частотах полосы пропускания исследуемый сигнал обрабатывался фильтром Баттерворта нижних частот 3-го порядка с частотой среза 5000 Гц по уровню минус 3 дБ. В дальнейшем он децимировался до необходимой частоты дискретизации. Для определения статистических параметров восстановленного сигнала рассчитывалась его СПМ на оконных интервалах $\mathrm{Ta} = 100\mathrm{ms}$, окно прямоугольное, окна следовали друг за другом без перекрытия. Анализировался параметр амплитуды СПМ на частоте 3400 Гц, определялись: математическое ожидание $\mathrm{M(Fs)}$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(\mathrm{Fs})$ и значения функции на границах доверительного интервала $\mathrm{M}^{\pm}(\mathrm{Fs})$ (рис.2). Частота дискретизации Fs увеличивалась с шагом, определяемым алгоритмом децимации анализируемого сигнала.

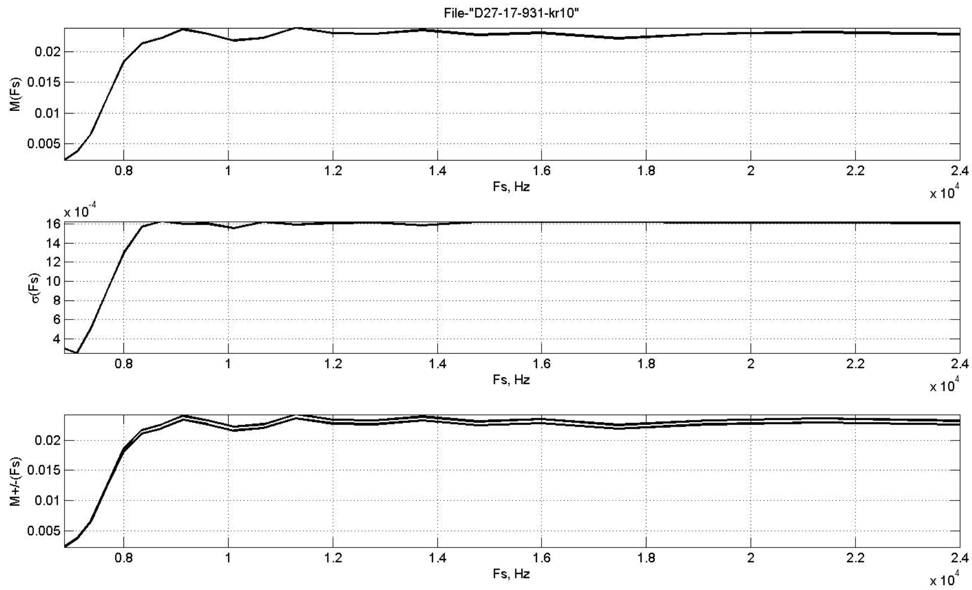

Рис. 2. Графики функций математического ожидания $\mathrm{M(Fs)}$, среднего квадратического отклонения $\sigma(\mathrm{Fs})$ и значения функции на границах доверительного интервала $\mathrm{M}^{\pm}(\mathrm{Fs})$

Анализ графиков функций позволяет визуально определить минимальную частоту дискретизации $\mathrm{Fs_{min}} \approx 20000\mathrm{Hz}$, при которой математическое ожидание амплитуды СПМ (с увеличением частоты дискретизации) изменялось в интервале не хуже $\pm 5\%$. Для демонстрации качества рассчитанных функций СПМ на рисунках 3 – 5 приведены графики при различных частотах дискретизации.

Анализ графиков по параметру точности расчета амплитуды несущего сигнала и боковых модуляционных составляющих, в сравнении с рис. 1, позволяет сделать вывод об адекватности близкой к единице предложенной математической модели процесса возникновения погрешностей цифрового представления аналогового сигнала при его дискретизации.

Проведенные экспериментальные исследования подтверждают адекватность предложенных математических моделей (9 – 10) в части оценки влияния параметров метода анализа на точность цифровой обработки сигналов в системах диагностирования ресурса роторных деталей ГТД.

Считаем, что оценка оптимального значения окна анализа Та является отдельной научно-технической задачей, её решение будет нами представлено в последующих публикациях.

Выводы

Сравнение результатов теоретических и экспериментальных исследований позволяет сделать вывод о том, что предложенные математические модели критерия оптимизации частоты дискретизации квазистохастического сигнала вибраций роторных деталей ГТД в первом приближении адекватны физическим процессам пересопряжения зубъев колёс редуктора и позволяют статистически определить точность методов цифровой обработки. Распространение предложенных моделей на иные виды квазистохастических сигналов требует дополнительных исследований.

Несмотря на то, что проблема дискретизации для детерминированных сигналов с ограниченной энергией впервые решена в 1932 г. В.А. Котельниковом, полное её решение для всевозможных классов аналоговых сигналов далеко от завершения.

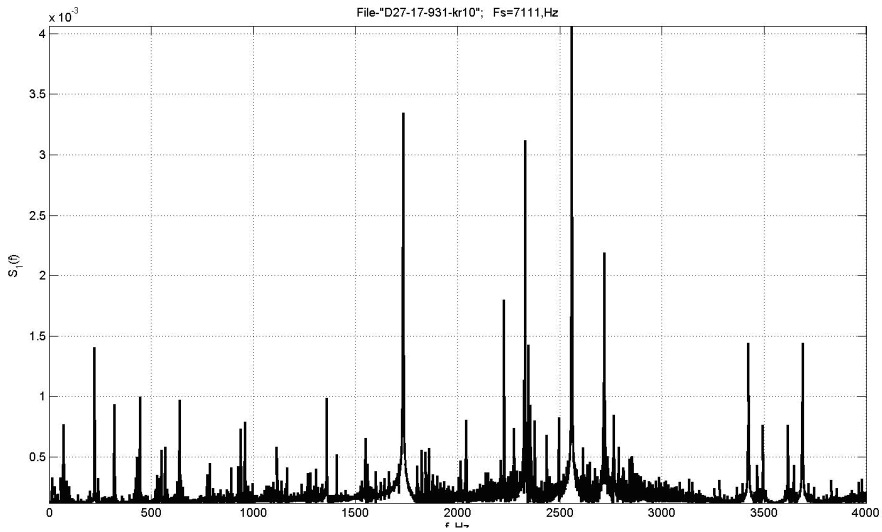

Рис. 3. Графики функций СПМ при частоте дискретизации по В. А. Котельникову (Fs = 6857Hz)

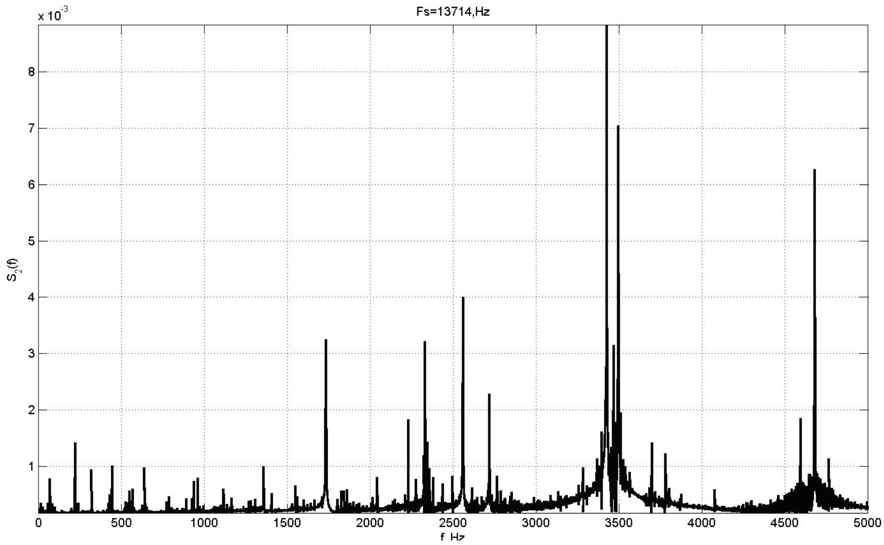

Рис. 4. Графики функций СПМ при частоте дискретизации по Н. А. Железнову (Fs = 13714Hz)

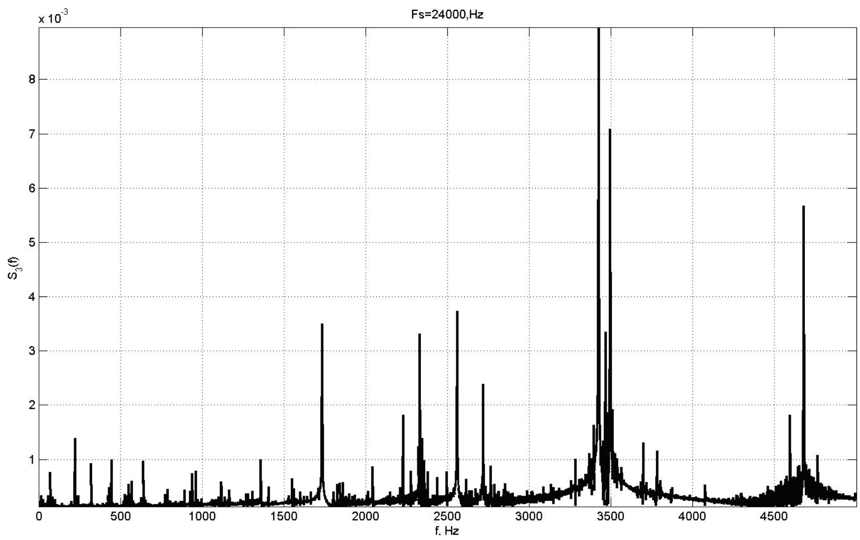

Рис. 5. Графики функций СПМ при частоте дискретизации по предлагаемому статистическому критерию (Fs = 21333Hz)

Литература

1. Журавлев, В. Н. Методическая адекватность спектральной модели в задаче технического диагностирования роторных деталей редукторов ГТД [Текст] / В. Н. Журавлев, А. В. Папчёнков, С.А. Борзов // Вестник двигателестроения. – 2014. – № 2. – С. 221 – 228.

2. Худяков, Г. Теорема отсчётов для цифровой обработки случайных сигналов [Текст] / Г. Худяков // Компоненты и технологии. – 2009. – № 5. – С. 221-228.

3. Котельников, В. А. Теория потенциальной помехоустойчивости [Текст] / В. А. Котельников. – М. : Радио и связь, 1998. – 152 с.

4. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения [Текст] / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – М. : Наука, 1988. - 480 с.

5. Сергиенко, А. Б. Цифровая обработка сигналов [Текст] / А. Б. Сергиенко. – СПб. : Питер, 2003. – 608 с.

6. Кузьмин, И. В. Основы теории информации и кодирования [Текст] / И. В. Кузьмин, В. А. Кедрус. – К. : Вищ. шк., 1986. – 238 с.

7. Брандт, З. Статистические методы анализа наблюдений [Текст] / З. Брандт. – М. : Мир, 1975. – 312 с.

8. Гоноровский, И. С. Радиотехнические цепи и сигналы [Текст] / И. С. Гоноровский. – М. : Радио и связь, 1986. – 512 с.

Поступила в редакцию 5.01.2015, рассмотрена на редколлегии 20.03.2015

ВПЛИВ ПАРАМЕТРА ЧАСТОТИ ДИСКРЕТИЗАЦІЇ СИГНАЛІВ ВІБРАЦІЙ НА ТОЧНІСТЬ ОЦІНКИ СПЕКТРІВ РОТОРНИХ ДЕТАЛЕЙ ГТД

В. М. Журавльов, О. В. Папченков, С. А. Борзов

Проведено аналіз параметрів методу спектральної обробки сигналів датчиків вібрацій роторних деталей газотурбінних двигунів. Теоретично обґрунтовано та експериментально підтверджено точність методу розрахунку частоти дискретизації, що ґрунтується на критерії максимальної дисперсії та інтервальної вірогідності апроксимації автокореляційної функції сигналу на інтервалі кореляції. Запропоновано математичні моделі критерію оптимізації частоти дискретизації квазістохастичного сигналу вібрацій роторних деталей ГТД в першому наближенні адекватні фізичним процесам переспoлучення коліс редуктора і дозволяють статистично визначити точність методів цифрової обробки.

Ключові слова: газотурбінні двигуни, вібродіагностика, зубчасті передачі, частота дискретизації.

INFLUENCE OF PARAMETER OF FREQUENCY OF DISCRETISATION OF SIGNALS OF VIBRATIONS IS ON EXACTNESS OF ESTIMATION OF SPECTRUMS OF ROTOR DETAILS OF TURBO-ENGINES

V. N. Zhuravlev, A. V. Papchenkov, S. A. Borzov

The analysis of parameters of the spectral signal processing of vibration sensors of the rotor parts of the gas turbine engines is realized. The accuracy of the method of computation of sampling rate, based on the criterion maximal interval probability of autocorrelation function approximation of the signal on the correlation interval is theoretical justification and experimental verified. Proposed mathematical model the criterion of sampling rate optimization for quasi accidental vibration signal of rotor parts of gas turbine engine in the first approximation is quite adequate for physical process of tooth changeover for gear wheel teeth and allow statistically to define the accuracy of the digital processing methods.

Key words: Turbo-engines, vibrodiagnostics, gearing, sampling rate.

Журавлёв Владимир Николаевич – д-р техн. наук, зам. нач. Управления информационных технологий, ГП «Ивченко-Прогресс», Запорожье, Украина, e - mail: ws50@i.ua.

Папчёнков Александр Викторович – зам. технического директора по новым изделиям, ОАО «Мотор Сич», Запорожье, Украина, e-mail: papchonkov@gmail.com.

Борзов Сергей Анатольевич – ведущий конструктор отдела камер сгорания, руководитель группы жаровых труб, ГП «Ивченко-Прогресс», Запорожье, Украина. e-mail: kpr345@i.ua.