

УДК 621.822.5

В. И. НАЗИН

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГИДРОСТАТОДИНАМИЧЕСКОГО ПОДШИПНИКА СДВОЕННОГО ТИПА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ЗНАЧЕНИЯХ ЕГО ДИАМЕТРА

Приведена математическая модель, позволяющая определять амплитудно-частотные характеристики ротора на гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа. Представлен анализ необходимости исследования динамических характеристик подшипника при различных значениях его диаметра. Рассмотрены наиболее эффективные численные методы для решения основных уравнений математической модели. Применены нелинейные уравнения движения ротора внутри гидростатодинамического подшипника, позволяющие исследовать области резонанса и границы устойчивости ротора. Получены результаты расчета амплитудно-частотных характеристик на подшипниках сдвоенного типа и дан их анализ.

Ключевые слова: гидростатодинамический подшипник, динамические характеристики, резонансные зоны, границы устойчивости, математическая модель, численные методы, амплитудно-частотные характеристики.

На работоспособность гидростатодинамических подшипников сдвоенного типа оказывают влияние большое количество факторов. Одним из них является диаметральный размер подшипника. Диаметры подшипников, применяемых в машинах и агрегатах варьируются в широком диапазоне. В топливных и масляных насосах используют подшипники очень малого диаметра, примерно 14...16 мм. Для турбин атомных станций применяют подшипники диаметром 1200 мм и более. Нагрузки, действующие на подшипники также изменяются в широком диапазоне от нескольких килограмм до десятков тонн. Время останова роторов атомных электростанций составляет примерно 45 мин. Поэтому исследование динамических характеристик подшипников сдвоенного типа при различных значениях их диаметров является актуальной задачей.

Применительно к одинарным подшипникам жидкостного трения определение динамических характеристик с использованием нелинейных уравнений движения ротора выполнено в работе [1].

Целью работы является сравнение амплитудно-частотных характеристик ротора на радиальных гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа при различных значениях диаметра подшипника.

Построение амплитудно-частотных характеристик связано с совместным решением уравнений Рейнольдса, баланса расходов и уравнений движения ротора внутри подшипника. Схема рассматриваемого гидростатодинамического подшипника

сдвоенного типа и подробная математическая модель приведены в работе [2]. Из уравнений баланса расходов определяются давления в камерах рассматриваемого подшипника. Запишем выражения для определения давлений в камерах для внутренней и внешней частей подшипника в безразмерном виде

$$\begin{aligned} (\bar{P}_{k1,i})_{n+1} &= \bar{b}_{9,i} \sqrt{1 - (\bar{P}_{k1,i})_n} + \bar{b}_{11,i} (\bar{P}_{k1,i-1})_n + \\ &+ \bar{b}_{12,i} (\bar{P}_{k1,i+1})_n + \bar{b}_{10,i}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} (\bar{P}_{k,i})_{n+1} &= \bar{a}_{9,i} \sqrt{1 - (\bar{P}_{k,i})_n} + \bar{a}_{11,i} (\bar{P}_{k,i-1})_n + \\ &+ \bar{a}_{12,i} (\bar{P}_{k,i+1})_n + \bar{a}_{10,i}. \end{aligned}$$

Безразмерные параметры в выражениях (1) связаны с размерными следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \bar{P}_{k1,i} &= \frac{P_{k1,i}}{P_{ВХ}}; \quad \bar{b}_{9,i} = \frac{b_{9,i}}{\sqrt{P_{ВХ}}}; \quad \bar{b}_{11,i} = b_{11,i}; \quad \bar{b}_{12,i} = b_{12,i}; \\ \bar{b}_{10,i} &= \frac{b_{10,i}}{P_{ВХ}}; \quad \bar{P}_{k,i} = \frac{P_{k,i}}{P_{ВХ}}; \quad \bar{a}_{9,i} = \frac{a_{9,i}}{\sqrt{P_{ВХ}}}; \\ \bar{a}_{11,i} &= a_{11,i}; \quad \bar{a}_{12,i} = a_{12,i}; \quad \bar{a}_{10,i} = \frac{a_{10,i}}{\sqrt{P_{ВХ}}}. \end{aligned} \quad (2)$$

В выражения (1) и (2) входят следующие параметры:

$P_{ВХ}$ - давление на входе в камеры от насоса;

$P_{k1,i}$ - давление в камерах во внутренней части подшипника;

$P_{k,i}$ - давление в камерах во внешней части подшипника;

$a_{9,i}$, $a_{10,i}$, $a_{11,i}$, $a_{12,i}$ и $b_{9,i}$, $b_{10,i}$, $b_{11,i}$, $b_{12,i}$ - коэффициенты, которые остаются постоянными во время итерации при определении давления в камерах.

Для определения давлений на межкамерных перемычках запишем уравнения Рейнольдса для наружной и внутренней частей подшипника в безразмерном виде

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \left(\frac{\bar{h}_1^3}{k_{x1}} \cdot \frac{\partial \bar{P}_1}{\partial \varphi_1} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}_1} \left(\frac{\bar{h}_1^3}{k_{z1}} \cdot \frac{\partial \bar{P}_1}{\partial \bar{z}_1} \right) = \\ & = \Omega_1 \frac{\partial (\bar{u}_1 \bar{h}_1)}{\partial \varphi_1} + \Omega_1 \bar{V}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \varphi_2} \left(\frac{\bar{h}_2^3}{k_{x2}} \cdot \frac{\partial \bar{P}_2}{\partial \varphi_2} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}_2} \left(\frac{\bar{h}_2^3}{k_{z2}} \cdot \frac{\partial \bar{P}_2}{\partial \bar{z}_2} \right) = \\ & = \Omega_2 \frac{\partial (\bar{u}_2 \bar{h}_2)}{\partial \varphi_2} + \Omega_2 \bar{V}. \end{aligned}$$

Безразмерные параметры в выражениях (3) связаны с размерными следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \bar{h}_1 &= \frac{h_1}{\delta_{01}}; \bar{h}_2 = \frac{h_2}{\delta_{02}}; \varphi_1 = \frac{x_1}{R_{D1}}; \varphi_2 = \frac{x_2}{R_{D2}}; \\ \bar{z}_1 &= \frac{z_1}{R_{D1}}; \bar{z}_2 = \frac{z_2}{R_{D2}}; \bar{P}_1 = \frac{P_1}{P_{вх}}; \bar{P}_2 = \frac{P_2}{P_{вх}}; \\ \Omega_1 &= \frac{6\mu\omega R_{D1}^2}{\delta_{01}^2 P_{вх}}; \Omega_2 = \frac{6\mu\omega R_{D2}^2}{\delta_{02}^2 P_{вх}}; \\ \Omega_{11} &= \frac{12\mu R_{D1}^2}{\delta_{01}^2 P_{вх} T}; \Omega_{22} = \frac{12\mu R_{D2}^2}{\delta_{02}^2 P_{вх} T}; \\ K_{x1} &= 1 + 0,044 \left(\sigma_{*1}^2 Re_1 \right)^{0,725}; \\ K_{z1} &= 1 + 0,0247 \left(\sigma_{*1}^2 Re_1 \right)^{0,65}; \\ K_{x2} &= 1 + 0,044 \left(\sigma_{*2}^2 Re_2 \right)^{0,725}; \\ K_{z2} &= 1 + 0,0247 \left(\sigma_{*2}^2 Re_2 \right)^{0,65}; \\ G_{*1} &= 0,125 Re_1^{0,07}; G_{*2} = 0,125 Re_2^{0,07}. \end{aligned} \quad (4)$$

В выражения (3) и (4) входят следующие параметры:

P_1 - давления на межкамерных перемычках для наружной части подшипника;

P_2 - давления на межкамерных перемычках для внутренней части подшипника;

ω - угловая скорость вращения ротора внутри подшипника;

μ - динамическая вязкость рабочей жидкости;

R_{D1} и R_{D2} - радиусы диска на наружной и внутренней рабочих поверхностях;

δ_{01} и δ_{02} - радиальные зазоры в наружной и внутренней частях подшипника;

T - время одного оборота ротора;

K_{x1} , K_{z1} и K_{x2} , K_{z2} - коэффициенты турбулентности течения рабочей жидкости, записанные в соответствии с методом В. Н. Константиnescу [3-5];

Re_1 и Re_2 - числа Рейнольдса;

x_1 , x_2 и z_1 , z_2 - окружные и осевые координаты, соответственно для наружной и внутренней частей подшипника;

h_1 и h_2 - текущие зазоры в наружной и внутренней частях подшипника.

После определения давлений в камерах и на межкамерных перемычках можно рассчитать несущую способность (грузоподъемность) подшипника, которая используется в уравнениях движения ротора внутри подшипника. В данной работе динамическая задача решена с использованием нелинейных уравнений движения жесткого одномассового ротора, установленного на двух гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа.

Запишем уравнения движения ротора внутри подшипника в безразмерном виде, используя материалы, приведенные в работе [6].

$$\begin{aligned} \bar{m} \left(\ddot{\bar{\chi}} - \bar{\chi} \dot{\beta}_0^2 \right) &= -2 \bar{i}_{\Sigma} + \bar{G} \cos \beta_0 + \\ &+ \bar{q} \cos \left(\frac{\bar{t}}{Sh} - \beta_0 + \beta_H \right), \\ \bar{m} \left(\bar{\chi} \ddot{\beta}_0 - 2 \dot{\bar{\chi}} \dot{\beta}_0 \right) &= -2 \bar{j}_{\Sigma} + \bar{G} \sin \beta_0 + \\ &+ \bar{q} \sin \left(\frac{\bar{t}}{Sh} - \beta_0 + \beta_H \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Безразмерные параметры в выражениях (5) связаны с размерными следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \bar{m} &= \frac{m \delta_{01}}{P_{вх} P_{D1}^2 T^2}; \bar{i}_{\Sigma} = \frac{i_{\Sigma}}{P_{вх} P_{D1}^2}; \bar{j}_{\Sigma} = \frac{j_{\Sigma}}{P_{вх} P_{D1}^2}; \\ \bar{G} &= \frac{mg}{P_{вх} P_{D1}^2}; \bar{q} = \frac{q \omega^2}{P_{вх} P_{D1}^2}; \bar{t} = \frac{t}{T}; \end{aligned} \quad (6)$$

$$Sh = \frac{1}{\omega T}; \chi = \frac{e}{\delta_{01}}.$$

В выражения (6) входят следующие параметры:
 $G = mg$ - вес ротора с диском;
 g - ускорение свободного падения;
 e - эксцентриситет ротора с диском в подшипнике;
 β_0 - угол положения диска в подшипнике;
 i_Σ и j_Σ - грузоподъемности подшипников в проекциях на линию центров диска и подшипника и направление ей перпендикулярное;
 q - остаточная неуравновешенность ротора;
 ω - угловая скорость вращения диска с валом;
 β_H - положение оси отсчета углов.

Для решения уравнений движения ротора внутри подшипника применен многошаговый метод Адамса. Исходная информация для метода Адамса была получена с помощью одношагового метода Эйлера.

Метод Адамса основан на замене искомого решения некоторым числом членов его разложения в ряд Тейлора.

Запишем выражение для метода Адамса четвертого порядка точности:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h_1}{24}(55f_n - 59f_{n-1} + 37f_{n-2} - 9f_{n-3}). \quad (7)$$

Используя выражение (7) для метода Адамса, запишем формулы для расчета координат и скоростей центра диска.

$$\begin{aligned} \bar{\chi}(k2+1) &= \bar{\chi}(k2) + \frac{h_1}{24}[55\dot{\bar{\chi}}(k2) - \\ &- 59\dot{\bar{\chi}}(k2-1) + 37\dot{\bar{\chi}}(k2-2) - 9\dot{\bar{\chi}}(k2-3)], \\ \beta_0(k2+1) &= \beta_0(k2) + \frac{h_1}{24}[55\dot{\beta}_0(k2) - \\ &- 59\dot{\beta}_0(k2-1) + 37\dot{\beta}_0(k2-2) - 9\dot{\beta}_0(k2-3)], \\ \dot{\bar{\chi}}(k2+1) &= \dot{\bar{\chi}}(k2) + \frac{h_1}{24}[55\ddot{\bar{\chi}}(k2) - \\ &- 59\ddot{\bar{\chi}}(k2-1) + 37\ddot{\bar{\chi}}(k2-2) - 9\ddot{\bar{\chi}}(k2-3)], \\ \dot{\beta}_0(k2+1) &= \dot{\beta}_0(k2) + \frac{h_1}{24}[55\ddot{\beta}_0(k2) - \\ &- 59\ddot{\beta}_0(k2-1) + 37\ddot{\beta}_0(k2-2) - 9\ddot{\beta}_0(k2-3)]. \end{aligned}$$

Для реализации метода Адамса четвертого порядка точности необходимо иметь информацию о четырех предыдущих точках, которую получаем, используя одношаговый метод Эйлера.

$$\bar{\chi}(k2+1) = \bar{\chi}(k2) + h_2\dot{\bar{\chi}}(k2),$$

$$\begin{aligned} \beta_0(k2+1) &= \beta_0(k2) + h_2\dot{\beta}_0(k2), \\ \dot{\bar{\chi}}(k2+1) &= \dot{\bar{\chi}}(k2) + h_2\{\bar{\chi}(k2)\dot{\beta}_0^2(k2) - \frac{2\dot{\bar{\chi}}_2}{\bar{m}} + \\ &+ \frac{\bar{G}}{m}\text{Cos}\beta_0(k2) + \frac{\bar{q}}{m}\text{Cos}\left(\frac{\bar{t}}{Sh} - \beta_0(k2) + \beta_H\right)\}, \\ \dot{\beta}_0(k2+1) &= \dot{\beta}_0(k2) + h_2\left\{\frac{2\dot{\beta}_0(k2)\dot{\bar{\chi}}(k2)}{\bar{\chi}(k2)} - \frac{2\dot{\bar{\chi}}_2}{\bar{m}\dot{\bar{\chi}}(k2)} - \right. \\ &\left. - \frac{\bar{G}}{\bar{m}\dot{\bar{\chi}}(k2)}\text{Sin}\beta_0(k2) + \frac{\bar{q}}{\bar{m}\dot{\bar{\chi}}(k2)}\text{Sin}\left(\frac{\bar{t}}{Sh} - \beta_0(k2) + \beta_H\right)\right\}. \end{aligned}$$

Амплитудно-частотная характеристика ротора строится по точкам. Задаваясь различными значениями частот вращения ротора ω получаем зависимость эксцентриситета $\bar{\chi}$ от времени и на основе этой зависимости определяем амплитуды колебаний диска с ротором внутри подшипника. Полученная зависимость позволяет анализировать зоны резонанса и границы устойчивости вращения ротора.

Амплитудно-частотные характеристики ротора, полученные на основе разработанной математической модели, для различных значений диаметров гидростатодинамических подшипников сдвоенного типа приведены на рис. 1.

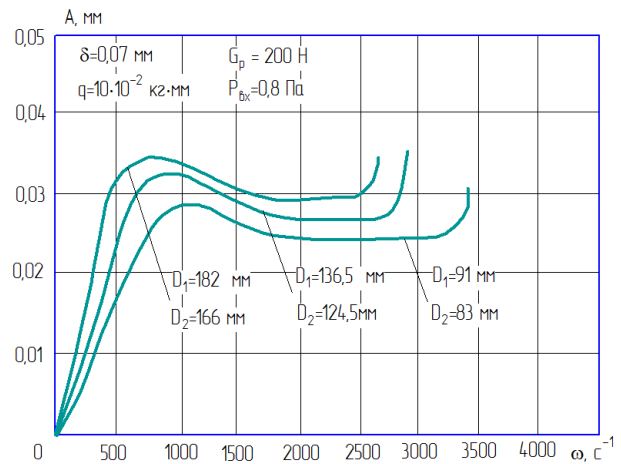


Рис. 1. Амплитудно-частотные характеристики ротора на радиальных гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа при различных диаметрах подшипника

В качестве рабочей жидкости при расчете амплитудно-частотных характеристик была принята вода при температуре 25°C.

Полученные результаты расчета (см. рис. 1) показывают, что с увеличением диаметра подшипника явление резонанса наступает при меньшей угловой скорости и с большими амплитудами, особенно в области резонанса.

Граница устойчивости с увеличением диаметра подшипника снижается. Увеличение диаметра подшипника в 2 раза по сравнению с начальным диаметром снижает границу устойчивости с $\omega_{уст} = 3350 \text{ с}^{-1}$ до $\omega_{уст} = 2600 \text{ с}^{-1}$, т.е. уменьшает примерно в 1,3 раза.

Литература

1. Савин, Л. А. Динамика жесткого ротора на подшипниках скольжения, смазываемых криогенной жидкостью [Текст] / Л. А. Савин, О. В. Соломин // Транспортное и энергетическое машиностроение. – 2004. – № 4. – С. 17-38.
2. Назин, В. И. Теория сдвоенного радиального гидростатодинамического подшипника при нестационарной внешней нагрузке [Текст] / В. И. Назин //

Авиационно-космическая техника и технология. – 2013. – № 8/105. – С. 160-166.

3. Constantinescu, V. N. On turbulent lubrication [Text] / V.N. Constantinescu // Proceedings of the Institution of mechanical engineers. – 1959. – Vol. 173, №38. –P. 881-899.

4. Константинеску, В. Н. Анализ работы подшипников в турбулентном режиме [Текст] / В. Н. Константинеску // Тр. америк. общ. инж.-мех. Проблемы трения и смазки, сер. Ф. – 1974. – Т. 96, № 1. – С. 168-180.

5. Константинеску, В. Н. Гидродинамическая теория смазки: турбулентность и родственные явления [Текст] / В. Н. Константинеску // Тр. америк. общ. инж.-мех. Проблемы трения и смазки, сер. Ф. – 1974. – Т. 96, № 1. – С. 198-208.

6. Коровчинский, М. В. Теоретические основы работы подшипников скольжения [Текст] / М. В. Коровчинский. – М. : Машизд, 1969. – 403 с.

Поступила в редакцию 15.04.2015, рассмотрена на редколлегии 17.06.2015

ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГІДРОСТАТОДИНАМІЧНОГО ПІДШИПНИКА ЗДВОЄНОГО ТИПУ ПРИ РІЗНИХ ЗНАЧЕННЯХ ЙОГО ДІАМЕТРУ

В. І. Назін

Наведено математичну модель, що дозволяє визначати амплітудно-частотні характеристики ротора на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу. Представлено аналіз необхідності дослідження динамічних характеристик підшипника при різних значеннях його діаметру. Розглянуто найбільш ефективні чисельні методи для вирішення основних рівнянь математичної моделі. Застосовано нелінійні рівняння руху ротора всередині гідростатодинамічного підшипника, які дозволяють досліджувати зони резонансу і межі стійкості ротора. Отримано результати розрахунку амплітудно-частотних характеристик на підшипниках здвоєного типу і дано їх аналіз.

Ключові слова: гідростатодинамічний підшипник, динамічні характеристики, резонансні зони, межі стійкості, математична модель, чисельні методи, амплітудно-частотні характеристики.

DYNAMIC DESCRIPTIONS OF HYDROSTATODYNAMIC BEARING OF THE DOUBLED TYPE AT DIFFERENT VALUES OF HIS DIAMETER

V. I. Nazin

A mathematical model, allowing to determine the gain-frequency characteristics of rotor on the hydrostatodynamic bearings of the doubled type, is resulted. The analysis of necessity of research of dynamic descriptions is presented bearings at the different values of his diameter. The most effective numeral methods are considered for the decision of basic equalizations of mathematical model. Nonlinear equalizations of motion of rotor are applied inwardly hydrostatodynamic bearing, allowing to probe the areas of resonance and border of stability of rotor. The results of calculation of gain-frequency characteristics are got on bearings of the doubled type and their analysis is given.

Keywords: hydrostatodynamic bearing, dynamic descriptions, resonance areas, scopes of stability, mathematical model, numeral methods, gain-frequency characteristics.

Назин Владимир Иосифович – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры теоретической механики, машиноведения и роботомеханических систем, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: dekanat@d2.khai.edu