

УДК 621.396.1

И. В. БАРЫШЕВ, О. А. ГОРБУНЕНКО, А. А. ДАХНО

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина

АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТЕЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЛИНИЙ ПОЛОЖЕНИЯ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПОВЕРХНОСТЕЙ С ВЕРТИКАЛЬНОЙ ОБРАЗУЮЩЕЙ

В статье дана классификация методов формирования поверхностей положения с вертикальной образующей для различных физических параметров, которые используются в радиолокации. Приведены вычисления и анализ среднеквадратических ошибок линий положения, образованных пересечением этих поверхностей для дальномерных и азимутальных измерений. Полагается, что ошибки измерения, а значит, и ошибки определения носят случайный характер и подчинены нормальному закону распределения. Проведен сравнительный анализ погрешностей постоянного пеленга и расстояния с известными методами. Получены поверхности положения с вертикальной образующей при разностно-дальномерных измерениях, что является одним из возможных вариантов применения пассивных методов в системах навигации.

Ключевые слова: поверхность положения, линии положения, круговая ошибка, азимутальные, дальномерные, разностно-дальномерные измерения.

Введение

В работе [1] приведены некоторые методы формирования поверхностей положения с вертикальной образующей (ППВО). При этом было показано, что ППВО можно построить по азимутальным и дальномерным измерениям радиотехническими системами. Однако для выбора измеряемых параметров нужно знать конкретные условия проводки управляемого объекта. В качестве управляемого объекта могут выступать как летательный аппарат (например, при посадке летательного аппарата на необорудованный аэродром [2]), так и рабочий инструмент, который движется по определенной траектории, при обработке различных поверхностей. При этом возникает немаловажный вопрос, связанный с погрешностями определения.

В связи с чем, целью настоящей статьи являются вычисления и анализ погрешностей определения при использовании различных физических параметров построения ППВО. Кроме того в данной статье представляется вариант формирования ППВО при измерении разности расстояний от трех радиомаяков, что позволит пассивным методом получить параметр навигации для управления объектом.

Материалы исследований

Для удобства понимания и сокращения излагаемого материала введем обозначения различных методов формирования ППВО [1]:

β – пеленг – соответствует ППВО постоянного пеленга ($\beta = \text{const}$); $\Delta\beta$ – пеленг – соответствует ППВО постоянной разности пеленгов ($\Delta\beta = \text{const}$); $\sum\beta$ – пеленг – соответствует ППВО постоянной сумме пеленгов ($\sum\beta = \text{const}$); P – пеленг – соответствует ППВО постоянной разности квадратов расстояний ($P = R_1^2 - R_2^2 = \text{const}$); λ – пеленг – соответствует ППВО постоянного отношения разности квадратов расстояний $\left(\lambda = \frac{R_1^2 - R_2^2}{R_2^2 - R_3^2} = \text{const} \right)$.

Проведем анализ погрешностей определения поверхностей положения с вертикальной образующей. Для формирования этих ППВО в качестве основных параметров могут быть использованы либо азимутальные измерения (β_i) либо наклонные дальности (R_i).

Исходя из специфики решаемых задач, могут возникнуть варианты измерений как в воздушной, так и в морской средах. Характерным для этих сред является их неоднородность, что может приводить к ошибкам измерения пеленга и дистанции до наблюдаемого объекта, которые определяются флуктуациями скорости и показателя преломления, т.е. носят случайный характер. Так как случайный характер флуктуаций определяется большим количеством случайных воздействий неоднородной среды при ограниченной роли каждого воздействия, то можно предположить, что плотность распределения веро-

ятностей ошибок измерений подчинена нормальному закону. Ошибки измерения пропорциональны ошибкам определения линии положения, поэтому последняя также будет подчинена нормальному закону распределения.

На основании методики, изложенной в [3, 5] для среднеквадратической ошибки линии положения,

$$\sigma_n = \frac{\sigma_f}{\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}}, \quad (1)$$

где σ_n – среднеквадратическая ошибка определения линии положения;

σ_f – среднеквадратическая ошибка измерения геометрической величины;

f – измеряемая геометрическая величина.

Тогда в соответствии с (1) среднеквадратические ошибки линий положения, образованные пересечением ППВО с плоскостью ОХУ, могут быть представлены в следующем виде:

– для β -пеленга (рис. 1, [1])

$$\sigma_{n\beta} = \sigma_\beta R'_1, \quad (2)$$

что совпадает с известной величиной [3], где $R' = \sqrt{x^2 + y^2}$ – проекция расстояния между точками излучения и приема;

– для $\Delta\beta$ -пеленга (рис. 2, [1])

$$\sigma_{n\Delta\beta} = \sigma_\beta \frac{\sqrt{2R'_1R'_2}}{\sqrt{(R'_1)^2 + (R'_2)^2 - 2R'_1R'_2 \cos \Delta\beta}}; \quad (3)$$

– для $\sum\beta$ -пеленга

$$\sigma_{n\sum\beta} = \sigma_\beta \frac{\sqrt{2R'_1R'_2}}{\sqrt{(R'_1)^2 + (R'_2)^2 + 2R'_1R'_2 \cos \Delta\beta}}; \quad (4)$$

– для Р-пеленга (рис. 3, [1])

$$\sigma_{nP} = \frac{\sigma_P}{2d}, \quad (5)$$

где σ_P – среднеквадратическая ошибка измерения Р-величины;

– для λ -пеленга (рис. 4, [1])

$$\sigma_{n\lambda} = \frac{\sigma_\lambda}{2} \frac{R_2^2 - R_3^2}{\sqrt{d_1^2 + \lambda^2 d_2^2 - 2\lambda d_1 d_2 \cos(B-A)}}, \quad (6)$$

где σ_λ – среднеквадратическая ошибка измерения λ -величины.

Значения ошибок (3) и (4) сравним с ошибкой линии положения постоянного пеленга.

При этом

$$\frac{\sigma_{n\Delta\beta}}{\sigma_{n\beta}} = \sqrt{2} \frac{R'_2}{\sqrt{(R'_1)^2 + (R'_2)^2 - 2R'_1R'_2 \cos \Delta\beta}}, \quad (7)$$

$$\frac{\sigma_{n\sum\beta}}{\sigma_{n\beta}} = \sqrt{2} \frac{R'_2}{\sqrt{(R'_1)^2 + (R'_2)^2 + 2R'_1R'_2 \cos \Delta\beta}}, \quad (8)$$

Если положить $R'_1 \approx R'_2$, где R'_1 и R'_2 проекции расстояний R_1 и R_2 на горизонтальную плоскость, то

$$\frac{\sigma_{n\Delta\beta}}{\sigma_{n\beta}} = \frac{1}{\sqrt{2} \sin \frac{\Delta\beta}{2}}, \quad (9)$$

$$\frac{\sigma_{n\sum\beta}}{\sigma_{n\beta}} = \frac{1}{\sqrt{2} \cos \frac{\Delta\beta}{2}}. \quad (10)$$

Из последних выражений видно, что $\Delta\beta$ -пеленг по точности совпадает с β -пеленгом при $\Delta\beta = \frac{\pi}{2}$. С уменьшением величины $\Delta\beta$, что наблюдается при удалении объекта от измерительной базы либо при уменьшении измерительной базы, значение (9) растет, стремясь к бесконечности, а (10) падает, стремясь к величине $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Падение величины (10) при уменьшении $\Delta\beta$ до нуля происходит вследствие того, что $\sum\beta$ -пеленг по своим характеристикам приближается к β -пеленгу, предельная величина $\frac{1}{\sqrt{2}}$ получается из-за того, что одно и то же значение β (при $\Delta\beta = 0$) измеряется дважды.

Значение ошибки для линии положения Р-пеленга (5) можно сравнить с соответствующей ошибкой линии постоянного расстояния, для которой $\sigma_{nR} = \sigma_P$. При этом σ_P в (5) нужно выразить через σ_R , полагая, что Р-пеленг формируется пу-

тем измерения наклонных дальностей R_1 и R_2 .

При малых ошибках измерения R_i

$$\sigma_P^2 = 4\sigma_R^2 (R_1^2 + R_2^2), \quad (11)$$

и тогда

$$\frac{\sigma_{nP}}{\sigma_{nR}} = \frac{\sqrt{R_1^2 + R_2^2}}{d}. \quad (12)$$

Очевидно, что при удалении объекта от измерительной базы или с уменьшением измерительной базы ошибка линии положения Р-пеленга будет возрастать по сравнению с ошибкой линии положения постоянного расстояния.

Для получения λ -пеленга рассмотрим один из возможных вариантов, показанный на рис. 1. При этом воспользуемся разностно-дальномерными измерениями [4].

Здесь λ -пеленг формируется для объекта движущегося в воздушном пространстве и принимающего сигналы от трех радиомаяков B_1, B_2, B_3 двумя антеннами A_1 и A_2 , разнесенными по вертикали на базовое расстояние h , A_0 – средняя точка между антеннами A_1 и A_2 . Этот вариант позволяет пассивным методом получать параметр λ для воздушного объекта. Введем обозначения согласно рис. 1:

$$\left. \begin{aligned} \Delta R_1 &= R_{11} - R_{12}, \\ \Delta R_2 &= R_{21} - R_{22}, \\ \Delta R_3 &= R_{31} - R_{32}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Вследствие малости h можно принять

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{11} + R_{12}}{2}, \\ R_2 &= \frac{R_{21} + R_{22}}{2}, \\ R_3 &= \frac{R_{31} + R_{32}}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Требуется параметр λ выразить через измеренные значения разностей расстояний (13), для чего представим

$$\begin{aligned} R_{11}^2 &= (R'_1)^2 + (H+h)^2, \\ R_{12}^2 &= (R'_1)^2 + H^2, \end{aligned}$$

откуда

$$R_{11}^2 - R_{12}^2 = 2Hh + h^2. \quad (15)$$

Аналогично можно показать, что

$$\left. \begin{aligned} R_{21}^2 - R_{22}^2 &= 2Hh + h^2, \\ R_{31}^2 - R_{32}^2 &= 2Hh + h^2. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

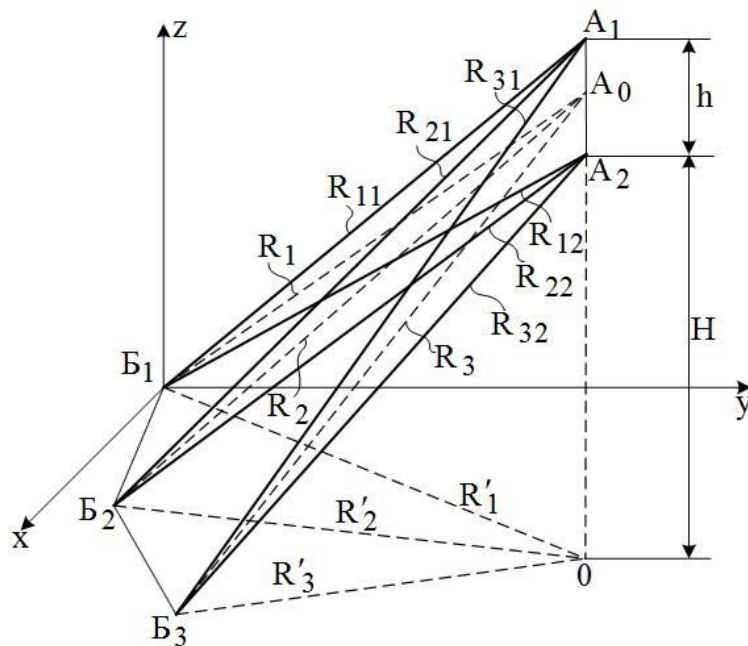


Рис. 1. Один из возможных вариантов получения λ -пеленга

Таким образом, из (15) и (16) следуют

$$\begin{aligned} R_{11}^2 - R_{12}^2 &= R_{21}^2 - R_{22}^2, \\ R_{21}^2 - R_{22}^2 &= R_{31}^2 - R_{32}^2, \end{aligned}$$

что позволяет записать

$$\begin{aligned} (R_{11} - R_{12})(R_{11} + R_{12}) &= \\ = (R_{21} - R_{22})(R_{21} + R_{22}), \\ (R_{21} - R_{22})(R_{21} + R_{22}) &= \\ = (R_{31} - R_{32})(R_{31} + R_{32}). \end{aligned}$$

В соответствии с (13) и (14) находим

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta R_1}{\Delta R_2} &= \frac{R_2}{R_1}, \\ \frac{\Delta R_2}{\Delta R_3} &= \frac{R_3}{R_2} \end{aligned} \right\}$$

или

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= R_2 \frac{\Delta R_2}{\Delta R_1}, \\ R_3 &= R_2 \frac{\Delta R_2}{\Delta R_3}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Возводя выражения (17) в квадрат и вычитая R_2^2 справа и слева от знаков равенства, получим

$$\begin{aligned} R_1^2 - R_2^2 &= R_2^2 \left(\frac{\Delta R_2^2}{\Delta R_1^2} - 1 \right), \\ R_2^2 - R_3^2 &= R_2^2 \left(1 - \frac{\Delta R_2^2}{\Delta R_3^2} \right), \end{aligned}$$

откуда

$$\lambda = \frac{R_1^2 - R_2^2}{R_2^2 - R_3^2} = \frac{\Delta R_3^2}{\Delta R_1^2} \cdot \frac{\Delta R_1^2 - \Delta R_2^2}{\Delta R_2^2 - \Delta R_3^2}. \quad (18)$$

Вычисляя среднеквадратическую ошибку λ -пеленга в линейном приближении, можно записать

$$\sigma_\lambda = 2\sigma_{\Delta R} \frac{\Delta R_2}{\Delta R_2^2 - \Delta R_3^2} \times$$

$$\times \sqrt{\lambda^2 + \left(\frac{\Delta R_2}{\Delta R_1} \right)^2 \left(\frac{\Delta R_3}{\Delta R_1} \right)^4 + \lambda^2 \left(\frac{\Delta R_2}{\Delta R_3} \right)^2}. \quad (19)$$

Для воздушного варианта $\Delta R_1 \neq 0$, так как положение радиомаяков B_1, B_2, B_3 всегда смещено вниз по отношению к середине базы h . Наиболее неприемлемый вариант – когда $\Delta R_2^2 - \Delta R_3^2 = 0$, что можно записать, пользуясь обозначениями рис. 1, в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Delta R_2^2 - \Delta R_3^2 &= (\Delta R_2 - \Delta R_3)(\Delta R_2 + \Delta R_3) = \\ = (R_{21} - R_{22} - R_{31} + R_{32})(R_{21} - R_{22} + R_{31} - R_{32}). \end{aligned}$$

Это выражение будет равно нулю при выполнении одного из условий:

$$\left. \begin{aligned} 1. (R_{21} + R_{32}) - (R_{22} + R_{31}) &= 0, \\ 2. (R_{21} + R_{31}) - (R_{22} + R_{32}) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} R_{21} + R_{32} &= \sqrt{(R'_2)^2 + (H+h)^2} + \sqrt{(R'_3)^2 + H^2}; \\ R_{22} + R_{31} &= \sqrt{(R'_2)^2 + H^2} + \sqrt{(R'_3)^2 + (H+h)^2}; \\ R_{21} + R_{31} &= \sqrt{(R'_2)^2 + (H+h)^2} + \sqrt{(R'_3)^2 + (H+h)^2}; \\ R_{22} + R_{32} &= \sqrt{(R'_2)^2 + H^2} + \sqrt{(R'_3)^2 + H^2}. \end{aligned}$$

Из последних соотношений видно, что второе условие (20) осуществимо при $H = -\frac{1}{2}h$, что явно не соответствует воздушному варианту. Первое условие (20) выполняется при $R'_2 = R'_3$, то есть когда воздушный объект находится на вертикальной плоскости, перпендикулярной к середине базы $B_2 B_3$.

Подставив (19) в (6) при условиях $B-A = \frac{\pi}{2}$ и $d_1 = d_2 = d$, получим

$$\begin{aligned} \sigma_{n\lambda} &= \sigma_{\Delta R} \frac{R_2^2 \Delta R_2}{d \Delta R_3^2} \times \\ &\times \sqrt{\frac{\lambda^2 + \left(\frac{\Delta R_2}{\Delta R_1} \right)^2 \left(\frac{\Delta R_3}{\Delta R_1} \right)^4 + \lambda^2 \left(\frac{\Delta R_2}{\Delta R_3} \right)^2}{1 + \lambda^2}}. \quad (40) \end{aligned}$$

На рис. 2 приведен вариант формирования параметра λ для подводного объекта.

Здесь предполагается, что Γ_{ij} – гидрофоны, расположенные попарно на вертикали с базой h . В горизонтальной плоскости D находятся объект λ и проекции гидрофонов O_1, O_2, O_3 . Глубина погружения гидрофонов одинакова. При таком расположении измерительных средств представляется возможность показать, что параметр

$$\lambda_M = \frac{\Delta\Gamma_3^2 \Delta\Gamma_1^2 - \Delta\Gamma_2^2}{\Delta\Gamma_1^2 \Delta\Gamma_2^2 - \Delta\Gamma_3^2}. \quad (22)$$

Все остальные вычисления аналогичны вычислениям для воздушного варианта.

Заключение

Показан вариант формирования поверхностей положения с вертикальной образующей (ППВО) радиотехническими средствами измерения разностей расстояний. При этом представилась возможность сформировать пассивным методом λ -пеленг. Этот метод может быть использован для объектов, которые перемещаются как в воздушной, так и подводной средах. Рассмотрен и проведен анализ вычисления погрешностей положения для различных физических параметров формирования ППВО. Сравнения проводились с хорошо известными методами пеленгации – пеленгация с постоянным азимутом и постоянным расстоянием. При этом отмечено, что при удалении объекта от измерительных баз или с уменьшением измерительной базы ошибка поло-

жения Р-пеленга возрастает по сравнению с ошибкой положения постоянного расстояния. Однако данный метод очень хорошо реализуется в случаях чрезвычайных ситуаций, например, при аварийных посадках летательного аппарата на необорудованные рабочие площадки [2].

Литература

1. Барышев, И. В. Формирование поверхностей положения с вертикальной образующей радиотехническими средствами измерений [Текст] / И. В. Барышев, О. А. Горбуненко, В. И. Барышев // *Радиоелектронні і комп'ютерні системи*. – 2015. – № 2 (72). – С. 121-126.
2. Барышев, И. В. Радиотехническое обеспечение взлетно-посадочной полосы в чрезвычайных ситуациях [Текст] / И. В. Барышев, П. А. Вавренюк // *Радиоелектронные и компьютерные системы*. – 2014. – № 2(66). – С. 16-28.
3. Радиотехнические системы [Текст] : учеб. пособие для вузов по специальности «Радиотехника» / Ю. П. Гришин, В. П. Ипатов, Ю. М. Казаринова и др. ; под ред. Ю.М. Казаринова. – М. : Высш. шк., 1990. – 496 с.
4. Ворошилин, Е. П. Определение координат источников радиоизлучения разностно-дальномерным методом с использованием группировки низкоорбитальных малых космических аппаратов [Текст] / Е. П. Ворошилин, М. В. Миронов, Д. А. Громов // *Доклады ТУСУРа*. – Июнь 2010. – Ч. 2. – № 1 (21). – С. 23-28.
5. Kaplan, G. H. *Angles-Only Navigation: Position and Velocity Solution from Absolute Triangulation* [Text] / G. H. Kaplan // *Journal of the Institute of Navigation* – 2011. – Vol. 58, No. 3. – P. 187-201.

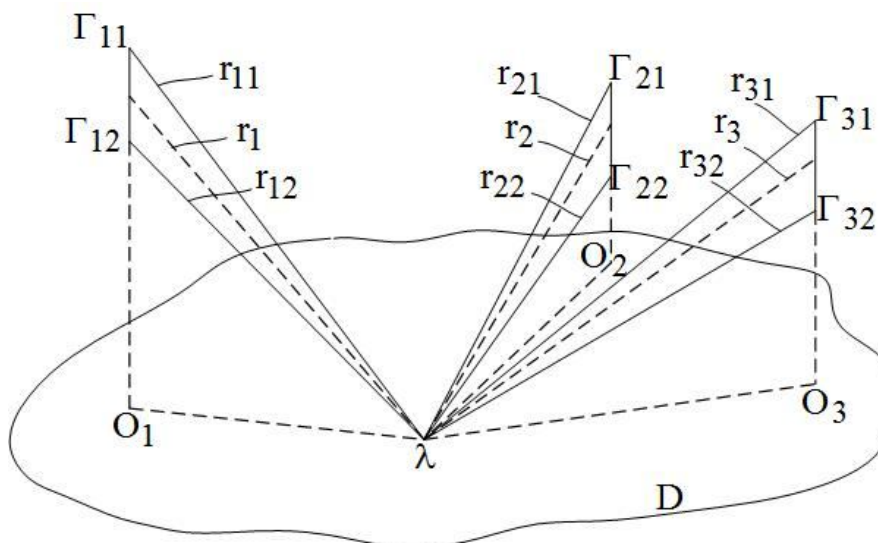


Рис. 2. Вариант формирования параметра λ для подводного объекта

Поступила в редакцію 28.09.2015, рассмотрена на редколлегии 14.10.2015

АНАЛІЗ ПОХИБОК ВИЗНАЧЕННЯ ЛІНІЙ ПОЛОЖЕННЯ ПРИ ВИКОРИСТАННІ ПОВЕРХОНЬ З ВЕРТИКАЛЬНОЮ ТВІРНОЮ

І. В. Барышев, О. А. Горбуненко, А. О. Дахно

У статті дана класифікація методів формування поверхонь положення з вертикальною твірною для різних фізичних параметрів, які використовуються в радіолокації. Наведено обчислення і аналіз середньоквадратичних похибок ліній положення, утворених перетином цих поверхонь для далекомірних і азимутальних вимірювань. Покладається, що помилки вимірювання, а значить, і помилки визначення носять випадковий характер і підпорядковані нормальному закону розподілу. Проведено порівняльний аналіз похибок постійних пеленга і відстані з відомими методами. Отримано поверхні положення з вертикальною твірною при різницево-далекомірних вимірах, що є одним з можливих варіантів застосування пасивних методів в системах навігації.

Ключові слова: поверхня положення, лінії положення, кругова похибка, азимутальні, далекомірні, різницево-далекомірні вимірювання.

ERROR ANALYSIS OF POSITION LINE DETERMINATION USING SURFACES WITH VERTICAL GENERATRIX

I. V. Baryshev, O. A. Gorbunenko, A. A. Dahno

This paper provides classification of different methods for forming of position surfaces with vertical generatrix for different physical parameters used in radiolocation. Calculation and analysis of standard deviation of position lines defined as intersection of such position surfaces for range and azimuth measurements are given. It is assumed that estimation as well as determination errors are random values and follow Gaussian distribution. Estimation errors of bearing constant and range constant are compared with the ones provided by known methods. Position surfaces with vertical generatrix for the case of difference-range measurements are obtained, what demonstrates possible application of passive measurement methods in navigational systems.

Keywords: position surface, position line, circular error, azimuth, range, range-difference measurements.

Барышев Игорь Владимирович – д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

Горбуненко Ольга Анатольевна – канд. техн. наук, доцент кафедры проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина, e-mail: Gorbunenko_Olga@mail.ru.

Дахно Артур Александрович - аспирант кафедры проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.