

УДК 620.179.14

В. В. ЯКОВЕНКО, Н. В. КУШНИР

Восточно-украинский национальный университет им. Владимира Даля, Украина

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОСТАТОЧНОЙ НАМАГНИЧЕННОСТИ ЛОКАЛЬНОГО УЧАСТКА ФЕРРОМАГНИТНОЙ ДЕТАЛИ

Статья посвящена вопросам разработки модели расчета устройств дефектоскопии ответственных стальных деталей авиационных конструкций, основанной на нелинейных векторных уравнениях, которые решаются численным методом. После расчета поля намагничивания для определения остаточной намагниченности используется векторный коэффициент намагниченности, который рассчитывается для каждого элементарного объема. По известному значению намагниченности рассчитывается поле рассеяния намагниченного участка. Математическая модель позволяет рассчитать поле как между полюсами намагничивающего П-образного магнита, так и в свободном пространстве.

**Ключевые слова:** математическая модель, ферромагнитная деталь, дефектоскопия, нелинейные векторные уравнения, остаточная намагниченность.

### Введение

Известны результаты теоретических и экспериментальных исследований, посвященных определению механических свойств деталей, выполненных из стали, путем анализа магнитных характеристик ферромагнитного материала. К этим механическим свойствам относятся прочностные характеристики, степень старения, наличие внутренних напряжений. В большинстве случаев [1, 2] определяется коэрцитивная сила ферромагнитного материала, которая коррелируется с такими характеристиками материала как твердость, наличие напряжений и степень старения. В ряде случаев определяется намагниченность насыщения ферромагнитного материала или остаточная намагниченность.

### Постановка задачи

Для определения магнитных параметров ферромагнитных материалов при локальном намагничивании разработаны технические средства, такие как коэрцитиметры и структуроскопы. Нами предлагается метод определения магнитных параметров ферромагнитного материала, который позволяет по одной серии опытов одним прибором определить величину коэрцитивной силы и намагниченности насыщения. Метод основан на том, что магнитные характеристики исследуются по параметрам магнитного поля рассеяния локального намагниченного материала.

Предложенный метод позволяет осуществить контроль дефектов деталей, в частности, в авиационных деталях планера самолета, двигателя, отдель-

ных элементов силовой установки, позволяет увеличить достоверность контроля дефектов деталей.

Для реализации этого метода необходим расчет магнитного поля внутри намагниченного участка, иными словами, необходимо произвести расчет поля вектора намагниченности в области действия локального намагничивающего устройства.

Целью настоящей статьи является разработка математической модели процесса намагничивания участка ферромагнитной детали электромагнитом с П-образным сердечником.

### 1. Математическая модель процесса намагничивания при размещении феррозондов между полюсами электромагнита

Локальное намагничивающее устройство, в большинстве случаев, представляет собой электромагнит с сердечником П-образной формы (рис. 1).

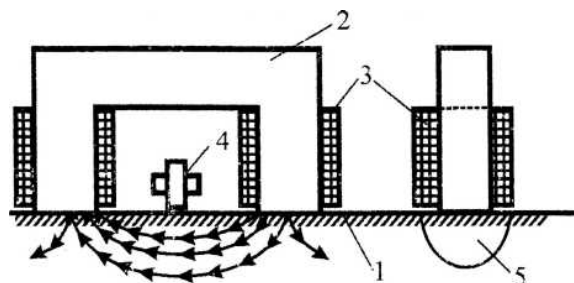


Рис. 1. Локальное намагничивающее устройство с П-образным сердечником: 1 – намагничиваемая ферромагнитная деталь, 2 – сердечник, 3 – катушка, 4 – феррозонды, 5 – намагничиваемая область

Между полюсами сердечника могут находиться два феррозонда со взаимно перпендикулярно расположенными сердечниками, как это показано на рис. 1. Система феррозондов может располагаться вне сердечника намагничивающего устройства.

Принцип работы устройства заключается в следующем: в обмотку электромагнита подается постоянный ток, который намагничивает участок ферромагнитной детали под полюсами электромагнита. Затем электромагнит перемещается вдоль намагничивающего участка детали, а система феррозондов измеряет вертикальную и горизонтальную составляющие вектора напряженности поля рассеяния при отключенной обмотке электромагнита. Как уже было сказано, система феррозондов может находиться вне электромагнитов, и также перемещаясь измерять составляющие вектора напряженности магнитного поля.

Расчет поля намагничивающего участка предлагается вести в следующей последовательности: рассчитать поле вектора намагниченности при наличии тока в обмотках электромагнита, а затем произвести расчет поля внутри металла при отключенной обмотке и присутствии сердечника электромагнита. Затем процедура расчета повторяется, но уже при удалении электромагнита от места намагниченного участка.

Расчет намагниченности при включенной обмотке производится путем использования следующей математической модели поля. Основой модели является следующее интегральное векторное уравнение для вектора намагниченности [3]:

$$\bar{H}(Q) = \frac{1}{4\pi} \left[ \int_S \frac{(\bar{M} \cdot \bar{n}) \bar{R}_{PQ}}{R_{PQ}^3} dS - \int_V \frac{\text{div} \bar{M} \cdot \bar{R}_{PQ}}{R_{PQ}} dV \right] + \bar{H}_0(Q), \quad (1)$$

где P, Q – очки источника и наблюдения;

$\bar{R}_{PQ}$  – вектор из точки источника в точку наблюдения;

$\bar{M}$  – вектор намагниченности;

$\bar{n}$  – вектор к нормали поверхности ферромагнитного материала;

V, S – объем и поверхность намагниченной области;

$\bar{H}_0$  – вектор напряженности магнитного поля, создаваемого обмотками с током.

При кусочно-постоянной аппроксимации по объему намагниченного поля, напряженность поля в точке наблюдения определяется выражением [4]:

$$\bar{H}_i = \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^6 (\bar{M}_j \cdot \bar{n}_{jk}) \int_{S_{jk}} \frac{\bar{R}_{ji}}{R_{ji}^3} dS + \bar{H}_{0i}, \quad (2)$$

где N – число элементарных объемов с постоянным значением намагниченности, выделенных в ферромагнитном материале. Элементарные объемы представляют собой параллелепипеды;

$S_{jk}$  – поверхность K-го элементарного объема;

$\bar{n}_{jk}$  – вектор нормали к K-й поверхности;

$\bar{R}_{ji}$  – вектор, соединяющий точку наблюдения i,

с точкой источника j;

$\bar{H}_{0i}$  – вектор напряженности внешнего источника.

Система расчетных уравнений получается последовательным перемещением точки наблюдения в центр каждого элементарного объема, в результате чего получается матричное уравнение в виде

$$\bar{H} = [A] \bar{M} + \bar{H}_0, \quad (3)$$

где многомерные векторы  $\bar{H}$ ,  $\bar{M}$ ,  $\bar{H}_0$  содержат компоненты векторов напряженности поля и намагниченности в каждом элементарном объеме, а матрица [A] состоит из интегральных коэффициентов, определенных согласно (2).

Решение системы алгебраических уравнений (3) производится итерационным методом, по алгоритмам, приведенным в [4, 5]. Далее предлагается следующее: по определенным значениям векторов намагниченности  $\bar{M}_j$  и напряженности размагничивающего поля  $H_{pj}$  в каждом элементарном объеме определяются усредненные по объему значения коэффициента размагничивания для каждой координаты пространства

$$N_{xi} = \frac{H_{pxi}}{M_{xi}}; \quad N_{yi} = \frac{H_{pyi}}{M_{yi}}; \quad N_{zi} = \frac{H_{pzi}}{M_{zi}}. \quad (4)$$

То есть, коэффициент размагничивания является векторной величиной  $\bar{N}_i$ . Математическая модель каждого элементарного объема при процессе намагничивания может быть представлена структурной схемой, которая приведена на рис. 2.

Значение этих коэффициентов размагничивания дает возможность определить рабочую точку магнитного состояния элементарного объема ферромагнетика на «спинке» петли гистерезиса мате-

риала путем решения для каждого элементарного объема системы уравнений:

$$\begin{cases} H_{pvi} = -N_{vi} M_{vi}, \\ M_{vi} = f(H_{vi}). \end{cases}, \quad (5)$$

где  $v = x, y, z$ .

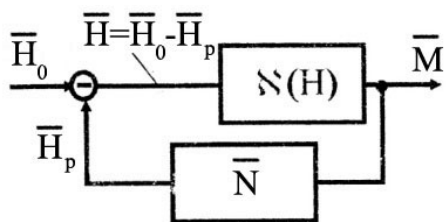


Рис. 2. Структурная схема элементарного объема при намагничивании

Система уравнений (5) решается итерационным способом. Зависимость  $M = f(H)$  задается в виде функции [5]:

$$M = \frac{M_S}{\pi} \left( \arctg \frac{H_c - H_p}{H_0} - \arctg \frac{H_c}{H_0} \right) + \frac{2M_S}{\pi} \left[ 1 - \frac{1}{\pi} \left( \arctg \frac{H_c - H_p}{H_0} - \arctg \frac{H_c}{H_0} \right) \right], \quad (6)$$

где  $M_S$  – значение намагниченности при

$$H_0 = \frac{H_c}{\operatorname{tg} \left( \frac{M_r \cdot \pi}{M_S} \right)}, \quad (7)$$

где  $M_r$  – остаточная намагниченность.

Полученные значения вектора намагниченности  $\bar{M}_i$  для каждого элементарного объема дают возможность рассчитать магнитное поле рассеяния намагниченного объема путем использования формулы (2), в которой  $\bar{H}_{0i}$ .

## 2. Математическая модель процесса намагничивания при размещении феррозондов в свободном пространстве

Рассматривается вариант намагничивания, когда

после подачи тока в обмотку электромагнита, то есть после намагничивания, электромагнит убирается с намагничиваемого участка и поле рассеяния измеряется феррозондами в свободном пространстве.

В этом случае, для определения коэффициентов размагничивания в элементарных объемах полагается, что намагничивание произведено слоем зарядов расположенных в плоскости полюсов, прилегающих к поверхности намагничиваемой ферромагнитной детали (рис. 3).

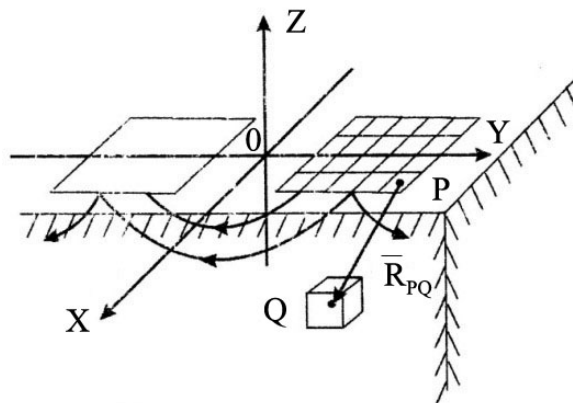


Рис. 3. К расчету коэффициента размагничивания элементарных объемов при намагничивании полюсами электромагнита

То есть, при определении коэффициентов размагничивания элементарных объемов полагается, что намагничивание производится двумя площадками с поверхностной плотностью зарядов  $M_n$ . Функция плотности распределения определяется путем решения интегрального уравнения (1), которое редуцируется к системе алгебраических уравнений (2). После определения функции плотности простого слоя зарядов  $M_n$  по формуле

$$\bar{H}_0 = \frac{1}{4\pi} \int_{S_i} \frac{M_n \bar{R}_{PQ}}{R_{PQ}^3} dS, \quad (8)$$

где  $S_i$  – площадь полюсов. Находится вектор напряженности внешнего поля  $\bar{H}_0$  и решается задача по расчету поля в нелинейной среде таким же способом, как и в предыдущем разделе.

После определения в каждом элементарном объеме векторов  $\bar{M}_i$  и  $\bar{H}_{pi}$  находятся составляющие вектора коэффициента размагничивания  $N_x, N_y, N_z$ .

При расчете векторов намагниченности следует учитывать, что расчет поля под полюсами электромагнита производится только для того, чтобы найти вектор коэффициента размагничивания для элемен-

тарных объемов. При расчете поля рассеяния намагниченного участка необходимо принимать ту намагниченность, которая создается под электромагнитом, а не под его полюсами.

На рис. 4 показаны графики составляющих вектора напряженности магнитного поля рассеяния намагниченного электромагнитом (межполюсное расстояние 24 мм) между полюсами электромагнита и в свободном пространстве.

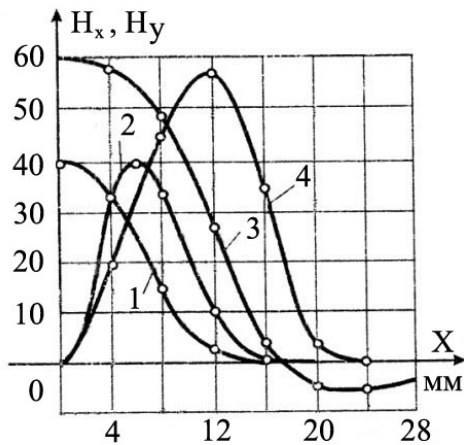


Рис. 4. Составляющие  $H_x$ ,  $H_y$  вектора напряженности между полюсами электромагнита ферромагнитной детали: 1, 2 – составляющие  $H_x$ ,  $H_y$  вектора напряженности между полюсами электромагнита; 3, 4 – составляющие  $H_x$ ,  $H_y$  вектора напряженности в свободном пространстве

## Выводы

1. Разработана математическая модель процесса намагничивания участка ферромагнитной детали электромагнитом с П-образным сердечником, основанная на использовании векторного коэффициента размагничивания для каждого элементарного объема, на которые разбивается ферромагнитная область.

2. Предложена структурная схема процесса намагничивания нелинейного ферромагнетика постоянным магнитным полем.

Математическая модель остаточной намагниченности локального участка ферромагнитной детали может быть использована для расчета устройств дефектоскопии летательных аппаратов.

Предложенный метод позволит увеличить дос-

товерность контроля дефектов деталей, в частности достоверность контроля дефектов в авиационных деталях планера самолета, двигателя, других элементах силовой установки.

## Литература

1. Соколинская, И. Г. О возможности прогнозирования и повышения надежности машин и механизмов по результатам магнитной структуроскопии деталей [Текст] / И. Г. Соколинская // *Техническая диагностика и неразрушающий контроль : международный научно-технический и производственный журнал* / Национальная академия наук Украины (НАНУ), Институт электросварки им. Е. О. Патона (ИЭС); Международная ассоциация «Сварка». – К. : Изд-во МА «Сварка». – 2002. – № 2. – С. 17-20.

2. О возможности контроля металла по результатам измерений коэрцитивной силы [Текст] / В. М. Долинский, Д. Г. Рязов, Б. Г. Новик, С. С. Передерий // *Техническая диагностика и неразрушающий контроль : международный научно-технический и производственный журнал* / Национальная академия наук Украины (НАНУ), Институт электросварки им. Е. О. Патона (ИЭС); Международная ассоциация «Сварка». – К. : Изд-во МА «Сварка». – 2000. – № 4. – С. 26-28.

3. Numerical Calculation of Electromagnetic Fields in Acceleration Cavities Under Precise Consideration of Coupler Structures [Electronic resource] / C. Liu, W. Ackermann, W. F. O. Mueller, T. Weiland // *MOPW009, Proc. of IPAC2014, Dresden, Germany, 2014.* – Access mode: <http://accelconf.web.cern.ch/accelconf/IPAC2014/papers/mopme009.pdf>. – 10.09.2015.

4. Романенко, А. В. Анализ и синтез магнитных систем датчиков линейных перемещений [Текст] : дис. ... канд. техн. наук : 05.09.01 ; защищена 25.12.2003 ; утв. 28.04.2004 / Романенко Андрей Владимирович. – К., 2003. – 219 с.

5. Мельгуй, М. А. Формулы для описания нелинейных и гистерезисных свойств ферромагнетиков. [Текст] / М. А. Мельгуй // *Дефектоскопия.* – 1987. – № 8. – С. 3-9.

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗАЛИШКОВОЇ НАМАГНІЧЕНОСТІ ЛОКАЛЬНОЇ ДІЛЯНКИ  
ФЕРОМАГНІТНОЇ ДЕТАЛІ*****В. В. Яковенко, М. В. Кушнір***

Стаття присвячена питанням розробки моделі розрахунку пристроїв дефектоскопії відповідальних сталевих деталей авіаційних конструкцій, заснованої на нелінійних векторних рівняннях, які вирішуються чисельним методом. Після розрахунку поля намагнічування для визначення залишкової намагніченості використовується векторний коефіцієнт розмагніченості, який розраховується для кожного елементарного об'єму. За відомим значенням намагніченості розраховується поле розсіювання намагніченої ділянки. Математична модель дозволяє розрахувати поле як між полюсами П-образного магніту, що намагнічує, так і у вільному просторі.

**Ключові слова:** математична модель, ферромагнітна деталь, дефектоскопія, нелінійні векторні рівняння, залишкова намагніченість.

**MATHEMATICAL MODEL OF THE RESIDUAL MAGNETIZATION  
OF THE FERROMAGNETIC PARTS OF THE LOCAL AREA*****V. V. Yakovenko, N. V. Kushnir***

The article is devoted to the development of models for calculating critical flaw detection device of steel parts of aircraft structures based on nonlinear vector equations which are solved numerically. After calculating the magnetizing field to determine the residual magnetization vector used demagnetized ratio, which is calculated for each elementary volume. According to the known value of the magnetization is calculated stray field of a magnetized area. The mathematical model allows to calculate the field as between the poles of the magnetizing U-shaped magnet, as well as in free space.

**Key words:** mathematical model, ferromagnetic parts, inspection, non-linear vector equation, the residual magnetization.

**Яковенко Валерій Владимирович** – д-р техн. наук, проф., проф. каф. електротехники, Восточноукраїнський національний університет ім. Володимира Даля, г. Северодонецьк, Україна.

**Кушнір Николай Валентинович** – аспірант кафедри «Електромеханіка», Восточноукраїнський національний університет імені Володимира Даля, г. Северодонецьк, Україна