

УДК 621.646.45: 621.05: 621.454.2

С. А. ШЕВЧЕНКО¹, А. Л. ГРИГОРЬЕВ², М. С. СТЕПАНОВ²¹ Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное», Украина² Национальный технический университет «ХПИ», Украина

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПНЕВМОСИСТЕМЫ ЗАПУСКА ЖРД ПРИ УЧЁТЕ ТЕПЛООБМЕНА ГАЗА СО СТЕНКАМИ ПОЛОСТЕЙ И УТОЧНЕНИИ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА КЛАПАНЫ РЕГУЛЯТОРОВ

Разработана замкнутая дискретно-континуальная модель пневмосистемы запуска ЖРД многократного включения, устанавливаемого на верхние ступени ракет-носителей. Модель описывает колебания параметров газа в трубопроводах, для чего используются уравнения одномерной газовой динамики, и изменения давления и температуры газа в полостях. Особенности модели являются учёт теплообмена между газом и стенками полостей, а также уточнение газодинамических сил, возникающих в зазоре между клапаном и седлом, и усилий замыкающих пружин, где учитываются колебания витков. Доказана сходимость результатов расчёта и эксперимента, полученных по этой модели и при огневых испытаниях двигателя.

Ключевые слова: ЖРД многократного включения, пневмосистема запуска, дискретно - континуальная модель, теплообмен со стенкой, газодинамическая сила, колебания витков пружины.

Введение и цель исследования

В ГП «Конструкторское бюро «Южное»» для ЖРД многократного включения, устанавливаемых на верхних ступенях ракет-носителей, разрабатываются пневмосистемы раскрутки турбонасосного агрегата сжатым газом (напр., гелием или азотом). Особенностью систем является использование высокорасходных пневмоуправляемых регуляторов (поз. 5, рис. 1), которые поддерживают постоянное давление газа на входе в коллектор пусковой турбины, что необходимо для обеспечения идентичности процессов запуска при всех включениях двигателя.

Регулятор является основным агрегатом, определяющим переходные процессы в пневмосистеме запуска при её вступлении в работу и при выключении. Для выбора оптимальных конструктивных параметров регулятора на стадии проектирования важной задачей является разработка замкнутой математической модели, описывающей динамические характеристики всей пневмосистемы запуска.

Пневмосистема запуска вместе с относящейся к ней частью линии управляющего давления содержит 7-мь подвижных элементов (поршни и клапаны), а также более 20-ти обособленных полостей, соединяемых посредством 15-ти дросселированных отверстий и 8-ми трубопроводов различного диаметра и протяженности. В [1, 2] была представлена дискретная математическая модель той части системы, которая описывает динамику регулятора и агрегатов, участвующих в формировании переходных процессов. В модели учтены сжимаемость газа в полостях и некоторые особенности схемы, в частно-

сти возможность отрыва подвижных элементов регулятора друг от друга при их движении между упорами.

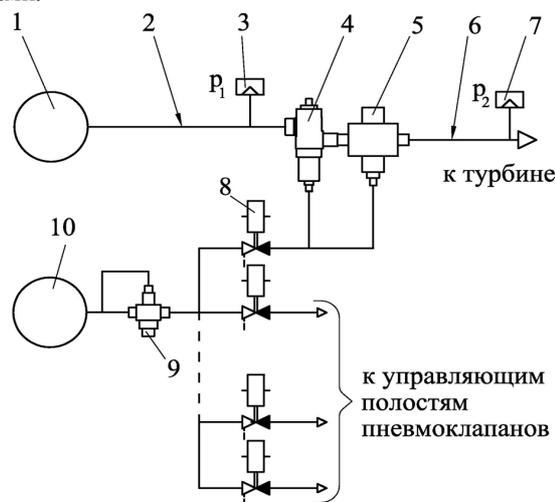


Рис. 1. Схема пневмосистемы запуска ЖРД:
1, 10 – шаробаллоны; 2, 6 – входной и выходной трубопроводы; 3, 7 – датчики давления;
4 – пневмоклапан; 5, 9 – регуляторы давления;
8 – электропневмоклапан

Приведенное в [2] сопоставление расчётных данных с результатами экспериментов выявило их хорошее совпадение для полостей, расположенных за клапаном регулятора 5 (рис. 1). В то же время в эксперименте на испытательном стенде и при огневых испытаниях двигателя были зарегистрированы высокоамплитудные колебания давления (рис. 2) в полостях, располагающихся до этого регулятора; дискретная модель из [1, 2] такие колебания не описывала.

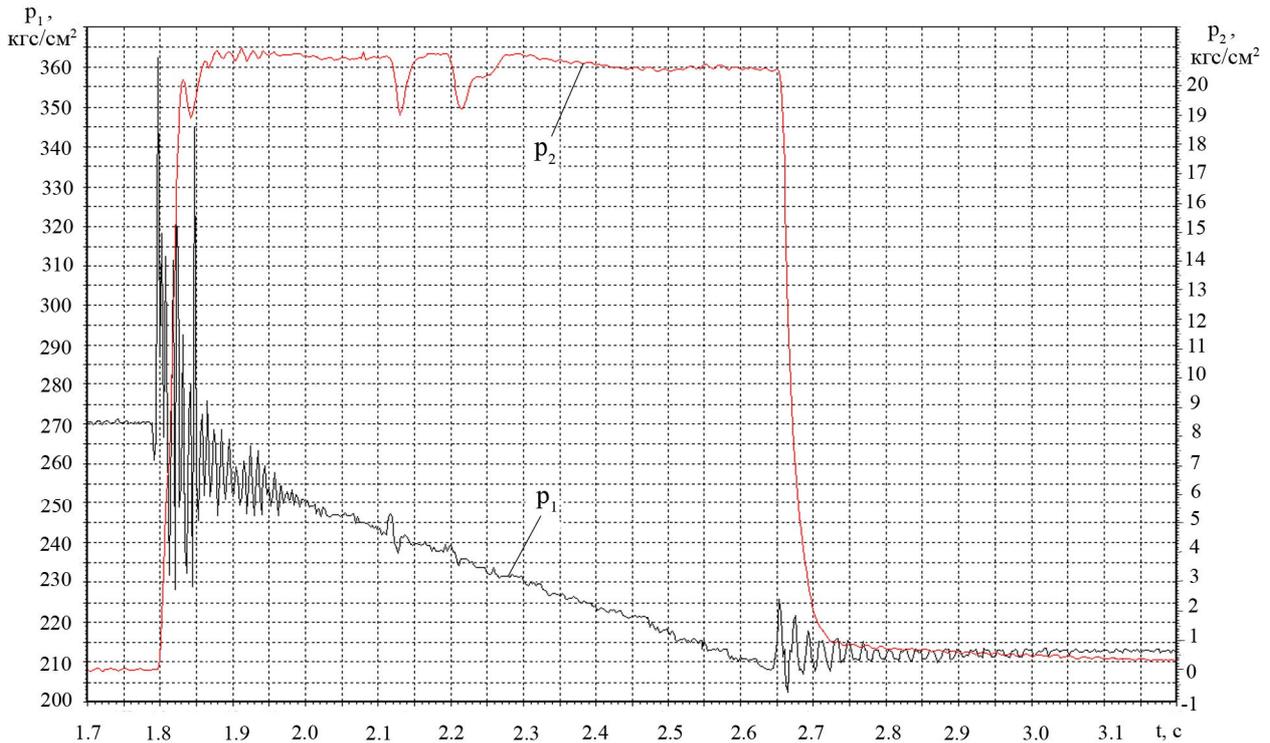


Рис. 2. Колебания давления до и после регулятора при огневом испытании двигателя

Для устранения этого недостатка в [3] был выполнен анализ условий теплообмена между газом и стенками трубопроводов, из которого следовало, что для расчёта трубопроводов 2, 6 (рис. 1) можно использовать адиабатическую, а для трубопроводов линии управления – изотермическую модель одномерного течения газа. Эти две модели описывались односторонней системой уравнений вида

$$\begin{cases} \partial U / \partial t + U \partial U / \partial x + (1/\rho) \partial p / \partial x = -2KU; \\ (1/a^2 \rho) (\partial p / \partial t + U \partial p / \partial x) + \partial U / \partial x = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где x – координата; t – время; U , p , ρ – скорость, давление и плотность газа; K – фактор газодинамического сопротивления, и различались скоростью a распространения волны сжатия:

$$a = \sqrt{kRT} \text{ и } a = \sqrt{RT},$$

соответственно; R , k – газовая постоянная и показатель адиабаты; T – температура газа [3].

В статье [3] описан метод, разработанный для решения системы (1). Чтобы учесть сопротивление и сохранить устойчивость решения при большом наблюдательном времени было предложено в дополнение к паре классических инвариантов Римана $F_{пр}$, $W_{об}$ (рис. 3) учитывать ещё одну пару функций, определяемых уравнениями:

$$\begin{aligned} dW_{пр} / dt + 0.5K(1+M) \cdot W_{пр} &= 0.5K(1+M) \cdot F_{пр}, \\ dF_{об} / dt + 0.5K(1-M) \cdot F_{об} &= 0.5K(1-M) \cdot W_{об}, \end{aligned}$$

где M – число Маха для концевых сечений трубопровода, в которых формируется волна.

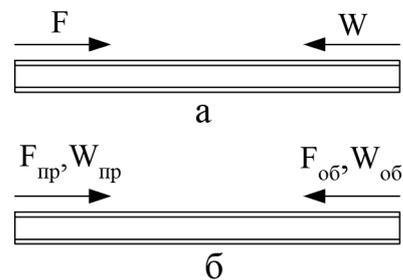


Рис. 3. Инварианты Римана: а – классический, б – уточненный метод

Инвариант $W_{пр}$ распространяется по трубопроводу в ту же сторону, что и $F_{пр}$, и испытывает то же затухание; в известные волновые соотношения между функцией давления $\epsilon(p)$ и скоростью газа

$$F + W = \epsilon(p), \quad F - W = U$$

он входит как слагаемое обратной волны W .

Аналогичную роль играет инвариант $F_{об}$, который является слагаемым прямой волны F .

Использование уточненного метода инвариантов для расчёта трубопроводов пневмосистемы позволило добиться практического совпадения расчётных и экспериментальных значений частот и амплитуд колебаний давления, наблюдаемых во время переходных процессов. Это открыло возможность

для реализации комплекса других уточнений её математической модели, нацеленных на максимальное увеличение надёжности, точности и информативности получаемых результатов.

Задачи и результаты исследования

Прежде всего, была поставлена задача учета теплообмена между газом и стенками полостей. Известно, что в агрегатах пневмоавтоматики учёт теплообмена обычно подменяют выбором подходящей модели для описания сжатия газа в полости. Причём предпочтение отдают крайним случаям – адиабатической модели (когда теплообменом можно пренебречь, напр., в силу скоротечности процесса) или изотермической модели (когда теплообмен значительно сильнее нагрева газа от сжатия, что характерно для длительных процессов). Сложность решаемой задачи состоит в том, что пневмосистему запуска ЖРД, основываясь только лишь на длительности её рабочего цикла, нельзя с уверенностью отнести ни к первому, ни ко второму типу.

Поэтому в [1] для полостей использовалась изотермическая модель, а в [2] ей на смену пришла адиабатическая модель, после чего было выполнено сравнение результатов. Оказалось, что в тупиковых полостях после перехода к адиабатической модели максимальные расчётные значения температуры газа возросли в 2 раза, и это заметно повлияло на процесс массообмена и расчётные давления газа. Измерить температуру газа в этих полостях сложно, поэтому просматривался один выход: довериться физике, но впредь вычислять температуру газа с учётом теплообмена со стенками.

Вторая группа изменений касалась уточнения сил, действующих на клапаны пневмосистемы. В модели [1, 2] при расчёте параметров движения клапана учитывались следующие силы:

– сила давления газа

$$F_d = f_{\text{кл}} \cdot \Delta p,$$

где $f_{\text{кл}}$ – площадь седла клапана;

$\Delta p = p_1 - p_2$ – перепад давлений газа на клапане,

– сила замыкающей пружины

$$F_{\text{п}}(t) = z_{\text{пр}} \cdot [x_0 \pm x(t)] \mp (1/3) \cdot m_{\text{пр}} \cdot \ddot{x}(t)$$

где $m_{\text{пр}}$, $z_{\text{пр}}$, x_0 – масса, коэффициент жесткости и предварительная деформация пружины;

$x(t)$ – подъём клапана,

– сила сухого трения в манжете

$$F_{\text{с.тр}} \approx 20 \dots 30 \text{ Н},$$

причём последняя сила была здесь самой слабой.

Следовательно, величина $F_{\text{min}} = 20 \text{ Н}$ определила нижний предел для уточняющей силы, включаемой в расчёт.

Свой предел был установлен и для частоты изменения этой силы. Учёт динамики столба газа в трубопроводах пневмосистемы, имеющих различные длины $L_{\text{тр.}j}$, привёл к появлению на расчётных кривых высокочастотных колебаний давления газа с частотами

$$\nu_j = 2L_{\text{тр.}j} / a;$$

максимальная частота (при работе на гелии) составила приблизительно $\nu_{\text{max}} = 1500 \text{ Гц}$, что и обозначило указанный предел.

Таким образом, для повышения точности модели предстояло найти неучтённые силы, амплитуда которых превышает $F_{\text{min}} = 20 \text{ Н}$, а частота не превосходит $\nu_{\text{max}} = 1500 \text{ Гц}$. Среди известных сил указанному условию удовлетворяют газодинамические силы [4, 5], возникающие между клапаном и седлом, а также силы инерции витков замыкающей пружины, возникающие при её колебаниях [6].

В следующих разделах статьи мы получим формулы для учёта теплообмена и расчёта дополнительных сил, а затем дадим описание уточнённой модели пневмосистемы запуска ЖРД.

Расчёт коэффициентов теплоотдачи

В тепловых двигателях расчёт потока тепла q_j , уходящего от газа в стенку j -ой полости, как правило, производится по формуле

$$q_j = \alpha_{\text{от.}j} \cdot f_{\text{ст.}j} \cdot (T_j - T_{\text{ст.}j}), \quad (2)$$

где T_j – средняя температура газа в полости;

$\alpha_{\text{от.}j}$, $f_{\text{ст.}j}$, $T_{\text{ст.}j}$ – коэффициент теплоотдачи, площадь стенки и температура внутренней поверхности стенки, соответственно; коэффициенты $\alpha_{\text{от.}j}$ определяют обработкой индикаторных диаграмм, полученных для сходных условий.

Для большинства полостей пневмосистемы запуска ЖРД экспериментальный путь определения $\alpha_{\text{от.}j}$ весьма затруднителен. Поэтому его заменили расчётным, который базируется на использовании формулы Михеева и других зависимостей.

Формула Михеева описывает теплоотдачу от турбулентных потоков газа и имеет вид:

$$\alpha_{\text{от}} = 0.021 \cdot \text{Re}^{0.8} \cdot \text{Pr}^{0.43} \cdot \lambda / h, \quad (3)$$

где $Pt = c_p \mu_r / \lambda$ – число Прандтля; λ – теплопроводность газа; c_p – его теплоёмкость при постоянном давлении, h – поперечный размер течения.

В формулу (3) входит число Рейнольдса

$$Re = U_j \cdot \rho_j \cdot h_j / \mu_r,$$

где ρ_j – плотность газа в полости j ; U_j – характерное значение скорости газа; μ_r – его динамическая вязкость. Чтобы использовать (3), нужно знать величину скорости U_j и размер h_j . Порядок вычисления этих величин зависит от типа полости.

В тупиковой полости, имеющей форму цилиндрической щели (рис. 4 а), размер h_j равен зазору между поршнем и дном полости, а средняя скорость газа в щели определяется по характерному периметру течения $\Pi_j = \pi \cdot D_{*,j}$, где диаметр $D_{*,j}$ составляет 0.7 от диаметра поршня D_j . Тогда

$$U_j \cdot \rho_j \cdot h_j = |\dot{m}_j| / \Pi_j, \quad (4)$$

где \dot{m}_j – это поток массы, приходящей в полость или уходящей из неё в данный момент времени.

Правило (4) применялось и для других типов полостей, причём

– для цилиндрической полости (рис. 4 в)

$$\Pi_j = 0.25 \cdot \pi \cdot D,$$

– а для кольцевого канала (рис. 4 б)

$$\Pi_j = \pi \cdot (r_1 + r_2),$$

что обеспечивает выполнение условия

$$\Pi_j \cdot h_j = f_{сеч} \quad \text{и} \quad \Pi_j \cdot h_j = 0.5 \cdot f_{сеч}$$

для проточной и непроточной полости, соответственно. Причем для первого случая размер h_j равен диаметру полости, а для второго – разности внешне-го r_1 и внутреннего r_2 радиусов полости.

Применение формулы (3) для проточных полостей дало значения $\alpha_{от} = 3 \dots 5 \cdot 10^3$ Вт / (м²град), а для тупиковых – на 2 порядка меньше, поскольку там наблюдаются значительно меньшие скорости газа. Но здесь зазор h_j очень мал, и теплообмен, вызванный принудительной конвекцией, усиливается за счёт теплопроводности газа.

Для количественной оценки эффекта теплопроводности была решена следующая модельная задача. В плоский зазор шириной h зашёл газ, имеющий начальную, избыточную по отношению к температуре стенки, температуру T_0 . Требуется рассчитать изменение избыточной температуры

$T(x, t)$ и определить коэффициент теплоотдачи от газа к стенке.

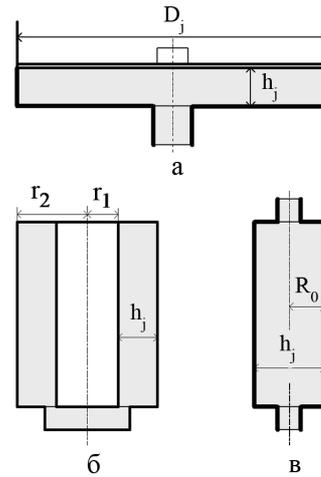


Рис. 4. Формы полостей пневмосистемы

При решении будем предполагать, что температура стенки не изменяется, а продольные размеры зазора значительно больше его ширины. Тогда поставленная задача приводит к одномерному уравнению теплопроводности

$$c_p \rho \cdot \partial T / \partial t = \lambda \cdot \partial^2 T / \partial x^2,$$

а также граничному и начальному условию

$$T(\pm h / 2, t) = 0; \quad \frac{1}{h} \cdot \int_{-h/2}^{h/2} T(x, 0) dx = T_0,$$

где интеграл вычисляет среднее значение температуры слоя в начальный момент времени $t = 0$, а $x \in [-h / 2, h / 2]$ – это поперечная координата.

В силу симметрии задачи её решение будем искать в следующем виде:

$$T(x, t) = T_1 \cdot \exp(-\alpha \beta^2 t) \cdot \cos(\beta x),$$

где $\alpha = \lambda / (c_p \rho)$ – коэффициент температуропроводности газа.

В силу граничного условия получаем:

$$T(x, t) = T_1 \cdot \exp(-\gamma t) \cdot \cos(\pi x / h).$$

Учтём начальное условие:

$$\frac{1}{h} \cdot \int_{-h/2}^{h/2} T_1 \cdot \exp(-\gamma \cdot 0) \cdot \cos(\pi x / h) dx = T_0,$$

откуда

$$\frac{1}{h} \cdot T_1 \cdot 2 \cdot (h / \pi) \cdot \sin(\pi / 2) = T_0 \quad \text{и} \quad T_1 = T_0 \cdot \pi / 2.$$

Следовательно, градиент температуры газа вблизи внутренней поверхности стенки равен

$$-\partial T(x, t) / \partial x = T_0 \cdot (\pi^2 / 2) / h,$$

то есть,

$$\alpha_{от} = -\partial T(x, t) / \partial x \cdot \lambda / T_0 = \pi^2 \lambda / (2h) \approx 4.94 \lambda / h . \quad (5)$$

Заметим, что полученный результат не зависит от величины температуры газа в полости и характера её изменения, поэтому коэффициент теплоотдачи (5) можно применять не только в модельной, но и в реальной задаче.

Аналогичная задача была решена для полости цилиндрической формы (рис. 4 в); коэффициент теплоотдачи оказался равен

$$\alpha_{от} = \frac{x_1^2}{h} \cdot \lambda \approx \frac{5.76 \cdot \lambda}{h} , \quad (6)$$

где $x_1 \approx 2.40$ – 1-ый корень функции Бесселя $J_0(x)$.

Формулы (5) и (6) имеют близкие числовые коэффициенты и одинаковую форму. Учитывая приближённый характер использованной теории, при расчёте всех полостей пневмосистемы пользовались общей формулой

$$\alpha_{от} = 5 \lambda / h . \quad (7)$$

Для гелия при величине зазора $h_j = 3$ мм по формуле (7) получаем

$$\alpha_{от,j} \approx 250 \text{ Вт} / (\text{м}^2 / \text{град}) ,$$

что способно оказать заметное влияние на результат теплового расчёта полости.

Расчет температуры для стенки полости

Для решения этой задачи был разработан метод, подобный описанному в [8], но отличающийся рядом новых моментов. Как и в [8], материал стенки считался однородным, а его характеристики – не зависящими от температуры; кривизной стенки пренебрегали. Но в нашем расчёте стенка имеет конечную толщину. В результате для температурного поля в стенке (рис. 5) получили одномерное нестационарное уравнение теплопроводности

$$\rho_{ст} c_{ст} \partial T / \partial t = \lambda_{ст} \partial^2 T / \partial l^2 ,$$

которое решалось при граничных условиях

$$\partial T_c(l_{ст}, t) / \partial l = 0, \quad T_c(0, t) = T_{ст}(t) ,$$

и начальном условии $T_c(l, 0) = T_{ст}(0)$,

где $\rho_{ст}$, $c_{ст}$, $\lambda_{ст}$ – плотность, удельная теплоёмкость и теплопроводность материала стенки;

l – координата сечения стенки;

$l_{ст}$ – толщина стенки.

Решение этой задачи методами операционного исчисления дано в [3], где была получена следующая зависимость между значениями градиента температур $\partial T_c(0, t) / \partial l$ на внутренней поверхности

трубы и изменением её температуры:

$$\partial T_c(0, t) / \partial l = - \int_0^t WT(t - \tau) \cdot T'_{ст}(\tau) d\tau . \quad (8)$$

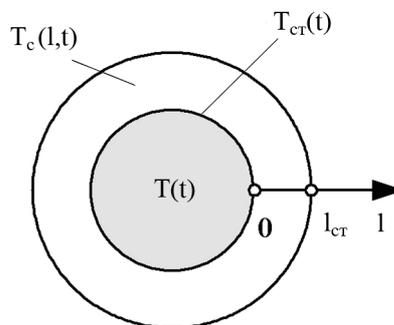


Рис. 5. Температура газа $T(t)$ и поле температур $T_c(l, t)$ в стенке полости

Разностное ядро, использованное в сверточном интеграле (8), определяется формулой

$$WT(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi \alpha_{ст} t}} \left[1 + 2 \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j \exp(-l_{стj}^2 / (\alpha_{ст} t)) \right] ,$$

и имеет вид, показанный на рис. 6. Там же приведен график функции

$$WT0(t) = 1 / \sqrt{\pi \alpha_{ст} t} ,$$

которая с той же целью использовалась в [8].

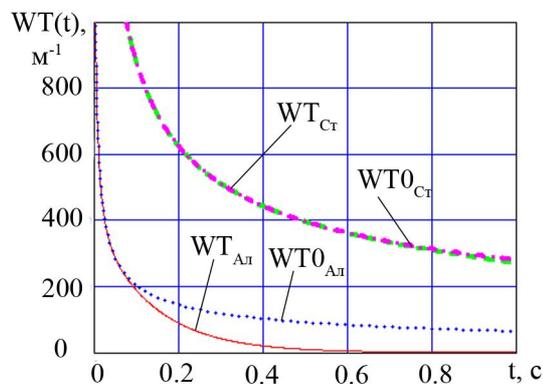


Рис. 6. Формы ядра сверточного интеграла (8): Ал – для алюминиевого сплава; Ст – для стали

Верхние кривые рис. 6 отвечают стенке трубопроводов, изготовленных из нержавеющей стали (на данном промежутке времени графики ядер сливаются), а нижние – стенкам полостей, изготовленных из алюминиевого сплава. Расхождение между нижними кривыми означает, что при расчёте теплообмена в полостях необходимо учитывать толщину стенки.

Далее используется закон Ньютона – Рихмана для теплообмена, который приводит к следующему интегро-дифференциальному уравнению:

$$\alpha_{от}(T(t) - T_{ст}(t)) = \lambda_{ст} \int_0^t WT(t - \tau) \Gamma'_{ст}(\tau) d\tau. \quad (9)$$

В [8] подобное уравнение решалось при использовании функциональных рядов, и решение оказалось сложным. Поэтому мы пошли по пути, который в гидромеханике впервые использовал В. Зилке (фирма «Боинг»). В статье [9] он аппроксимировал разностное ядро, описывающее трение в нестационарном ламинарном потоке, функцией вида

$$y_{ап} = \sum_{i=1}^N k_i \cdot \exp(-e_i \cdot t), \quad k_i, e_i > 0, \quad (10)$$

где в его случае было использовано значение $N = 5$.

Такой путь позволяет заменить трудоёмкое вычисление сверточного интеграла решением обыкновенных дифференциальных уравнений.

По случайному совпадению, аппроксимация ядра $WT(t)$, проведенная для промежутка времени $10^{-5} \text{сек} < t < 1.2 \text{сек}$, что отвечает временному диапазону от шага интегрирования $\Delta t \approx 10^{-5} \text{сек}$ до продолжительности $t_{набл} \approx 1.2 \text{сек}$ одного включения двигателя, также использует 5-ть экспонент.

Ядро интеграла (8) имеет интегрируемую особенность при $t = 0$, поэтому распространять аппроксимацию (10) на окрестность нуля нельзя, а интегрирование по частям приводит к следующему результату:

$$\int_0^t WT(t - \tau) \Gamma'_{ст}(\tau) d\tau = \left\| \int_0^{\Delta t} (WT(\tau) - y_{ап}(\tau)) d\tau = k_0 \right\| = \frac{T_{ст}(t) - T_{ст}(t - \Delta t)}{\Delta t} k_0 + \sum_{i=1}^5 k_i(t) \Delta T_{ст}(t) + \sum_{i=1}^5 mQ_i(t),$$

где т.н. температурные моменты mQ_i удовлетворяют простейшим дифференциальным уравнениям

$$dmQ_i(t) / dt + e_i \cdot mQ_i(t) = e_i \cdot k_i \cdot \Delta T_{ст}(t), \quad (11)$$

при нулевых начальных условиях $mQ_i(0) = 0$, а функция $\Delta T_{ст}(t)$ обозначает изменение температуры стенки от её начального уровня,

$$\Delta T_{ст}(t) = T_{ст}(t) - T_{ст}(0).$$

Подстановка полученного результата в (9) приводит к линейному уравнению относительно неизвестной температуры стенки $T_{ст}(t)$.

Результаты учёта теплообмена

Главным результатом учёта теплообмена является уточнение расчётных значений давлений, действующих на клапаны. Кроме того, анализируя кон-

кретные результаты, можно сделать вывод о целесообразности данного уточнения модели.

Отказ от изотермической модели оказался оправданным, поскольку рабочие температуры для некоторых пар соседних полостей разошлись на 100 и более градусов, что не могло не повлиять на результаты расчёта массообмена и, как следствие, расчётные значения давлений газа.

Максимальные пиковые температуры газа наблюдаются в тупиковых полостях, где за счёт двухступенчатого сжатия газ нагревается до 600 К.

Интенсивность снижения пиковых значений температуры зависит от продолжительности колебаний поршня, который обеспечивает «вентилирование» полости. Теплообмен оказывает заметное влияние на ограничение пиковых значений, а также на интенсивность их последующего снижения.

Температуры внутренних поверхностей стенок в тупиковых полостях увеличиваются максимум на 1.5 градуса, а в полупроточных полостях – на 12 градусов от их начального значения, чем можно пренебречь; в проточных полостях эти температуры близки к температуре проходящего газа.

Уточнение коэффициента теплоотдачи по формуле (8) существенно повлияло на ход температур в тупиковых полостях во время установившегося процесса; в частности, оно сильно изменило начальные условия для второго переходного процесса, происходящего при выключении устройства.

Следовательно, учёт теплообмена газа со стенками является важным фактором повышения точности результатов моделирования пневмосистемы.

Последний вывод можно проиллюстрировать следующим примером: без учета теплообмена температура под нижним поршнем сервопривода регулятора 5 к началу выключения составляла около 500 К, а после учёта теплообмена – около 330 К.

Расчёт газодинамических сил, действующих на клапаны

О существовании таких сил сказано, напр., в [4, 6], там же приведены приближённые формулы для их вычисления. Поскольку эти формулы имеют разный вид и приводят к несовпадающим значениям для искомой силы, авторы были вынуждены провести собственное исследование на эту тему.

Схема течения газа через клапаны регуляторов пневмосистемы показана на рис. 7. По горловине, имеющей площадь μf , движется поток массы \dot{m} и центробежной силой прижимается к тарелке клапана. Пусть средний радиус поворота равен $R_{п}$, угол поворота равен φ (радиан), скорость газа равна U , где $\varphi = 0.5 \cdot \varphi_k + 0.5 \cdot \varphi_d$, φ_k, φ_d – углы входного

конфузора и выходного диффузора, соответственно. Тогда центробежная сила равна

$$F_{цб} \approx \rho \cdot \mu f \cdot U^2 / R_{п} \cdot \int_{-\varphi_k/2}^{\varphi_d/2} \cos \varphi \cdot R_{п} d\varphi = \\ = \dot{m} \cdot U \cdot [\sin(\varphi_d/2) + \sin(\varphi_k/2)] \approx \varphi \cdot \dot{m} \cdot U,$$

где ρ – плотность газа в горловине; $U^2 / R_{п}$ – центробежное ускорение.

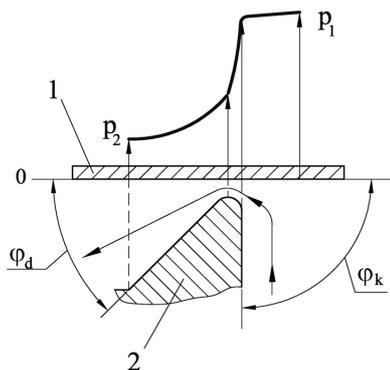


Рис. 7. Течение газа через клапан регулятора: 1 – клапан; 2 – седло

Учтём, что поток в горловине является критическим, поэтому

$$U = a, a^2 = kRT_{кр} = k \cdot p_{кр} / \rho_{кр}, \dot{m} = \mu f \cdot \rho_{кр} \cdot U,$$

откуда

$$F_{цб} \approx \varphi \cdot \dot{m} \cdot U = \varphi \cdot \mu f \cdot \rho_{кр} \cdot U^2 = \\ = \varphi \cdot \mu f \cdot \rho_{кр} \cdot k \cdot p_{кр} / \rho_{кр} = k \cdot \varphi \cdot \mu f \cdot p_{кр}.$$

Осталось учесть, что

$$p_{кр} \approx 0.5 \cdot p_1 \approx 0.5 \cdot (p_1 - p_2),$$

и мы получим искомую формулу для центробежной силы в горловине клапана регулятора

$$F_{цб} \approx (k/2) \cdot \varphi \cdot \mu f \cdot |p_1 - p_2|, \quad (12)$$

где p_1, p_2 – давления газа в полостях до и после регулятора; k – показатель адиабаты.

Использование модуля отражает тот факт, что центробежная сила при любом направлении течения газа через клапан является силой отталкивания.

Далее мы учтём, что течение имеет сужающийся и расширяющийся участки, которые можно анализировать по формулам расчёта сопла [10, § 24]. В результате получена эпюра давления, показанная на рис. 7, а также формула для газодинамической силы:

$$F_c \approx K_c \cdot \mu f \cdot (p_1 - p_2), \quad (13)$$

где для пневмоклапана 4 и клапана основного регулятора 5 коэффициент $K_c = 0.5$, а для управляюще-

го регулятора 9 коэффициент $K_c = 0.65$.

Для регуляторов сила (13) является притягивающей, а для пневмоклапана – отталкивающей.

Во всех рассмотренных случаях газодинамическая сила является алгебраической суммой двух сил

$$F_{г.д} = F_{цб} + F_c,$$

а её учёт сводится к корректировке площади, на которую действует перепад давлений $p_1 - p_2$. Так, для пневмосистемы, работающей на гелии, величина этой корректировки вычислялась по формуле

$$\Delta f = K_{ef} \cdot \mu f, \quad (14)$$

где для регуляторов 5, 9 и пневмоклапана 4 (рис. 1) величина безразмерного коэффициента K_{ef} составляла 0.325, 0.175 и 1.25, соответственно.

Заметим, что в правой части (14) площадь μf зависит от подъёма клапана, то есть является переменной величиной, и это новое обстоятельство необходимо учитывать при вычислении текущих значений объёмов полостей.

В статье [5] приведены результаты экспериментального определения величины газодинамической силы, действующей на плоский клапан при его различных подъёмах и известных значениях перепада давлений; применение для этого же клапана формул (12) – (14) привело к практическому совпадению результатов расчёта и эксперимента.

Расчёт газодинамической силы, действующей на поршень сервопривода

Для моделирования начала движения этого поршня, имеющего запирающий пояс, притертый к седлу, пришлось решить следующую модельную задачу. В плоском зазоре, ограниченном на тарелке клапана радиусами $r < x < R$, располагается газ, обладающий известной вязкостью. Внутри радиуса r действует избыточное давление p_0 , за пределами внешнего радиуса R избыточное давление отсутствует (рис. 8). Через прецизионный зазор происходит утечка газа, но при малом зазоре она очень мала. А внутрь зазора проникает осесимметричное поле избыточного давления $p(x)$, которое уменьшается от p_0 при $x = r$ до 0 при $x = R$. Требуется определить силу, с которой это давление действует на поршень.

Зазор δ в нашем случае считается малым, поэтому течение является ламинарным. При таком течении изменение давления пропорционально (с некоторым коэффициентом η) скорости, то есть

$$dp(x)/dx = -\eta \cdot U(x). \quad (15)$$

При перетекании газа через прецизионный зазор считать, что он несжимаемый, было бы неверно.

Больше подходит другое предположение: температура газа в малом зазоре не изменяется, поскольку она близка к температуре стенки этого канала.

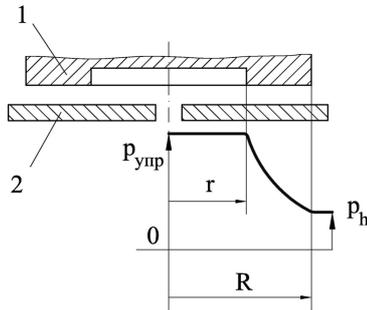


Рис. 8. Поле давлений газа в плоском зазоре: 1 – поршень; 2 – опора

Известно, что при изотермическом течении плотность газа пропорциональна давлению. Умножим обе части (15) на переменную плотность $\rho(x)$

$$\rho(x) \cdot dp(x) / dx = -\eta \cdot \rho(x) \cdot U(x),$$

и учтём, что величина $\rho(x) \cdot U(x)$ уменьшается пропорционально увеличению радиуса x .

Получаем дифференциальное уравнение

$$dp^2(x) / dx = -C / x$$

и два граничных условия $p(r) = p_0$, $p(R) = 0$, из которых можно найти не только поле давлений, но и неизвестный коэффициент C .

Решение этой задачи имеет вид:

$$p(x) = p_0 \cdot \sqrt{\ln(x/R) / \ln(r/R)}.$$

Составим интеграл для силы давления на клапан и упростим его (подробности замен и интегрирования по частям в тексте статьи опускаем):

$$F_{\text{давл}} = p_0 \cdot \pi r^2 + p_0 \cdot 2\pi \cdot \int_r^R \sqrt{\frac{\ln(x/R)}{\ln(r/R)}} \cdot x \, dx =$$

$$= p_0 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \int_0^1 \exp(-\ln \frac{R^2}{r^2} z^2) dz.$$

Полученный интеграл можно вычислить по значениям функции Лапласа или численно.

Следовательно, при динамическом расчёте поршня сервопривода следует считать, что избыточное давление газа p_0 действует на площадь

$$f = \pi \cdot R^2 \cdot \int_0^1 \exp(-\ln \frac{R^2}{r^2} z^2) dz.$$

Для пневмосистемы, работающей на гелии, имеем $r = 8 \text{ мм}$, $R = 12 \text{ мм}$, $f = 3.79 \text{ см}^2$, что отвечает эффективному радиусу $R_{\text{ef}} = 10.98 \text{ мм}$.

Расчёт страгивающей силы

Если зазор δ между поршнем и плоским седлом очень мал, то при подъёме поршня на запорном поясе возникает разрежение, которое пытается затормозить подъём (рис. 9). Поэтому в методике расчёта учтена дополнительная прижимающая сила, которая возникает при условии, что подъём поршня равен 0; её величина определяется по формуле

$$F_{\text{страг}} = f_{\text{зап}} \cdot p_h,$$

где $f_{\text{зап}}$ – площадь запорного пояса; p_h – давление в дренажной системе.

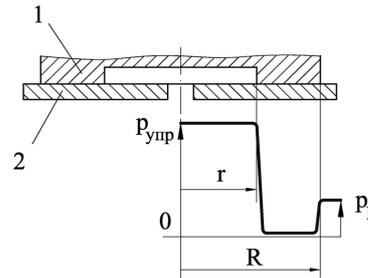


Рис. 9. Поле давлений при страгивании поршня: 1 – поршень; 2 – опора

Сила $F_{\text{страг}}$ суммируется с усилием замыкающей пружины и силой сухого трения покоя, возникающей в уплотнительной манжете этого поршня.

Расчёт силы замыкающей пружины с учётом колебаний её витков

В динамике механизмов цилиндрическую пружину сжатия рассматривают в качестве одного из простейших элементов, описываемого моделью с распределёнными параметрами. Проще пружины оказываются только упругие стержни, в которых возбуждают продольные деформации, а самая простая динамическая модель пружины называется моделью эквивалентного стержня.

Уравнения модели имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \partial Q / \partial t = -K_{\text{пр}} \cdot \partial U / \partial x; \\ \partial U / \partial t = -m_{\text{пр}}^{-1} \cdot \partial Q / \partial x - 2f_v \cdot U + 2f_h \cdot \partial^2 U / \partial x^2, \end{cases} \quad (16)$$

где $Q(x, t)$, $U(x, t)$ – перерезывающая сила и скорость движения x -го сечения пружины в момент времени t ; $t > 0$; f_v , f_h – коэффициенты внешнего и внутреннего трения; $F_{\text{пр}} = Q(0, t)$.

От коэффициентов трения f_v , f_h (а также от трения в опорном витке) зависит декремент затухания колебаний $\delta_{\text{п}}$. В этой модели пружину условно заменяют прямолинейным стержнем, имеющим ту же массу, что и рабочие витки пружины, и ту же

продольную жёсткость. Величину основной частоты колебаний находят по формуле

$$\nu_{\text{пр}} = 0.5 \cdot \sqrt{z_{\text{пр}} / m_{\text{пр}}}, \quad [\text{Гц}]$$

где $z_{\text{пр}}$, $m_{\text{пр}}$ – коэффициент жёсткости и масса рабочих витков пружины.

Величина $T_{\text{п}} = 1 / \nu_{\text{пр}}$ определяет основной период колебаний пружины. Для пневмосистемы, работающей на гелии, значения частот $\nu_{\text{пр}}$ составляют от 275 Гц до 1280 Гц, то есть превышают частоты колебаний, которые зарегистрированы в эксперименте, в два раза (и более). Следовательно:

- колебания витков не играют ключевой роли;
- их если и нужно учитывать, то при использовании простейшего метода;
- если такой метод найдётся, то их следует учесть, поскольку уже учтены колебания столбов газа в трубопроводах, имеющих близкие частоты.

Последняя рекомендация имеет особое значение для пружин регулятора 5, клапан которого большую часть рабочего цикла находится в движении.

Подходящий метод расчёта пружины был разработан в середине 1980-х годов [11] и используется в дизелестроении [12]. Формула для расчёта силы пружины $F_{\text{пр}}(t)$ имеет вид суммы однотипных слагаемых, использующих значения скорости и перемещения движущегося торца пружины, вычисленные в моменты t , $t - T_{\text{п}}$, $t - 2T_{\text{п}}$, и так далее:

$$F_{\text{пр}} = z_{\text{пр}} \left[x_0 + 0.5h(t) + \sum_{j=1}^{j \leq t/T_{\text{п}}} h(t - jT_{\text{п}}) e^{-\delta_{\text{п}} j} \right]. \quad (17)$$

Здесь $h(t) = T_{\text{п}} \dot{x}(t) + \delta_{\text{п}} x(t)$, $z_{\text{пр}}$, x_0 – коэффициент жёсткости и предварительная деформация пружины (при времени $t \leq 0$), $x(t)$ – перемещение опоры при $t > 0$, $\delta_{\text{п}}$ – логарифмический декремент затухания колебаний, $\delta_{\text{п}} = 0.05 \dots 0.1$.

Заметим, что если период $T_{\text{п}}$ колебаний мал, то результат использования формулы (17) близок к значению этой силы по модели пружины, которую используют при медленных деформациях (когда межвитковый зазор изменяется равномерно):

$$F_{\text{п}}(t) = K_{\text{пр}} \cdot [x_0 + x(t)] - (1/3) \cdot m_{\text{пр}} \cdot \ddot{x}(t). \quad (18)$$

Но при интенсивных деформациях, как это следует из формулы (17), сила пружины оказывается пропорциональной скорости деформации, и здесь влияние колебаний становится существенным. При использовании формулы (17) к массе движущейся опоры прибавлять 1/3 массы пружины не нужно.

Влияние колебаний витков на изменение вели-

чины силы пружины основного регулятора проиллюстрировано на рис. 10 (красный график – формула (17), синий – формула (18)). Отклонение силы от её квазистатического значения достигает 10 %, но из-за большой разницы в частотах оно не оказывает решающего воздействия на колебание клапана (хотя и существенно корректирует влияние сухого трения, принимающего значения того же порядка).

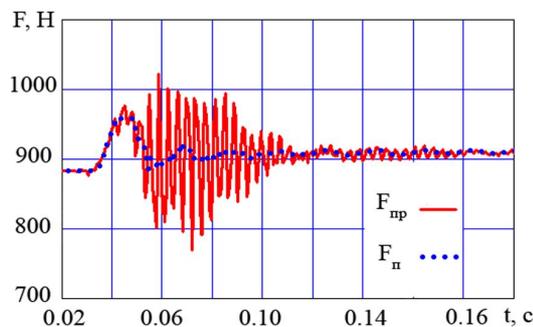


Рис. 10. Расчётные значения силы пружины регулятора с учётом и без учета колебаний витков

Аналогичные результаты получены и для других пружин пневмосистемы.

Следует сообщить и ещё об одном качественном результате: после того, как для 6-ти пружин пневмосистемы стали учитывать колебания витков, расчётные осциллограммы стали «чище», то есть высокочастотный полигармонический шум ослабел.

Уточненная дискретно-континуальная модель пневмосистемы запуска ЖРД

Дискретная часть модели включает следующие уравнения:

– сжимаемости газа для полостей

$$\frac{V_j}{k p_j} \frac{d p_j}{d t} = \frac{R}{p_j} \sum_i \dot{m}_{i,j} \cdot \sigma(T_i, T_j) + \sum_n f_{n,j} \cdot C_n - \frac{k-1}{k p_j} q_j,$$

$$\text{где } q_j = \alpha_{\text{от},j} f_{\text{ст},j} (T_j - T_{\text{ст},j}); \quad \sigma(T_i, T_j) = \begin{cases} T_i, \dot{m}_{i,j} \leq 0; \\ T_j, \dot{m}_{i,j} > 0; \end{cases}$$

– неразрывности для массы газа

$$dM_j / dt = \sum_1 \dot{m}_{1,j};$$

– изменения объёмов полостей

$$dV_j / dt = \sum_n f_{n,j} \cdot C_n;$$

– закон Клапейрона для газа в полости

$$T_j = p_j \cdot V_j / (R \cdot M_j);$$

– движения клапанов и поршней

$$M_n dC_n / dt = - \sum_j f_{n,j} p_j - F_{\text{пр},n} - F_{\text{тр}}; \quad dX_n / dt = C_n,$$

где $F_{тр}$ – это сила трения в манжете.

Величина $\dot{m}_{i,j}$ обозначает поток массы, приходящей в j -ю полость из i -й полости (или трубопровода); её значения определяются по известной формуле Сен-Венана [4], либо по скорости и плотности газа в конечном сечении трубопровода [3]. $C_n, f_{n,j}$ – это скорость n -го поршня и его площадь, контактирующая с полостью j .

Континуальная часть модели включает системы уравнений в частных производных вида (1) и (16), описывающие изменения параметров газа в трубопроводах и силы пружин $F_{пр,n}$ с учётом колебаний витков. А также интегро-дифференциальные уравнения вида (9), которые описывают изменение температуры $T_{ст,j}$ стенок j -й полости.

Использование описанных выше методов позволило найти приближённое решение этих сложных уравнений на основе решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений (или уравнений с запаздывающей правой частью). Для пневмосистемы, работающей на гелии, общий порядок системы дифференциальных уравнений превысил 150, но для современного компьютера интегрирование таких систем не составляет проблемы.

Каждое включение ЖРД для большинства параметров пневмосистемы моделируется при идентичных (например, при нулевых) начальных условиях, но некоторые условия учитывают уменьшение давления газа в шаробаллонах. Расчёт одного включения занимает несколько минут. Некоторые различия между кривыми, представленными на рис. 2 и 11, объясняются изменением управляющего давления при параллельном включении других пневмоклапанов двигателя (в расчете не учитывалось).

Выводы

1. Разработана уточненная дискретно - континуальная замкнутая математическая модель пневмосистемы запуска ЖРД многоразового включения, которая учитывает колебания параметров газа в трубопроводах, сжимаемость, нагрев и теплообмен газа со стенками полостей, газодинамические силы, действующие на клапаны, колебания витков замыкающих пружин, размыкания кинематической цепи в сервоприводах регуляторов, сухое трение в уплотнительных манжетах.

2. Доказана сходимость результатов расчёта и эксперимента, полученных по этой модели и при огневых испытаниях двигателя.

3. Получены формулы для расчёта коэффициентов теплоотдачи от газа к стенкам для полостей разных форм, используемых в пневмосистеме.

4. Разработан новый приближённый метод решения интегро-дифференциального уравнения, описывающего изменения температуры на внутренней поверхности стенки полости.

5. Уточнены формулы для расчёта газодинамических сил, действующих на клапаны.

Литература

1. Шевченко, С. А. Математическая модель регулятора давления газа [Текст] / С. А. Шевченко, С. А. Валивахин // Вестник НТУ «ХПИ». – 2014. – № 38 (1061). – С. 195-209.
2. Шевченко, С. А. Результаты математического моделирования переходных процессов в регуляторе давления газа [Текст] / С. А. Шевченко, С. А. Валивахин // Вестник НТУ «ХПИ». – 2014. – № 39 (1082). – С. 198-206.
3. Шевченко, С. А. Уточненный метод инвариантов для расчёта динамических параметров газа в трубопроводах пневмосистемы запуска ракетного

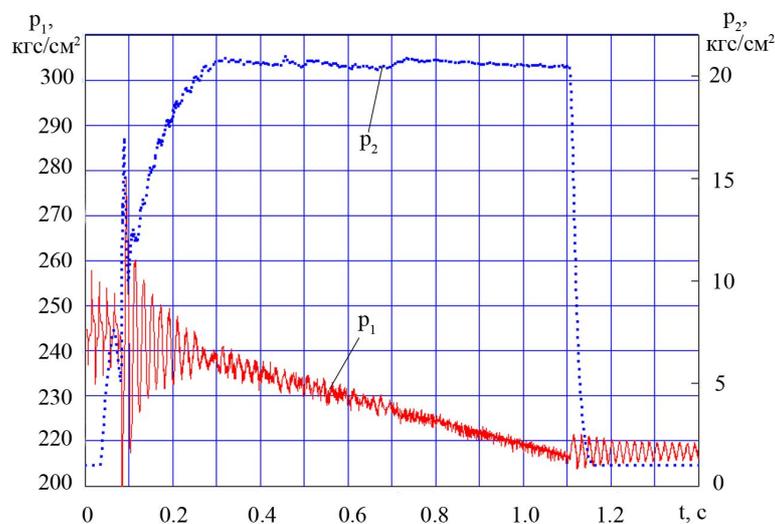


Рис. 11. Колебания давления до и после регулятора; расчёт второго включения

двигателя [Текст] / С. А. Шевченко, А. Л. Григорьев, М. С. Степанов // Вестник НТУ «ХПИ». – 2015. – № 6 (1115). – С. 156-181.

4. Бугаенко, В. Ф. Пневмоавтоматика ракетно-космических систем [Текст] / В. Ф. Бугаенко. – М. : Машиностроение, 1979. – 168 с.

5. Валивахин, С. А. Силовое воздействие газового потока на тарель клапана [Текст] / С. А. Валивахин, Г. Г. Хохлов, С. А. Шевченко // Вестник машиностроения. – 1997. – № 7. – С. 21-23.

6. Григорьев, А. Л. Динамический анализ цилиндрических пружин дизельной топливной аппаратуры [Текст] / А. Л. Григорьев, С. А. Король, А. И. Деряченко // Двигатели внутреннего сгорания. – X., 2005. – № 1. – С. 90-99.

7. Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики [Текст] / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – М. : Наука, 1966. – 724 с.

8. Современные дизели: повышение топливной экономичности и длительной прочности [Текст] /

Ф. И. Абрамчук, А. П. Марченко [и др.] ; под ред. А. Ф. Шеховцова. – К. : Техника, 1992. – 272 с.

9. Зилке, В. Трение, зависящее от частоты, при неустановившемся течении в трубопроводе [Текст] / В. Зилке // Теоретические основы инженерных расчетов. – 1968. – № 1. – С. 120-127.

10. Лойцянский, Л. Г. Механика жидкости и газов [Текст] / Л. Г. Лойцянский. – М. : Наука, 1978. – 736 с.

11. Грунауэр, А. А. О связи силы пружины с законом её деформирования [Текст] / А. А. Грунауэр, И. И. Гартаковский, А. Л. Григорьев // Теория механизмов и машин. – X. : Вища школа, 1985. – Вып. 39. – С. 7-22.

12. Врублевский, А. Н. Модель быстродействующего электромагнитного привода для управляющего клапана системы питания теплового двигателя [Текст] / А. Н. Врублевский, А. Л. Григорьев // Вестник НТУ «ХПИ». – 2014. – № 39 (1082). – С. 28-44.

Поступила в редакцию 16.04.2015, рассмотрена на редколлегии 17.06.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф., вед. науч. сотр. отдела гидроаэродинамики энергомашин В. А. Ванин, Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков.

МОДЕЛЮВАННЯ ПНЕВМОСИСТЕМИ ЗАПУСКУ РРД ПРИ ВРАХУВАННІ ТЕПЛООБМІНУ ГАЗУ ЗІ СТІНКАМИ ПОРОЖНИН І УТОЧНЕННІ СИЛ, ЩО ДІЮТЬ НА КЛАПАНИ РЕГУЛЯТОРІВ

С. А. Шевченко, О. Л. Григор'єв, М. С. Степанов

Розроблено замкнуто дискретно-континуальну модель пневмосистеми запуску РРД багатократного включення, установлюваного на верхні ступені ракет-носіїв. Модель описує коливання параметрів газу у трубопроводах, для чого використовуються рівняння одномірної газової динаміки, і зміни тиску й температури газу в порожнинах. Особливостями моделі є врахування теплообміну між газом і стінками порожнин, а також уточнення газодинамічних сил, що виникають у зазорі між клапаном та сідлом, і зусиль замикаючих пружин, де враховуються коливання витків. Доведено збіжність результатів розрахунку та експерименту, отриманих по цій моделі й при вогневих випробуваннях двигуна.

Ключові слова: РРД багатократного включення, пневмосистема запуску, дискретно-континуальна модель, теплообмін зі стінкою, газодинамічна сила, коливання витків пружини.

MODELLING OF THE LRE PNEUMATIC STARTING SYSTEM AT TAKING INTO ACCOUNT THE HEAT EXCHANGE BETWEEN GAS AND CAVITY WALLS, AS WELL AS REFINEMENT OF THE FORCES ACTING ON THE REGULATOR POPPETS

S. A. Shevchenko, A. L. Grigoriev, M. S. Stepanov

The closed discrete-continual model of the LRE pneumatic starting system for multiple ignitions has been developed to be mounted on the launch vehicles upper stages. The model describes oscillations of the gas parameters in pipelines (at use of the one-dimensional gas dynamics equations) and change of gas pressure and temperature in cavities. The model specificities are account of heat exchange between the gas and cavities' walls and refinement of the gas-dynamic forces generated in the gap between the poppet and its seat, as well as refinement of the closing spring forces, which takes into account oscillations of the spring coils. The convergence of the calculation and experiment results obtained by this model and at fire tests of the engine has been proved.

Keywords: multiple ignition LRE, pneumatic starting system, discrete-continual model, heat exchange with cavities walls, gas-dynamic power, oscillations of spring coils.

Шевченко Сергей Андреевич – ведущий инженер-конструктор, Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное» им. М. К. Янгеля», Днепропетровск, Украина, e-mail: info@yuzhnoye.com.

Григорьев Александр Львович – д-р техн. наук, проф., проф. каф. высшей математики, НТУ «Харьковский политехнический институт», Украина, e-mail: kpi_mmtt@mail.ru.

Степанов Михаил Сергеевич – д-р техн. наук, проф., проф. каф. гидропневмоавтоматики, декан машиностроительного факультета, НТУ «Харьковский политехнический институт», Украина, e-mail: kpi_mmtt@mail.ru.